

Б.К. АЛИЯРОВ Д.С.АХМЕТБАЕВ

МЕТОД РАСЧЕТА СИСТЕМНЫХ ФУНКЦИЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

В данной работе излагается новый метод расчета обобщенных параметров четырехполюсников, основанный на использовании коэффициентов распределения узловых токов, а также приводится общая характеристика применения четырехполюсников для анализа режимов электрических сетей энергосистемы.

Использование метода системных функций позволило установить, что системные функции сопротивления, как частный случай системных функций, определяют обобщенные параметры Z - формы уравнений четырехполюсников.

С целью обеспечения простоты изложения рассматриваемого метода, были рассмотрены схемы четырехполюсников, начиная с типовых элементарных, по мере ее усложнения. Полученные аналитические выражения, на основе коэффициентов токораспределения, позволяют получить обобщенные параметры Z и A – формы уравнений схем произвольной конфигурации четырехполюсников. В этом случае не требуется приведения схемы к Т и П – образным формам.

Эквивалентные схемы основных электротехнических устройств часто представляются в виде четырехполюсников [1]. Поэтому, изучение основных уравнений четырехполюсников имеют важное практическое значение. Из теории электрических цепей известно, что существуют множество форм записи уравнений четырехполюсников.

В теории электрических сетей и систем наиболее часто пользуется Z – формой уравнений четырехполюсника, которая легко преобразуется в уравнения с обобщенными постоянными A , B , C , D [2].

Уравнения четырехполюсника, изображенного на рисунке 1, имеет вид [1, 2]:

$$\begin{cases} \dot{\underline{U}}_1 = Z_{11}J_1 + Z_{12}J_2 \\ \dot{\underline{U}}_2 = Z_{21}J_1 + Z_{22}J_2 \end{cases}, \quad (1)$$

или в матричной форме

$$\underline{U} = Z \cdot J, \quad (2)$$

где $Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$ – матрица постоянных параметров Z – формы уравнения

Известно что, в теории электрических цепей широко применяется метод системных функций, сущность которого заключается в определении отношения вынужденной реакций цепи к возмущению [3]. Если принимать в качестве возмущения воздействия задающих токов и в качестве реакций четырехполюсника на это возмущение его входные напряжения, то системные функции сопротивления могут быть найдены по формуле [2]. Отсюда и видно, что системные функции сопротивления четырехполюсника, как частный случай системных функций, совпадает с постоянными параметрами Z – формы уравнения.

Известные методы расчета непосредственно связаны с эквивалентными преобразованиями исходной схемы и приведением ее, в основном, к Т или П – образным формам [4].

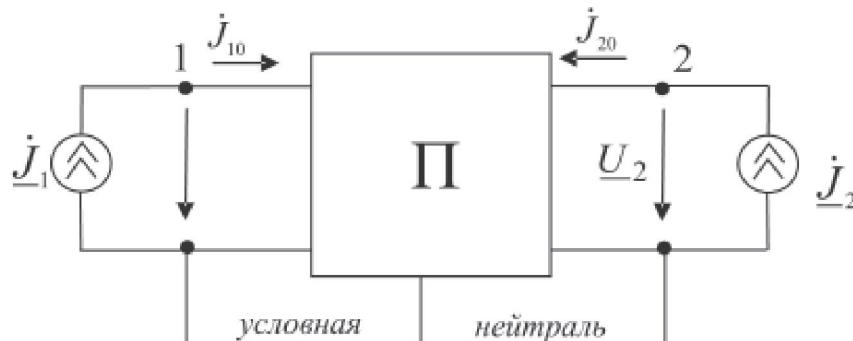


Рис. 1. Четырехполюсник

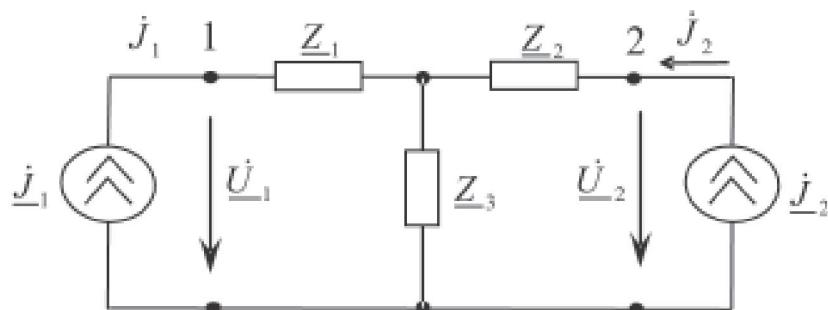


Рис. 2. Т – образная схема

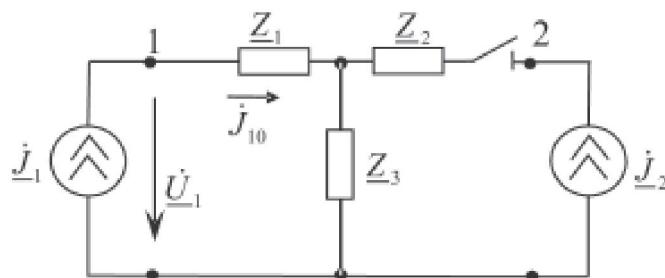


Рис. 3. Схема для расчета

В данной работе излагается методика, основанная на использовании коэффициентов токораспределения, позволяющая вычислить обобщенные параметры четырехполюсника без выполнения каких – либо преобразований исходной схемы.

Применение матриц коэффициентов токораспределения для расчета узловых сопротивлений сложной схемы рассмотрено в работе [5], где получена расчетная формула в виде:

$$Z = C' Z_b C, \quad (3)$$

где t – знак транспонирования матриц; Z_b – диагональная матрица сопротивления ветвей; C – матрица коэффициентов распределения узловых токов.

С целью обеспечения наглядности и простоты изложения начнем рассмотрения с простейших типовых схем по мере ее усложнения.

Для Т – образной схемы, изображенной на рисунке 2, матрица коэффициентов распределения задающих токов j_1 и j_2 определяется непосредственно по схеме и имеет вид [2]:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

Тогда матрица системных функций сопротивления Т – образной схемы, определяемая по формуле (3), запишется в виде

$$Z = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} Z_1 & & \\ & Z_2 & \\ & & Z_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

Нетрудно показать, что элементы матрицы системных функций сопротивления (5) являются значениями постоянных параметров в уравнении четырехполюсника. Для этой цели определим постоянные параметры четырехполюсника, исходя из условий физического толкования их элементов [3]. Например, для определения матричного уравнения (5) необходимо составить фиктивную схему для входного сопротивления со стороны входа 1 при разомкнутом входе 2, которая представлена на рисунке (3).

Для входного сопротивления схемы рисунка 3 соответствует выражение

$$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{j_{10}} = Z_1 + Z_3,$$

которое совпадает с первым элементом матрицы (5). Остальные элементы могут быть легко доказаны по изложенной методике.

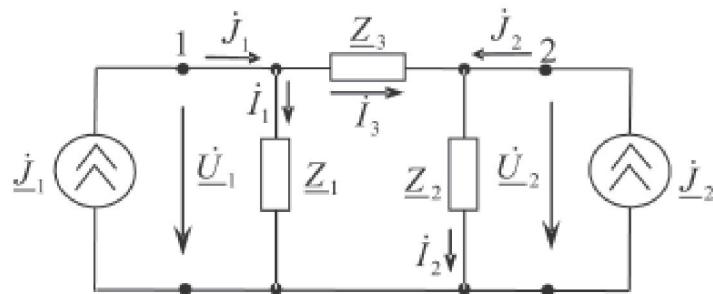


Рис. 4. П-образная схема

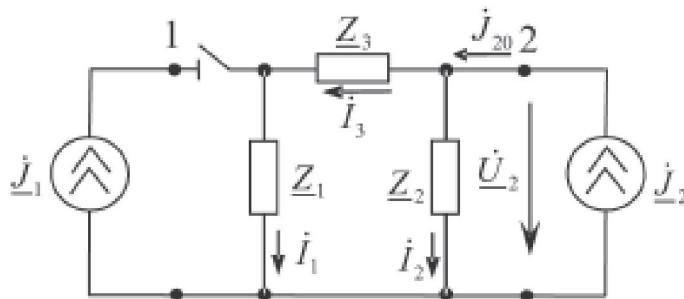


Рис. 5. Схема для расчета

Таким образом, можно утверждать, что матрица системных функций сопротивления, как частный случай системных функций, для Т – образной схемы четырехполюсника полностью совпадает с постоянными параметрами Z – формы уравнения.

П-образная схема четырехполюсника изображена на рисунке 4.

Матрица коэффициентов распределения задающих токов \underline{J}_1 и \underline{J}_2 в схеме, определяемая методом контурных токов, может быть записана в виде [6]:

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} -\frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} & -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где $\underline{Z}_k = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$.

Матрица системных функций сопротивления П – образной схемы равна:

$$\mathbf{Z} = \begin{vmatrix} -\frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} & -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 \end{vmatrix} *$$

$$* \begin{vmatrix} -\frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} & -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_k} & -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) & \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_k} \\ \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_k} & \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_k} \end{vmatrix}, \quad (7)$$

Справедливость расчетных выражений элементов матрицы (7) может быть проверена на основе физического толкования параметров, например, для элемента Z_{22} .

Для определения входного сопротивления Z_{22} со стороны входа 2 при разомкнутом входе 1 составляется схема, представленная на рисунке 5. по которой легко определяется расчетное выражение

$$Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{J}_{20}} = \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}, \quad (8)$$

что совпадает с соответствующим элементом матрицы (7).

Для передаточного сопротивления Z_{12} от входа 2 к входу 1 при разомкнутом входе 1 составляется схема (Рисунок 6)

Выражение для расчета передаточного сопротивления Z_{12} , определяемое по схеме рисунка 6, имеет вид

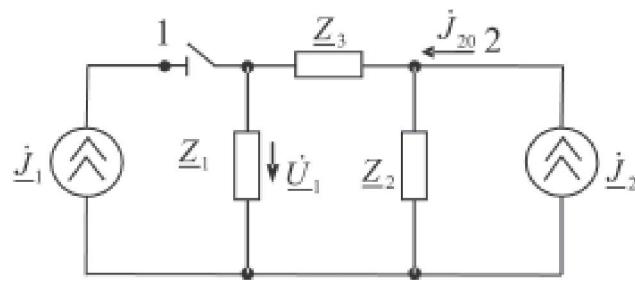


Рис. 6. Схема для расчета

$$\underline{Z}_{12} = \frac{U_1}{J_{20}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}, \quad (9)$$

которое также совпадает с соответствующим элементом матрицы системных функций сопротивления (7).

Остальные элементы матрицы (7) могут быть проверены по вышеизложенному подходу.

Независимо от сложности схемы пассивного четырехполюсника, его системные функции сопротивления могут быть выражены через натуральные параметры схемы, при известной матрице коэффициентов токораспределения в виде:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11} &= \sum_{j=1}^m C_{1j}^t \underline{Z}_j C_{j1} \\ \underline{Z}_{21} &= \sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1} \\ \underline{Z}_{22} &= \sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j2} \\ \underline{Z}_{12} &= \sum_{j=1}^m C_{1j}^t \underline{Z}_j C_{j2}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где m – количество ветвей схемы.

Обобщенные постоянные А – формы уравнения четырехполюсника, определяемые через постоянные Z – формы могут быть записаны в виде:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\sum_{j=1}^m C_{1j}^t \underline{Z}_j C_{j1}}{\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1}} \\ B &= \frac{\left(\sum_{j=1}^m C_{1j}^t \underline{Z}_j C_{j1} \right) \left(\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j2} \right) - \left(\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1} \right) \left(\sum_{j=1}^m C_{1j}^t \underline{Z}_j C_{j2} \right)}{\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1}} \\ C &= \frac{1}{\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1}} \\ D &= \frac{\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j2}}{\sum_{j=1}^m C_{2j}^t \underline{Z}_j C_{j1}} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

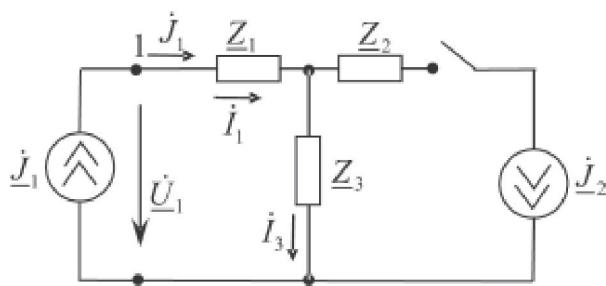


Рис. 7

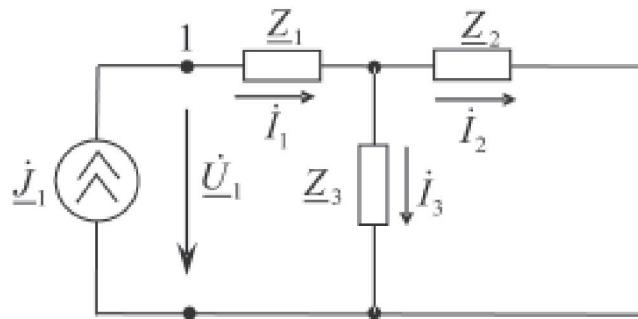


Рис. 8

Рассмотрим применение выражений (11) для определения обобщенных параметров Т - образной схемы четырехполюсника (рисунок 2), для которой известны коэффициенты токораспределения (4).

Учитывая, что $m=3$, для обобщенных параметров запишем:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{C'_{11}\underline{Z}_1 C_{11} + C'_{12}\underline{Z}_2 C_{21} + C'_{13}\underline{Z}_3 C_{31}}{C'_{21}\underline{Z}_1 C_{11} + C'_{22}\underline{Z}_2 C_{21} + C'_{23}\underline{Z}_3 C_{31}} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3} \\ B &= \frac{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)(C'_{21}\underline{Z}_1 C_{12} + C'_{22}\underline{Z}_2 C_{22} + C'_{23}\underline{Z}_3 C_{32}) - \underline{Z}_3(C'_{11}\underline{Z}_1 C_{12} + C'_{12}\underline{Z}_2 C_{22} + C'_{13}\underline{Z}_3 C_{32})}{\underline{Z}_3} \\ &= \frac{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{Z}_3^2}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3}; \quad C = \frac{1}{\underline{Z}_3}; \quad D = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3} \end{aligned} \right\},$$

С целью проверки правильности полученных аналитических выражений, для обобщенных параметров (A, B, C, D), определим их непосредственно по схеме:

1) по режиму холостого хода входа 2 (рисунок 7)

$$C = \left(\frac{J_2}{U_2} \right)_{J_2=0} = \frac{1}{\underline{Z}_3};$$

2) по режиму короткого замыкания входа 2 (рисунок 8)

$$B = \left(\frac{U_1}{J_2} \right)_{U_2=0} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3};$$

$$D = \left(\frac{J_1}{J_2} \right)_{U_2=0} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3}$$

Как видно, расчетные выражения, определенные на основе физического толкования обобщенных параметров, полностью совпадают с ранее полученными выражениями (12).

Выводы

1. Системные функции сопротивления, как частный случай системных функций, характеризуют постоянные параметры Z – формы уравнения.

2. Постоянные параметры Z – формы уравнений, без предварительного приведения схемы к Т и П – образным формам, могут быть определены на основе коэффициентов токораспределения в исходной схеме.

3. Обобщенные параметры A – формы уравнений могут быть выражены через коэффициенты токораспределения и определены независимо от сложности исходной схемы четырехполюсника.

4. Полученные аналитические выражения для обобщенных параметров четырехполюсника, позволяют их выразить через натуральные параметры исходной схемы электрической цепи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. М.: Энергия, 1965. 415с.
2. Веников В.А. Электрические системы. Математические задачи энергетики. М.: Энергия, 1971. 322с.
3. Толстов О.Г., Теврюков А.А. Теория электрических цепей. М.: Высшая школа, 1971. 295 с.
4. Максимович Н.Г. Линейные электрические цепи и их преобразование. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1961. 264с.
5. Ахметбаев Д.С. Расчет узловых сопротивлений сложной схемы электрической сети энергосистем // Энергетика и топливные ресурсы Казахстана. 2003. №10. С.75-76.
6. Ахметбаев Д.С. Математическое моделирование стационарных режимов электрических цепей // Вестник ПГУ. 2004. №2. С.108-114.

Резюме

Бұл жұмыста төртполюстіктердің жалпылама параметрлерін, электр ағындарының таралу коэффициенттерін пайдаланған жаңа әдістемесі және энергия жүйесіндегі электр желісінің жүктемелеріне анализ бергенде пайдаланатын төртполюстіктердің жалпы сипаттамасы берілген. Жүйелік функциялар әдістемесін пайдаланып, жүйелік кедергілер функциялары Z формалы өрнектердің жалпылама параметрлерін анықтайтын жүйелік функциялардың оқшау түрі екендігі көрсетілген.

Қарастырылып отырган әдістеменің мазмұнын жеңілдету үшін төртполюстіктердің қарапайым сызбаларынан бастап, оның күрделілеу түрлері қарастырылған. Алынған аналитикалық өрнектер таралу коэффициенттерін пайдаланып, Z және A түріндегі төртполюстіктердің кез келген сызбасының тендеулерінің жалпылама параметрлерін анықтауга мүмкіндік туады. Бұл жағдайда, сызбаларды алдын ала T және P түріне келтіруді көрек етпейді.

Summary

In this paper is given a new method for calculating the parameters of two distributions based on the use of distribution coefficients of the unit currents, as well as provides an overview to demonstrate how the analysis of two-mode electric power networks.

Using this method of system functions revealed that the system functions of resistance, as a special case of system functions, define the generalized parameters of Z -forms of two-port controls.

In order to ensure simplicity of presentation in examined method, were considered the scheme of two-port model from elementary, to the extent of its complexity. Obtained analytical expressions are based on the coefficients is produced that allows obtaining general parameters of Z and A -forms of government schemes of arbitrary two-port configuration. In this case it's no need to bring the scheme to the T and P -shaped forms.

УДК 621.311.3

РГКП «Межрегиональный профессиональный центр по подготовке и переподготовке кадров технического и обслуживающего труда для топливно - энергетической отрасли»,
г. Экибастуз

Поступила 10.10.09 г.