М. О. САТКАЛИЕВА

СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО НАПРАВЛЯЮЩЕГО МЕХАНИЗМА IV КЛАССА ПО ПОЛНОМУ ЧИСЛУ ПАРАМЕТРОВ

Рассмотрим задачу синтеза пространственного механизма IV класса общего вида в соответствии с рисунком по заданным положениям входного звена 1 и выходной точки *T* звена 3

$$\varphi_{1i} = \varphi_1(t_i)$$

и

$$X_{Ti} = X_T(t_i),\ Y_{Ti} = Y_T(t_i),\ Z_{Ti} = Z_T(t_i),$$
$$i = \overline{1,4}. \qquad (1)$$

Для решения задачи синтеза используем метод интерполирования. Для решения задачи синтеза кинематической цепи *ABCD* механизма, в котором приближающая окружность точки *C* радиусом $l_{CD} = l_{4\phi}$ с центром в точке *D* звена 4 (*CD*) определяется как линия пересечения сферы с координатами X_{D1}, Y_{D1}, Z_{D1} и плоскости, удобно использовать выражения взвешенных разностей [1]:

$$\Delta q = l_4^2 - l_{4\phi}^2, \qquad (2)$$

$$\Delta q_i = ax_{3Ci} + by_{3Ci} + cz_{3Ci} - 1 = 0, \qquad (3)$$

где $l_{4\phi}$ – расстояние между точками *C* звена 4 и D_1

$$l_{4\phi}^2 = (X_{D1} - X_{Ci})^2 + (Y_{D1} - Y_{Ci})^2 + (Z_{D1} - Z_{Ci})^2, \qquad (4)$$

a, b, c – коэффициенты уравнения приближающей плоскости; X_{D1}, Y_{D1}, Z_{D1}, X_{Ci}, Y_{Ci}, Z_{Ci} – соответствующие координаты точек D_1 (центра сферы) и *C* в абсолютной системе координат *OXYZ*.

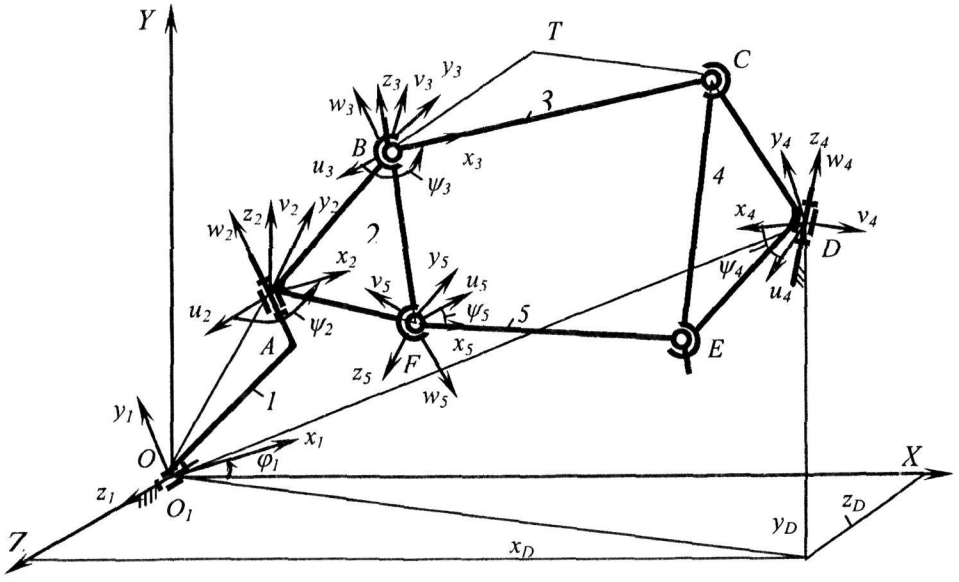
По условию синтеза координаты точки *C* звена 3, которому принадлежат локальные координаты выходной точки *T*, в абсолютной системе координат *OXYZ* определяются с использованием обобщенного метода символических обозначений преобразования координат [2] в виде

$$X_C = x_{3C}\cos(\varphi_1 + (\psi_2 + \psi_3)) +$$
$$+ z_{3C}\sin(\varphi_1 + (\psi_2 + \psi_3)) + X_C^{'},$$
$$Y_C = x_{3C}\sin(\varphi_1 + (\psi_2 + \psi_3)) -$$
$$- z_{3C}\cos(\varphi_1 + (\psi_2 + \psi_3)) + Y_C^{'},$$
$$Z_C = y_{3C}\cos\beta_3 + Z_C^{'}, \qquad (5)$$

где

$$X_C^{'} = a_{2,1}\cos\varphi_1 + a_{3,2}\cos(\varphi_1 + \psi_2),$$
$$Y_C^{'} = a_{2,1}\sin\varphi_1 + a_{3,2}\sin(\varphi_1 + \psi_2),$$
$$Z_C^{'} = c_{21} + b_{21} + b_{32}\cos\beta_3.$$

Синтезу подлежат 10 неизвестных геометрических параметров кинематической цепи *ABCD* механизма. Из них 7 параметров: x_{3C}, y_{3C}, z_{3C}, X_D, Y_D, Z_D, l_{CD} – параметры синтезируемого звена 4 (*CD*) и 3 параметра X_{D1}, Y_{D1}, Z_{D1} – координаты центра сферы.



Вычисление пяти параметров рассмотрим на примере одного из вариантов: $X_{D1}, Y_{D1}, Z_{D1}, Z_{D1}, y_{3C}, l_{CD1}$.

Выражение взвешенной разности (2) с учетом уравнений координат точки C запишем в виде обобщенного полинома

$$\Delta q = p_1 f_1(\varphi_1,\psi_2) + p_2 f_2(\varphi_1,\psi_2) + p_3 f_3(\varphi_1,\psi_2) + p_4 f_4(\varphi_1,\psi_2) + p_5 f_5(\varphi_1,\psi_2) + p_3 p_4 f_6(\varphi_1,\psi_2) - F(\varphi_1,\psi_2), \quad (6)$$

где

$$p_1 = X_{D1},\ f_1(\varphi_1,\psi_2) = -2[a_{2,1}\cos\varphi_1 + a_{3,2}\cos(\varphi_1+\psi_2) + x_{BC}\cos(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3)) + z_{BC}\sin(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3))],$$

$$p_2 = Y_{D1},\ f_2(\varphi_1,\psi_2) = -2[a_{2,1}\sin\varphi_1 + a_{3,2}\sin(\varphi_1+\psi_2) + x_{BC}\sin(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3)) + z_{BC}\cos(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3))],$$

$$p_3 = Z_{D1},\ f_3(\varphi_1,\psi_2) = -2Z_C^{'},$$

$$p_4 = y_{BC},\ f_4(\varphi_1,\psi_2) = -2Z_C\cos\beta_3,$$

$$p_5 = X_{D1}^2 + Y_{D1}^2 + Z_{D1}^2 + y_{BC}^2 - l_{D1C}^2,\quad f_5(\varphi_1,\psi_2) = 1,$$

$$p_3 p_4 = y_{BC} Z_{D1},\ f_6(\varphi_1,\psi_2) = -2\cos\beta_3,$$

$$F(\varphi_1,\psi_2) = -2x_{BC}[X_C^{'}\cos(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3)) + Y_C^{'}\sin(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3))] - 2z_{BC}[Y_C^{'}\cos(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3)) + X_C^{'}\sin(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3))] - 2z_{BC}x_{BC}\sin 2(\varphi_1+(\psi_2+\psi_3)) - (x_{BC}^2 + z_{BC}^2 + X_C^{'2} + Y_C^{'2} + Z_C^{'2}).$$

При решении задачи синтеза по методу интерполирования для пяти заданных положений механизма отклонения взвешенной разности должны равняться нулю. С учетом этого из выражения взвешенной разности (6) получим

$$p_1 f_1(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) + p_2 f_2(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) + p_3 f_3(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) + p_4 f_4(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) + p_5 f_5(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) + p_3 p_4 f_6(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) - F(\varphi_{1i},\varphi_{2i}) = 0,\ i=\overline{1,5}. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (7) методом исключения неизвестных, получаем квадратное уравнение относительно неизвестного p_4

$$k_1 p_4^2 + k_2 p_4 + k_3 = 0. \quad (8)$$

Решая уравнение (8), определяем геометрические параметры кинематической цепи $ABCD$ механизма по формулам:

$$X_{D1} = p_1,\quad Y_{D1} = p_2,\quad Z_{D1} = p_3,\quad y_{BC} = p_4,$$

$$l_{CD1} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 - p_5}.$$

Вычисление остальных пяти параметров проводим с использованием выражения взвешенной разности (3) приближающей плоскости

$$\Delta q_i = a x_{BCi} + b y_{BCi} + c z_{BCi} - 1 = 0,\ i=\overline{1,5}. \quad (9)$$

Из трех уравнений определяем коэффициенты $a = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $b = \frac{\Delta_2}{\Delta}$, $c = \frac{\Delta_3}{\Delta}$. Для синтеза пяти параметров $x_{BC}, z_{BC}, X_D, Y_D, Z_D$ составляем систему трех алгебраических уравнений, состоящих из двух уравнений системы (9) и квадратного уравнения (8). После соответствующих преобразований получим

$$T_4(z^0)x^4 + T_3(z\ )x^3 + T_2(z^2)x^2 + T_1(z^3)x\ + T_0(z^4) = 0,$$

$$S_6(z^0)x^6 + S_5(z\ )x^5 + S_4(z^2)x^4 + S_3(z^3)x^3 + S_2(z^4)x^2 + S_1(z^5)x\ + S_0(z^6) = 0. \quad (10)$$

Система уравнений содержит неизвестные x и z. Исключая неизвестное x, получаем алгебраическое уравнение 24 степени относительно неизвестного z. Решая данное уравнение, находим вещественные значения неизвестного, число которых определяется по теореме Штурма. Для положительных вещественных значений неизвестного z определяем значения остальных неизвестных x и y. В частном случае, когда одна из двух подвижных систем координат принимается за неподвижную систему, совпадающую с абсолютной системой координат $OXYZ$, координаты x_D, y_D, z_D (центра окружности) приравниваются к координатам точки D: $X_D = X_{D4C}$, $Y_D = Y_{D4C}$, $Z_D = Z_{D4C}$. Следовательно, основание перпендикуляра, опущенного из центра сферы D_1 к плоскости, определяет координаты X_D, Y_D, Z_D центра D приближающей окружности

$$X_D = X_{D1} + Q_x d,\quad Y_D = Y_{D1} + Q_x d,\quad Z_D = Z_{D1} + Q_x d, \quad (11)$$

где $Q_x = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$, $Q_y = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$,

$Q_z = \dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ – направляющие косинусы оси вращательной пары в точке D звена 4;

$$d = \frac{aX_{D1}+bY_{D1}+cZ_{D1}-1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}. \qquad (12)$$

Длина звена CD, т.е. радиус окружности, определяем по формуле:

$$l_{CD\phi} = \sqrt{(X_D - X_C)^2 + (Y_D - Y_C)^2 + (Z_D - Z_C)^2}. \qquad (13)$$

По условию синтеза необходимо преобразовать предварительно пространственную группу IV класса в пространственный механизм второго класса. Для этого согласно методу условных обобщенных координат отбрасываем звено 5 (FE) и за счет появившейся степени свободы выбираем условное входное звено, которому присваивается условно обобщенная координата [3]. Синтез механизма по полному числу параметров, в частности, подразумевает решение задачи синтеза отброшенного звена 5 (FE). Звено 5 (FE) определяется семью параметрами $x_F, y_F, z_F, x_E, y_E, z_E, l_{FE}$. Решение задачи синтеза семи параметров пространственного механизма IV класса предложено в известных работах кинематического синтеза пространственных механизмов высоких классов [4]. В работе указано, что при решении задачи синтеза по методу интерполирования для пяти заданных положений механизма отклонения взвешенной разности должны равняться нулю. С учетом этого из выражения взвешенной разности (6) получено

$$\begin{aligned}
&p_1 f_1(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_2 f_2(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_3 f_3(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_4 f_4(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_5 f_5(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_6 f_6(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_7 f_7(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_1 p_3 f_8(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_1 p_4 f_9(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_1 p_5 f_{10}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_2 p_3 f_{11}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_2 p_4 f_{12}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_2 p_5 f_{13}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_3 p_6 f_{14}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + \\
&+p_4 p_6 f_{15}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) - F(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) = 0, \\
&i = \overline{1,7}. \qquad (14)
\end{aligned}$$

Решив систему уравнений (14), получим систему двух алгебраических уравнений относительно неизвестного p_2:

$$\begin{aligned}
&S_9(p_1^3)p_2^9 + S_8(p_1^{10})p_2^8 + S_7(p_1^{10})p_2^7 + S_6(p_1^{10})p_2^6 + \\
&+S_5(p_1^{10})p_2^5 + S_4(p_1^{10})p_2^4 + S_3(p_1^{10})p_2^3 + \\
&+S_2(p_1^{10})p_2^2 + S_1(p_1^{10})p_2 + S_0(p_1^{10}) = 0; \qquad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&H_9(p_1^3)p_2^9 + H_8(p_1^{10})p_2^8 + H_7(p_1^{10})p_2^7 + \\
&+H_6(p_1^{10})p_2^6 + H_5(p_1^{10})p_2^5 + \\
&+H_4(p_1^{10})p_2^4 + H_3(p_1^{10})p_2^3 + H_2(p_1^{10})p_2^2 + \\
&+H_1(p_1^{10})p_2 + H_0(p_1^{10}) = 0. \qquad (16)
\end{aligned}$$

Исключая неизвестное p_2 из систем уравнений (15) и (16), находим алгебраическое уравнение относительно неизвестного p_1. Решая полученное уравнение, найдем вещественные решения относительно неизвестного p_1. Число вещественных решений уравнения определено по теореме Штурма. Выбираются варианты для искомых параметров, в которых все параметры имеют положительные значения. Определяются неизвестные геометрические параметры звена 5 (FE) рассматриваемой кинематической цепи $AFED$ механизма по формулам:

$$x_{2F} = p_1,\ y_{2F} = p_2,\ x_{4E} = p_3,\ y_{4E} = p_4,$$
$$z_{4E} = p_5,\ z_{2F} = p_6,$$
$$l_5 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + p_6^2 - p_7}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Госиздат, 1959. 1084 с.

2. *Шет и Уикер мл.* Обобщенная система символических обозначений механизмов // Конструирование и технология машиностроения. 1971. № 1. С. 96-106.

3. *Джолдасбеков С.У.* Теоретические основы анализа и синтеза пространственных механизмов высоких классов: Докт. дис. Алматы, 1992. 337 с.

4. *Канлыбаев О.* Решение задачи синтеза пространственного рычажного механизма IV класса с применением результанта // Вестник МОН НАН РК. Алматы, 2003. № 6. С. 42-47.

Резюме

IV класты кеңістікті бағыттаушы механизмнің шатун буынының шығыс нүктесінің берілген бес жағдайына байланысты, интерполяция төсіліне сүйене отырып, толық геометриялық параметрлерінің синтез есебі шешілген.

Summary

The task of synthesis of complete number geometrical parameters of a spatial guide link mechanism of IV class upon five preset positions of output point of connecting rod using the interpolation method is solved.

Поступила 2.03.06г.