УДК 378(075.8):62-501.72:658.5

М. Д. АДАМБАЕВ, А. М. АУЭЗОВА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АДЕКВАТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА БАЗЕ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВИНЕРА-ХОПФА В ОБЛАСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПО ЛАПЛАСУ И ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЯХ

Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы

(Представлена академиком НАН РК Б. Р. Ракишевым)

Рассмотрен практический метод решения интегрального уравнения Винера–Хопфа для адекватной идентификации сложных стохастических промышленных объектов управления с применением преобразований Лапласа и операционных усилителей. Дан алгоритм использования этих методов, с использованием которых можно легко получить количественные математические модели объектов управления.

Уравнение Винера-Хопфа имеет вид [1]

$$R_{их}(\tau)=\int_0^\infty R_{ии}(\tau-t)\cdot W(t)dt, \tag{1}$$

Решение в области изображений по Лапласу. Для этой цели применимо преобразование Лапласа к правой части (1), в результате чего получим уравнение передаточной функции

$$W(p)=\frac{R^*_{их}(p)}{R^*_{ии}(p)}=\frac{\int_0^\infty e^{-p\tau}\cdot R^*_{их}(\tau)\cdot d\tau}{\int_0^\infty e^{-p\tau}\cdot R^*_{ии}(\tau)\cdot d\tau}, \tag{2}$$

где $R^*_{их}(p)$ и $R^*_{ии}(p)$ – изображения корреляционных функций.

Если аппроксимировать экспериментальные корреляционные функции $R_{ии}(\tau)$ и $R_{их}(\tau)$ известными временными функциями, а затем получить их изображения по Лапласу и найти отношение изображений (2), то получим передаточную функцию по каналу управления.

С достаточной точностью $R_{ии}(\tau)$ могут быть аппроксимированы экспонентой

$$R^*_{ии}(\tau)=A_1\cdot e^{-\alpha_{1\cdot\tau}} \tag{3}$$

или затухающей периодической функцией

$$R^*_{ии}(\tau)=A_2\cdot e^{-\alpha_1\cdot\tau}\cdot\left(\cos\omega\tau+\frac{\alpha_2}{\omega}\cdot\sin\omega\tau\right), \tag{4}$$

где

$$\alpha_1=\frac{3}{\tau_k};\ \alpha_2=\omega\cdot tg\gamma;\ \omega=\frac{\pi}{\tau_2-\tau_1};\ \gamma=arctg\frac{\alpha_2}{\omega}=\frac{\pi\cdot(3\tau_1-\tau_2)}{2\cdot(\tau_2-\tau_1)}. \tag{5}$$

Исходные данные для вычисления коэффициентов указанных функций определяют по графикам (рис. 1, *а*, *б*).

Взаимокорреляционные функции достаточно точно аппроксимируются выражениями

$$R^*_{их}(\tau)=A_3\cdot e^{-\alpha_1\cdot\tau}-A_4\cdot e^{-\alpha_2\cdot\tau}, \tag{6}$$

$$R^{*}_{их}(\tau)=A_3\cdot e^{-\alpha_1\cdot\tau}\cdot\left(\cos\omega\tau+\frac{\alpha_1}{\omega}\cdot\sin\omega\tau\right)-A_4\cdot e^{-\alpha_2\tau},\ \tau\rangle 0\,. \qquad (7)$$

Если экспериментальная взаимокорреляционная функция $R_{их}(\tau)$ с ростом τ затухает без колебания, то ее удобно аппроксимировать алгебраической суммой экспонент 1 и 2 (рис. 1, в) согласно выражения (6). Если $R_{их}(\tau)$ с ростом τ представляет затухающий процесс, то ее удобно аппроксимировать (7), состоящем из затухающей периодической функции 1 и экспоненты 2 (рис. 1, г). Коэффициенты A_3, A_4, α_1, α_2, ω, входящие в (6), (7), рассчитывают методом наименьших квадратов.

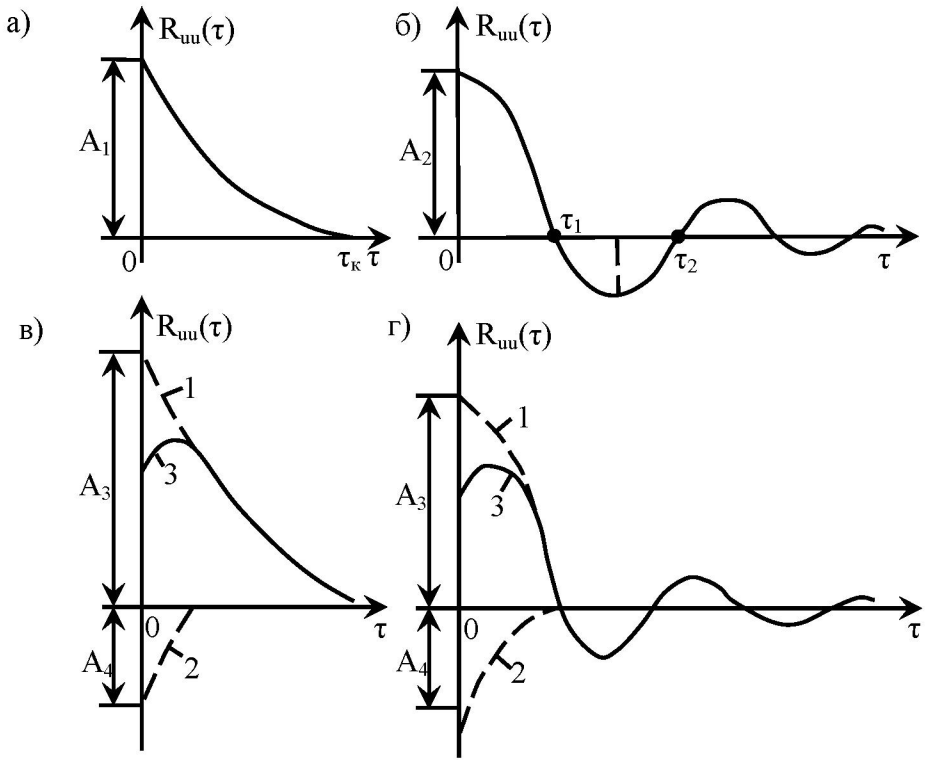

Рис. 1. Аппроксимация автокорреляционных функций $R_{ии}(\tau)$ (а,б) и взаимокорреляционных функций $R_{их}(\tau)$ (в,г)

Безразмерный коэффициент передачи объема k по исследуемому каналу управления можно определить как передаточную функцию объекта $W(0)$ в установившемся режиме, приняв $p = 0$.

Решение с использованием операционных усилителей (ОУ). Если априори известна, то динамическая структура объекта

$$T\cdot\frac{dx(t)}{dt}+x(t)=k\cdot u(t-\tau) \qquad (8)$$

и известны корреляционные функции $R_{их}(\tau)$ и $R_{ии}(\tau)$, полученные на базе статистической обработки стационарных случайных процессов $u(t)$, $x(t)$ на входе и выходе объекта, то справедлива зависимость

$$T\cdot\frac{dR_{их}(t)}{dt}+R_{их}(t)=k\cdot R_{их}(t-\tau). \qquad (9)$$

Это значит, что если на вход системы, состоящей из инерционного звена первого порядка и звена запаздывания, подать известный сигнал системы в виде автокорреляционной функции $R_{ии}(t)$, то выходной сигнал системы будет представлять собой взаимокорреляционную функцию $R_{их}(t)$.

Процесс идентификации динамических характеристик объекта на ОУ осуществляют следующим образом:

– регистрируют случайные сигналы $u(t)$, $x(t)$ на входе и выходе объекта и определяют авто- и взаимокорреляционные функции $R_{uu}(t), R_{ux}(t)$;

– составляют динамическую модель системы (9) и набирают ее на ОУ так, чтобы было можно изменять коэффициенты T, τ, k (рис. 2, а). Первоначально эти коэффициенты устанавливают из априорных данных об исследуемом объекте;

– на вход аппроксимирующей модели подается сигнал, соответствующий автокорреляционной функции $R_{uu}(t)$, при этом получаемый на выходе сигнал зависит от установленных значений коэффициентов T, τ, k. Значения функции $R'_{ux}(t)$, полученные после перерасчета с выходного сигнала модели, сравнивают со значениями ранее рассчитанной функции $R_{ux}(t)$;

– варьируют коэффициенты T, τ, k так, чтобы функции $R'_{ux}(t)$ и $R_{ux}(t)$ максимально сблизились качественно. Для оценки сближения кривых используют, как правило, критерий среднего квадратичного отклонения $R'_{ux}(t)$ и $R_{ux}(t)$, т.е.

$$\left(\bar{\varepsilon}\right)^2 = \frac{1}{T_k} \cdot \int_0^k \left[R'_{ux}(t) - R_{ux}(t)\right]^2 \cdot dt, \qquad (10)$$

где T_k – время корреляции, определяемое по $R_{ux}(t)$.

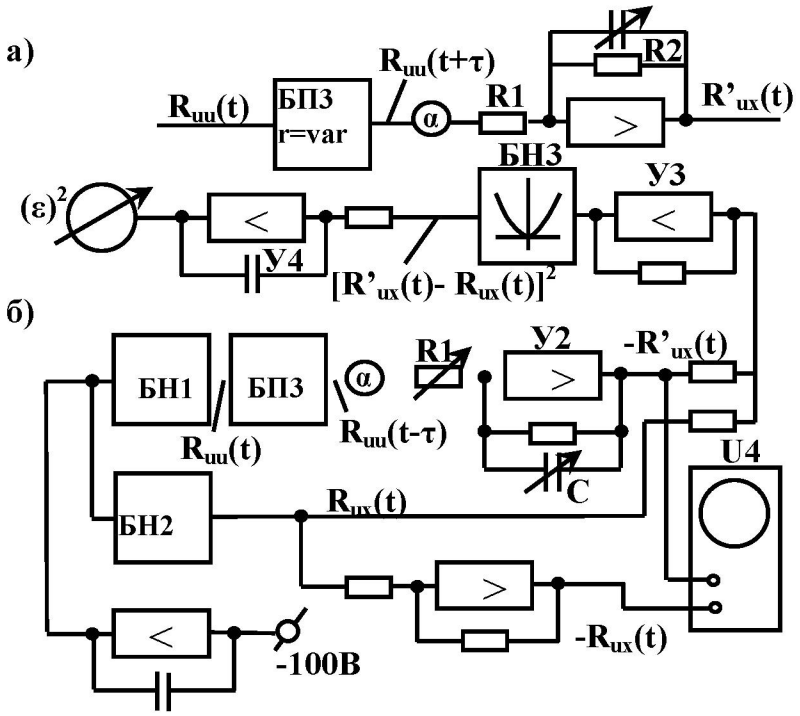

Рис. 2. Идентификация объекта при помощи ОУ, аппроксимированного инерционным звеньям первого порядка и звеном запаздывания

Полностью схема моделирования приведена на рис. 2, б. Величина запаздывания τ меняется с помощью блока переменного запаздывания БПЗ, входящего в комплект ОУ. Коэффициент T можно менять емкостью конденсатора С (с помощью магазина емкостей), при постоянном $R2$, так как $T = R_2 \cdot C$. Коэффициент k можно менять изменением величины коэффициента α или дискретным изменением величины сопротивления $R1$ (при $R2 = 1 мОм$, $k = \frac{\alpha}{R1}$).

Функции $R_{ии}(\tau)$ и $R_{их}(\tau)$ набирают на блоках нелинейности соответственно БН1 и БН2. Усилитель У1 формирует линейное напряжение, пропорционально времени. Суммирующий усилитель У3 совместно с блоком нелинейности БН3 (квадратор) и интегрирующим усилителем У4 реализует схему среднего квадратичного отклонения по формуле (10). Индикатор И4 предназначен для качественного сравнения кривых $R'_{их}(t)$ и $R_{их}(t)$.

Необходимо отметить, что, как правило, диапазон изменения коэффициентов T и k велик, поэтому для более целенаправленного перебора коэффициентов T, τ, k в процессе поиска минимума $(\varepsilon)^2$ рекомендуется применять метод планирования экстремальных экспериментов.

Аналогичным образом можно произвести идентификацию объекта, аппроксимированного звеном второго порядка и звеном запаздывания.

В этом случае уравнение имеет вид

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 R_{их}(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dR_{их}(t)}{dt} + R_{их}(t) = k \cdot R_{ии}(t - \tau). \qquad (11)$$

Здесь необходимо произвести на модели поиск уже четырех коэффициентов T_1, T_2, τ, k. Без использования методов планирования экстремальных экспериментов поиск коэффициентов в этом случае затруднителен.

ЛИТЕРАТУРА

1 Балакиров В.С., Дудников Е.Т., Цирлин А.М. Экспериментальное опеределение динамических характеристик промышленных объектов управления. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.

2 Сейдж Э.П., Мелса Д.Л. Идентификация систем управления / Пер. с англ. / Под ред. Н. С. Райбмана. – М.: Наука, 1974. – 248 с.

3 Васильев В.Г., Чуич В.Г. Системы автоматического управления. – М.: Высшая школа, 1967. – 419 с.

4 Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975.

REFERENCES

1. Balakirov V.S., Dudnikov E.T., Cirlin A.M. *Jeksperimental'noe opredelenie dinamicheskih harakteristik promyshlennyh ob'ektov upravlenija.* M.: Jenergija, 1967, 232s, (in Russ.).

2. Sejdzh Je.P., Melsa D.L. *Identifikacija sistem upravlenija.* Perevod s angl. Pod red. N.S. Rajbmana. M.: Nauka, 1974, 248s, (in Russ.).

3. Vasil'ev V.G., Chuich V.G. *Sistemy avtomaticheskogo upravlenija.* M.: Vysshaja shkola, 1967, 419s, (in Russ.).

4. Rajbman N.S., Chadeev V.M. *Postroenie modelej processov proizvodstva.* M.: Jenergija, 1975, (in Russ.).

М. Д. Адамбаев, А. М. Әуезова

ЛАПЛАС БОЙЫНША КЕСКІНДЕЛУ ЖӘНЕ ВИНЕР–ХОПФ ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУІН ШЕШУ БАЗАСЫНДА СТОХАСТИКАЛЫҚ ОБЪЕКТІЛЕРДІҢ ТЕҢБЕ-ТЕҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІН АНЫҚТАУ

Күрделі стохастикалық өндірістік объектілерді басқаруға Лаплас түрлендірулері және операционды күшейткіштер қолданылатын теңбе-тең сәйкестендіру үшін Винер–Хопфтың интегралдық теңдеулерін шешуге арналған практикалық әдіс қарастырылған. Осы әдістерді қолданудың алгоритмі берілген және де осыларды қолдану арқылы басқару объектілерінің сандық математикалық модельдерін оңай алуға болады.

M. D. Adambayev, A. M. Auezova

DEFINITION OF ADEQUATE MATHEMATICAL MODEL OF STOCHASTIC OBJECT ON THE BASIS OF THE SOLUTION ON INTEGRATED EQUATION OF WIENER-HOPFA IN THE FIELD OF THE IMAGE ON LAPLACE AND OPERATIONAL AMPLIFIERS

This article describes a practical method for solving integral equations of Wiener–Hopf adequately identify the complex stochastic control of industrial plants using Laplace transforms and operational amplifiers. This algorithm using these methods, using which you can easily obtain quantitative mathematical models of control objects.