

УДК 530.12

М.М. АБДИЛЬДИН, М.Е. АБИШЕВ

О СХОДИМОСТИ РЯДОВ В УТОЧНЕННОЙ МЕТРИКЕ ПЕРВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В МЕХАНИКЕ ОТО

В работе показана сходимость рядов уточненной метрики первого приближения Фока в механике ОТО.

В работе [1] нами была получена правильная (корректная) метрика первого приближения $\sim \frac{1}{c^2}$ в механике ОТО для островного распределения масс. Она обсуждена также в [2] и [3]. Приведем явный вид этой метрики

$$ds^2 = \left(c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2\gamma}{c^2} \int \frac{\rho'(\frac{3}{2}v^2 + \Pi - U)' - P'_{kk}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (dx')^3 \right) dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{8}{c^2} (U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3) dt \quad , \quad (1)$$

где ρ' - плотность массы, v' - скорость вещества внутри тела, Π' - упругая энергия единицы массы, P'_{kk} - трехмерный тензор напряжений, U , \bar{U} - ньютоны и вектор потенциалы гравитационного поля:

$$U = \gamma \int \frac{\rho'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz', \quad U_i = \gamma \int \frac{(\rho v_i)'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz' \quad (2)$$

Мы неоднократно указывали [2, 3], что правильная (корректная) метрика первого приближения в механике ОТО играет важную роль, и что на основе такой метрики можно рассмотреть ряд модельных задач механики ОТО.

Напомним, что при нахождении метрики первого приближения мы раскладываем инвариант ds^2 по четным степеням скорости света с

$$ds^2 = c^2 (...) + c^0 (...) + c^{-2} (...) + \dots \quad (3)$$

при этом важно не упустить какой то отдельный член, относящийся к этому разложению, другими словами, важна полнота разложения, чего не хватает в традиционной записи метрики первого приближения. Как видно из (1), уже в метрике первого приближения проявляется нелинейность гравитационного поля, неевклидовость трехмерного пространства, появление векторного гравитационного поля (связанного с вращением) и необходимость учета внутренней структуры. Все

эти аспекты очень важны все эти члены в интервале ds^2 пропорциональны $\sim \frac{1}{c^2}$. Наконец, метрика (1) записана в гармонической системе координат. В предлагаемой статье мы рассмотрим вопрос о сходимости рядов, присутствующих в разложении (1).

Действительно, перепишем (1) в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2U}{c^2} + \frac{2U^2}{c^4} - \frac{2\gamma}{c^4} \int \frac{\rho'(\frac{3}{2}v^2 + \Pi - U)' - P'_{kk}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (dx')^3 + \frac{8}{c^4} (\bar{U} \bar{v}) \right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) d\vec{r}^2 \quad , \quad (4)$$

Не трудно показать, что в рамках рассматриваемого первого приближения $\sim \frac{1}{c^2}$ метрику (4) можно аппроксимировать выражением

$$ds^2 = e^{-\Lambda} c^2 dt^2 - e^{\Lambda} d\vec{r}^2$$

где

$$\Lambda = \frac{2U}{c^2} - \frac{2\gamma}{c^4} \int \frac{\rho'(\frac{3}{2}v^2 + \Pi - U)' - P'_{kk}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (dx')^3 + \frac{8}{c^4} (\bar{U} \bar{v}) \quad (5)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдильдин М.М. – В сб. «Проблема движения в теории гравитации Эйнштейна», Алма-Ата, КазГУ, 1981, с. 3-41.
2. Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. Алма-Ата. 1988, - 198 с.
3. Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. Алматы. 2006, - 152 с.

Резюме

Жұмыста Фоктың дұрыс бірінші жұмықтау метрикасы карастирылып, оны m_0 оқшауланған массаның орталық симметриялы метрикасының катарға жіктелуімен салыстыру жүргізілген.

Summary

In the work correct Fock's first approximation metrics considered and it was compared with exact centrally symmetric metrics of lumped mass m_0 .

КазНУ им. аль-Фараби,
г. Алматы

Поступила 20.06.2007 г.