УДК 517.958:532.546

Н. Т. АЖИХАНОВ

ПАКЕТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОДУКТИВНОСТИ РАЗНООРИЕНТИРОВАННОЙ СКВАЖИНЫ В ДЕФОРМИРУЕМОМ НАКЛОННО-СЛОИСТОМ АНИЗОТРОПНОМ ПЛАСТЕ

Рассматривается задача определения продуктивности горизонтальной скважины разноориентированной относительно линии простирания наклонной плоскости изотропии анизотропного (мелкослоистого) напряженного упругого пласта при обобщенной плоской деформации.

1. Постановка задачи. Пусть горизонтальная протяженная скважина заложена в упругом напряженном транстропном одиночном пласте продольная ее ось составляет с линией простирания наклонный к горизонту под углом φ плоскости изотропии произвольный угол ψ (рис. 1). Она под действием собственного веса пород находится в условиях обобщенной плоской деформации [1, 2].

Пусть уравнения равновесия анизотропного пласта при фильтрации в ней жидкости имеют вид

$$\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}+\delta_{ij}\frac{\partial p}{\partial x_i}=0,\quad i=1,2,3. \qquad (1)$$

При этом закон Гука

$$\sigma_{ij}=\sum_{k,l=1}^{3}d_{ijkl}\varepsilon_{kl}+\alpha\delta_{ij}p,\quad i,j=1,2,3, \qquad (2)$$

где коэффициенты симметричной матрицы [D]:

$$d_{11}=e_1\cos^4\psi+e_5\sin^4\psi+\frac{1}{2}(e_2+2e_{13})\sin^2 2\psi,$$

$$d_{12}=e_3\cos^2\psi+e_6\sin^2\psi,$$

$$d_{13}=(e_4-2e_{11})\cos^2\psi\sin\psi+e_7\sin^3\psi,$$

$$d_{14}=e_4\cos^3\psi+(e_7+2e_{11})\sin^2\psi\cos\psi,$$

$$d_{15}=(e_1-2e_{13}-e_2)\cos^3\psi\sin\psi+$$
$$+(e_2+2e_{13}-e_5)\sin^3\psi\cos\psi,$$

.....

$$d_{55}=e_{13}+(e_1+e_5-2e_2-4e_{13})\sin^2\psi\cos^2\psi,$$

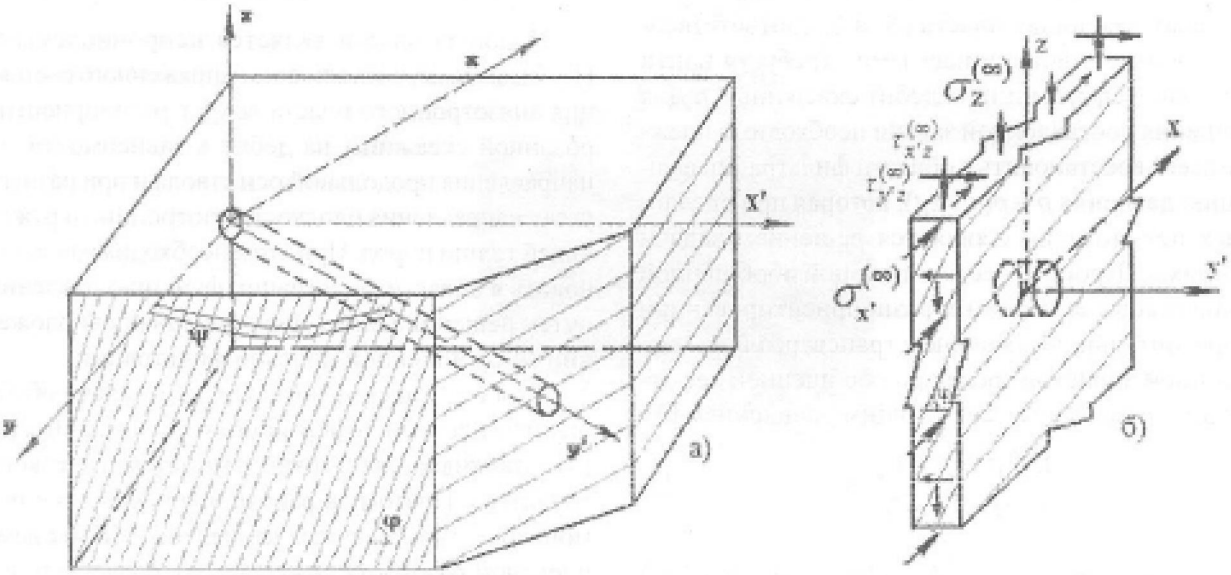

Рис. 1. Схема разноориентированной ГС в наклонной транстропной среде:
а – расчетная область; *б* – единичная длина ствола ГС

Здесь

$$e_1 = \frac{E_1\left(E_1 - E_2\nu_2^2\right)}{(1+\nu_1)\left(E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2\right)}\cos^4\varphi +$$

$$+\frac{E_1E_2(1-\nu_1)}{E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2}\sin^4\varphi +$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{E_1E_2\nu_2}{E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2} + 2G_2\right)\sin^2 2\varphi,$$

$$e_2 = \frac{E_1\left(E_1\nu_1 + E_2\nu_2^2\right)}{(1+\nu_1)\left(E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2\right)}\cos^2\varphi +$$

$$+\frac{E_1E_2\nu_2}{E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2}\sin^2\varphi,$$

.....

$$e_{12} = G_2 + \frac{1}{4}\times$$

$$\times\left(\frac{E_1\left((E_1 - E_2\nu_2)\nu_1 + \left(\nu_2^2 - 2\nu_2 - 2\nu_1\nu_2 + 1\right)E_2\right)}{(1+\nu_1)\left(E_1(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2\right)} - \right.$$

$$\left. - 4G_2\right)\sin^2 2\varphi,$$

$$e_{13} = G_2\sin^2\varphi + \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}\cos^2\varphi.$$

Пласт вскрыт горизонтальной скважиной с ориентрированный под углом ψ стволом S_3, на кровлю и подошву пласта (S_1 и S_2 соответственно) является непроницаемыми. Требуетя найти влияние деформации на дебит скважины Q. Для решения поставленной задачи необходимо прежде всего восстановить в области фильтрации функцию давления $p = p(x,y,z,t)$, которая при сделанных предложениях является решением задачи Дирихле. Процесс нестационарной обобщенной фильтрации жидкости к разноориентированной горизонтальной скважине в трансверсально-изотропной пористой среде при обобщенной деформации описывается следующим уравнением [3]

$$\frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial t} - \alpha\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \tag{3}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_x}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_{xz}}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_z}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right),$$

Здесь α – коэффициент разгрузки; η – модуль Био; μ – вязкость флюида; ε_v – объемная деформация пласта.

Начально-граничные условия имеет вид:

$$p(x,y,z,0) = p_0, \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{s_1} = 0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{s_2} = 0, \tag{5}$$

$$p|_{S_3} = p_*, \tag{6}$$

$$p|_{s_4} = p_k(x,y,z,t), \tag{7}$$

$$u|_{s_2} = v|_{s_2} = w|_{s_2} = 0, \quad u|_{s_4} = v|_{s_4} = 0. \tag{8}$$

Обобщенные коэффициенты проницаемости анизотропного пласта определяются формулами

$$k_x = \left(k_{x'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{z'}\sin^2\varphi,$$

$$k_{xz} = k_{x'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi, \tag{9}$$

$$k_z = \left(k_{z'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{x'}\sin^2\varphi.$$

В частности, значения проницаемости (9) случае трансверсально-изотропного (транстропного) пласта с наклонными плоскостями изотропии (рис. 2)

$$k_x = k_{x'}\cos^2\varphi + k_{z'}\sin^2\varphi,$$

$$k_{xz} = k_{x'}, \tag{10}$$

$$k_z = \left(k_{z'}\cos^2\psi + k_{x'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{x'}\sin^2\varphi.$$

Подошва пласта является непроницаемым. Необходимо изучить влияние напряженного состояния анизотропного пласта вокруг разноориентированной скважины на дебит в зависимости от направления продольной оси ствола и при разных углах направления плоскости изотропии, окружающей толщи пород. При этом необходимо восстановить в области фильтрации функцию давления путем решения задачи Дирихле при предположении об обобщенной плоской фильтрации.

Строгое решение поставленной задачи обобщенной плоской деформации и фильтрации (1)-(9) наталкивается на трудности математического характера. Поэтому в работе она решается с помощью метода конечных элементов (МКЭ) с комплексной разработкой алгоритма и составлением пакета прикладных программ в среде объектно-ориентированного программирования Delphi.

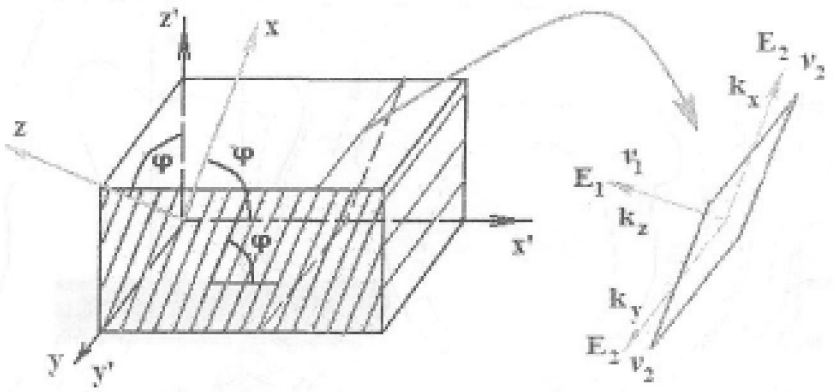

Рис. 2.
Упругие и фильтрационные характеристики трансверсально-изотропной среды

2. Алгоритм вычисления. Рассматривается область поперечного сечения скважины. При вычислении дебита ГС используется следующие соотношения МКЭ. Контурный поток, связанный с четырьмя узловыми расходами при давлениях $P_i (i = 1,2,3,4)$ соответствующих узлов конечного изопараметического элемента первого порядка определяются из дополнительной работы на контуре равна сумме произведении узловых расходов и вариации давлении [4]

$$A_1 = \{Q\}^T \{dP\} = \frac{Q_i}{\rho g} dP, \qquad (11)$$

где $\{Q\} = \{Q_1\, Q_2\, Q_3\, Q_4\}$ – вектор узловых притоков конечного элемента; $\{dP\} = \{dP\ 0\ 0\ 0\}$ – вектор вариации давлении; ρ – плотность жидкости; g – ускорение силы тяжести.

При этом дополнительная работа потока в пределах элемента равна интегралу на площади элемента [5]

$$A_2 = \int_S \{dP\}^T [B]^T [D][B]\{P\} ds. \qquad (12)$$

Приравнивая A_1 и A_2 из соотношении (11) и (12) с сокращением обе части на dP, получаем выражение для дебита одного узла

$$Q_1 = \int_S \{dP\}^T [B]^T [D][B]\{P\} dS.$$

После аналогичной процедуры для других узлов имеем

$$\{Q\} = \int_S [B]^T [D][B]\{P\} dS. \qquad (13)$$

Таким образом, из каждого элемента определяется матрица дебитов элемента, затем с помощью суммирования соотношения вида (13) определяется дебит ГС в расчетной области. На основе составления общей системы алгебраических уравнений и ее решения находится давления во всех узлах. Решения задачи обобщенной плоской деформации пласта со скважиной осуществляется строго [1] и находятся поля перемещении и напряжений расчетной области.

3. Вычислительный эксперимент. Численный эксперимент проводился для пласта из аргиллита, алевролита, песчаника, известняка: $E = 1{,}34$; $0{,}62$; $2{,}95$; $5\left(10^{-5}\ кг/см^2\right)$, соответственно $\nu^{(k)} = 0{,}3$; $0{,}2$; $0{,}35$; $0{,}11$; для трансверсально-изотропного пласта: $E_1 = 1{,}54 \cdot 10^{-5}\ кг/см^2$, $E_2 = 0{,}98 \cdot 10^{-5}\ кг/см^2$; $G_2 = 0{,}36 \cdot 10^{-5}\ кг/см^2$; $\upsilon_1 = 0{,}22$, $\upsilon_1 = 0{,}25$. Сравнительные изолиний для нормальных компонент напряжений показаны в рис. 3 в случаях $\varphi = 30°$ (пунктирные линии) и $\varphi = 60°$ (сплошные линий). Заметное влияние угла наклона плоскости изотропии показывает в случае $\varphi = 60°$.

Созданный пакет прикладных программ имеет возможность определить напряженно-деформируемое состояние пласта при произвольном угле наклона плоскости изотропии и вычислить дебит разноориентированной горизонтальной скважины в этом пласте.

Исследовано влияния упругих и фильтрационных характеристик на дебит разноориентированной скважины с учетом угла наклона плоскости изотропии трансверсально-изотропного пласта (рис. 4).

Разработанный алгоритм и составленный комплекс программ тестировались на известной

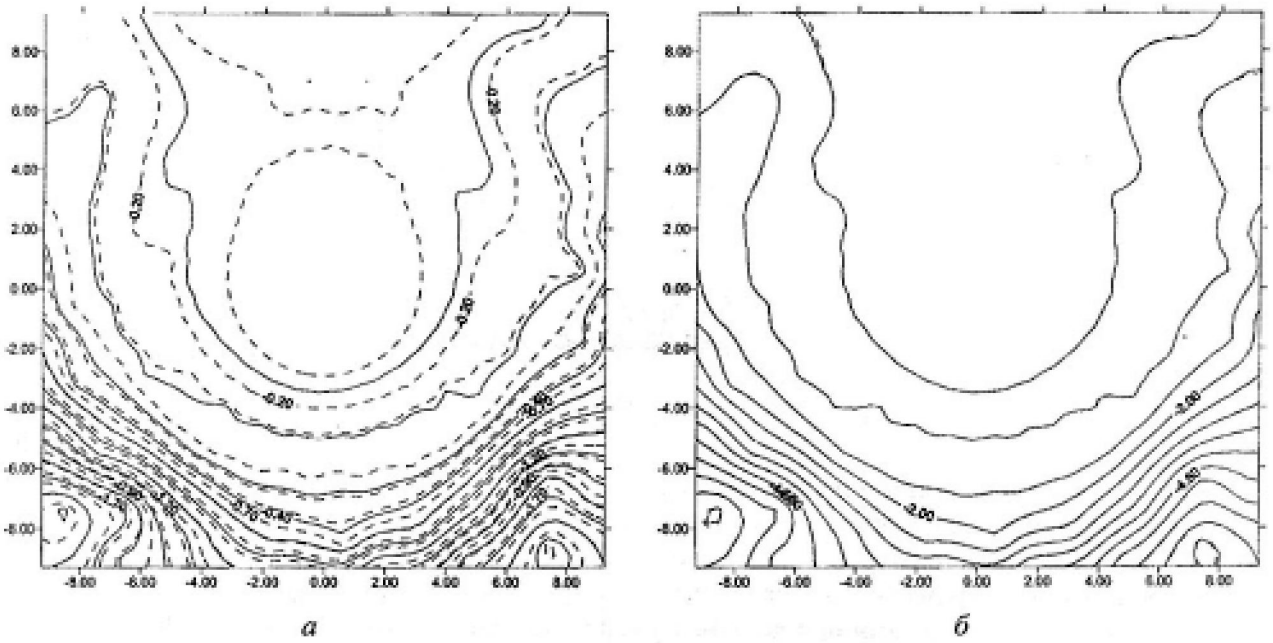

Рис. 3. Изолинии нормальных напряжений: *а* – σ_x; *б* – σ_z

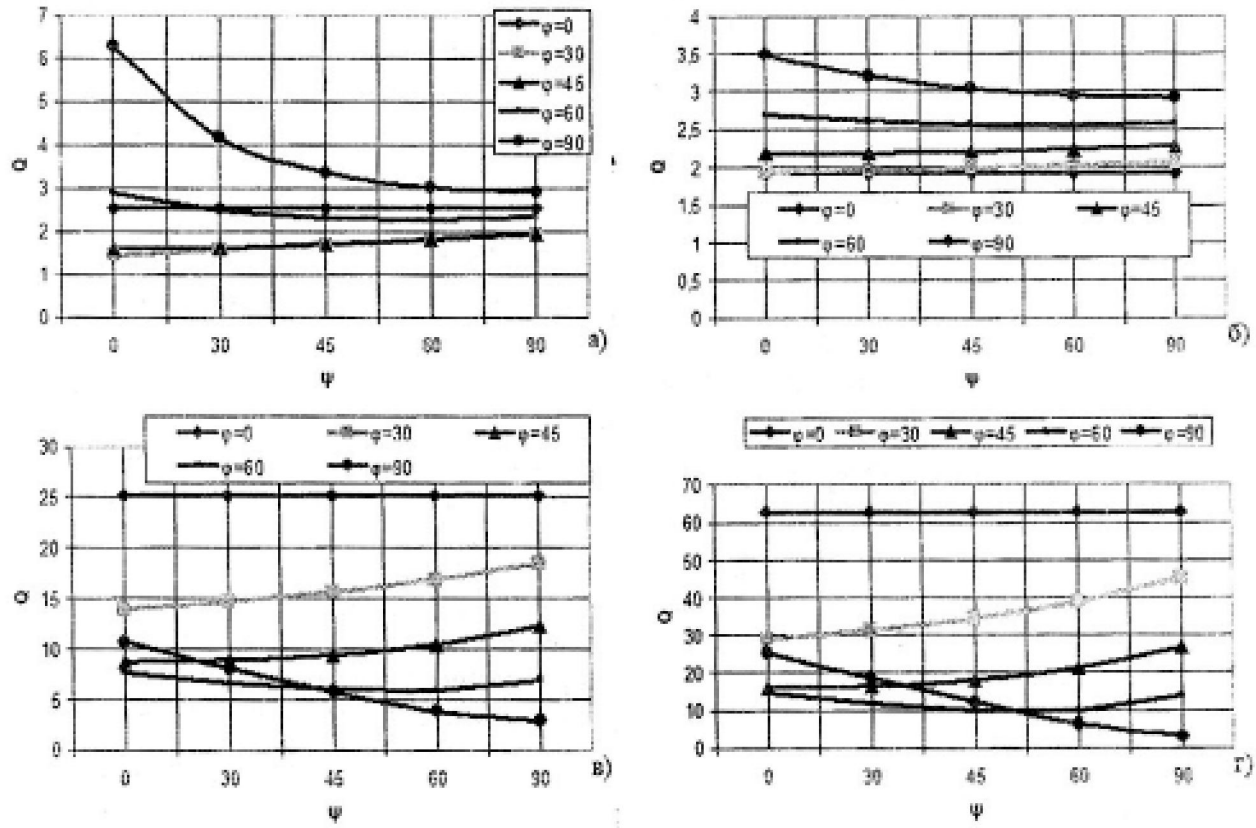

Рис. 4. Влияние ψ и φ на дебит ГС при: *а* – $k_z/k_x = 0{,}1$; *б* – $k_z/k_x = 0{,}5$; *в* – $k_z/k_x = 5$; *г* – $k_z/k_x = 10$

задаче об определения дебита ГС [6, 7] в изотропном пласте. Полученные результаты отличаются от строгого решения не более 5%.

Проведенный вычислительный эксперимент и анализ результатов, приведенных в наклонном трансверсально-изотропном пласте, показывает, что с увеличением количества конечных элементов в дискретной модели тела, наблюдается совпадение двух значащих цифр в значениях компонента перемещения u, нормальных напряжении у а также в значениях интенсивности напряжений и деформаций. Таким образом, можно получить оценку изменении давления жидкости в напряженно-деформируемом состоянии трансверсально-изотропного пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К.* Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. Алма-Ата: Наука, 1971. 160 с.

2. *Масанов Ж.К.* О распределении давлении на упругую крепь выработки, заложенной в наклонно-слоистом массиве // Проблемы механики горных пород. Новосибирск: Наука, 1971. С. 150-151.

3. *Ажиханов Н.Т.* Фильтрация жидкости в упругой транстропной среде с горизонтальной скважиной (плоская фильтрация и деформация) // Вопросы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2009. Вып. 123. С. 83-93.

4. *Амусин Б.З., Фадеев А.В.* Метод конечных элементов при решении задач горной механики. М.: Недра, 1975. 142 с.

5. *Фадеев А.Б.* Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.

6. *Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П.* Разработка нефтяных месторождении горизонтальными и многозабойными скважинами М.: Недра, 1964. 154 с.

7. *Zhumagulov B.T., Masanov Zh.K., Azhikhanov N.T.* Calculation of production of horizontal well of type stretch in the anisotropic porous medium // Journal of Mathematics and Technology. ISSN: 2078-0257, February, 2010. P. 86-90.

Резюме

Жалпылама жазық деформация жағдайында түрлі бағыттаушыға қатысты көлденең изотропия жазықты анизотропты кернеулі қатпардағы горизонталды ұңғының өнімділігін анықтаудың есебі қарастырылады. Есептің сандық шешімі шекті элементтер көмегімен алынған.

Summary

The problem of definition of efficiency of a horizontal chink free orientation concerning a line of prodeleting of an inclined plane anisotropic the intense elastic layer is considered at the generalized flat deformation. The numerical calculation is received by the finite elements method.

МКТУ им. Х. А. Ясави *Поступила 22.02.10г.*