УДК 624.131+539.215

Ш.АЛТЫНБЕКОВ

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ ТЕОРИИ КОНСОЛИДАЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ ПО ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛЗУЧЕСТИ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ НДС СРЕДЫ

Приведены решения одномерной, плоской и пространственной краевой задачи фильтрационной теории консолидации анизотропных по водопроницаемости неоднородных грунтов при деформации ползучести, зависящим от НДС среды.

Введение

Поведение неоднородных грунтов в области нелинейной ползучести весьма сложно и изучено недостаточно полно, требует дальнейших теоретических и экспериментальных исследований. Существующая функция, характеризующая изменение ползучести скелета грунта, не дает возможности реально охарактеризовать поведение неоднородных грунтов в области нелинейной ползучести. При больших напряжениях эта функция зависит от НДС среды [1,2]. В свою очередь, при определении НДС грунтовых сред, как нам известно, существенную роль играет их возраст и старение скелета [3,4]. Поэтому решение задачи консолидации неоднородных грунтов, неоднородность которых обусловлена переменностью возраста их скелета в зависимости от пространственных координат при деформации ползучести, зависящим от НДС среды, является одной из актуальных задач механики грунтов.

Постановка задачи

Рассмотрим процесс уплотнения массива неоднородного грунта под действием распределенной нагрузки с интенсивностью q(t). Для изучения этого процесса допустим, что функция, характеризующая изменение деформации ползучести скелета грунта, описывается выражением [1-4]:

$$C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),\theta(\tau)) = \psi(\tau+\rho(x),\theta(\tau))\cdot\left(1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}\right)+ \varphi(\tau+\rho(x),\theta(\tau))-\psi(\tau+\rho(x),\theta(\tau))\cdot\left(1-e^{-\gamma_2(t-\tau)}\right), \quad (1)$$

$$\varphi(\tau+\rho(x),\theta(\tau)) = C_0+\frac{A_0}{(\tau+\rho(x))^k+D_0\theta(\tau)+B_0},$$

$$\psi(\tau+\rho(x),\theta(\tau)) = C_1+\frac{A_1}{(\tau+\rho(x))^k+D_1\theta(\tau)+B_1}.$$

Здесь $C_0>C_1$, $A_0>A_1$, $B_0<B_1$, $D_0(A_0-1)>D_1(A_1-1)$, $R>0$, γ_1, γ_2 – постоянные величины, определяемые из опыта. Функция $\rho(x)$, характеризующая закон изменения возраста материала в стареющей упругоползучей среде в зависимости от координат, аппроксимирована одним из выражений [4,5]

$$\rho(x)=\rho(x_n)=\tau_1(x_n(\tau))-\tau_1(0)=\frac{\alpha_1}{h\dfrac{\tau_{\max}^{k_1}-\tau^{k_1}}{\tau_{\max}^{k_1}-\tau_{\min}^{k_1}}-\alpha_2}+\frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

$$k_1>0,$$

$$x_n(\tau)=h\frac{\tau_{\max}^{k_1}-\tau^{k_1}}{\tau_{\max}^{k_1}-\tau_{\min}^{k_1}}=\begin{cases}0 & при\ \ \tau=\tau_{\max},\\ h & при\ \ \tau=\tau_{\min},\end{cases}$$

$$\rho(x_n)=\begin{cases}0 & при\ \ \tau=\tau_{\max},\\ \dfrac{\alpha_1}{h-\alpha_2}+\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} & при\ \ \tau=\tau_{\min},\ \ \alpha_1\ge 1,\ 0<\alpha_2<h.\end{cases}$$

$$\rho(x)=\rho(x_n)=\tau_1(x_n(\tau))-\tau_1(0)=\frac{\alpha_1}{h\dfrac{e^{\tau_{\max}}-e^{\tau}}{e^{\tau_{\max}}-e^{\tau_{\min}}}-\alpha_2}+\frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

$$x_n(\tau)=h\frac{e^{\tau_{\max}}-e^{\tau}}{e^{\tau_{\max}}-e^{\tau_{\min}}}=\begin{cases}0 & при\ \ \tau=\tau_{\max},\\ h & при\ \ \tau=\tau_{\min},\end{cases}$$

$$\rho(x)=\rho(x_n)=\tau_1(x_n(\tau))-\tau_1(0)=\frac{\alpha_1}{h\dfrac{\ln(\tau_{\max})-\ln(\tau)}{\ln(\tau_{\max})-\ln(\tau_{\min})}-\alpha_2}+\frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

$$x_n(\tau)=h\frac{\ln(\tau_{\max})-\ln(\tau)}{\ln(\tau_{\max})-\ln(\tau_{\min})}=\begin{cases}0 & при\ \ \tau=\tau_{\max},\\ h & при\ \ \tau=\tau_{\min}.\end{cases}$$

Тогда, согласно [6-9], основное уравнение состояния скелета грунта можно представить так:

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_0-\frac{1}{1+(n-1)\xi_0}$$

$$\left\{a_0(\tau+\rho(x))\theta(\tau)-\int_{\tau_1}^{t}\theta(\tau)K(\tau+\rho(x),\theta(\tau))d\tau\right\}, \qquad (2)$$

$$K(\tau+\rho(x),\theta(\tau))=\frac{\partial a_0(\tau+\rho(x))}{\partial\tau}+$$

$$+\frac{f(\tau+\rho(x),\theta(\tau))}{\theta(\tau)}\cdot\frac{\partial C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),\theta(\tau))}{\partial\tau}.$$

Здесь функция $f(\tau+\rho(x),\theta(\tau))$ представлена в следующем виде [7,8]:

$$f(\tau+\rho(x),\theta(\tau))=\alpha_3(\tau+\rho(x))\theta(\tau)+\alpha_4(\tau+\rho(x))\theta^m(\tau),$$

$$m>1,$$

$$\alpha_3(\tau+\rho(x))=\alpha_{30}+\frac{\alpha_{31}}{(\tau+\rho(x))^k+\alpha_{32}},$$

$$\alpha_4(\tau+\rho(x))=\alpha_{40}+\frac{\alpha_{41}}{(\tau+\rho(x))^k+\alpha_{42}},\quad k>0.$$

Имея в виду (1), присоединяя к (2) основное уравнение фильтрационной теории консолидации трехкомпонентных грунтов [9]

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\beta_v(t+\rho(x))\gamma\frac{\partial H}{\partial t}=(1+\varepsilon_{cp})L(H) \qquad (3)$$

и условия В.А.Флорина [9]

$$\theta(t)=n\gamma\left(\theta_0^*/n\gamma+H_0^*-H\right),$$

получаем интегродифференциальное уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial H}{\partial t}=C_{vn}(t+\rho(x))L(H)-C_{1n}(t+\rho(x))\times$$

$$\times\left\{\int_{\tau_1}^{t}f\left(\tau+\rho(x),H^m\right)K_1(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H)d\tau\right\}+$$

$$+f\left(\tau+\rho(x),H^m\right)K_2(t+\rho(x),t+\rho(x),H)+$$

$$+C_{2n}(t+\rho(x)), \qquad (4)$$

$$K_1(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H)}{\partial\tau}\right),$$

$$K_2(t+\rho(x),t+\rho(x),H)=\left(\frac{\partial C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H)}{\partial\tau}\right)\Bigg|_{\tau=t},$$

где $C_{vn}(t+\rho(x))$, $C_{1n}(t+\rho(x))$, $C_{2n}(t+\rho(x))$ – непрерывные положительные функции; n – число измерений рассматриваемой задачи. Оператор L в (3) и (4) является дифференциальным оператором второго порядка, т.е.

$$L=\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(K_{\Phi\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\right).$$

Сформулируем исходную задачу: найти непрерывное в области $(x,t)\in Q=G_1\times(\tau_1,T)$ решение $H(x,t)$ уравнения (4), удовлетворяющее начальным условиям

$$H(x,\tau_1)=\frac{1}{\omega_0}\left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma}+H_0^*\right),\quad x\in G \qquad (5)$$

и граничным условиям

$$\mp h_\alpha^{(S)}\frac{\partial H}{\partial n}+h_\alpha^{(S+1)}H\big|_\Gamma=\psi(x,t)\big|_\Gamma,\quad (x,t)\in\Gamma\times[\tau_1,T], \qquad (6)$$

$$s=1,2,\ldots,n;\quad \alpha=1,2,\ldots,n.$$

Здесь $\psi(x,t)$ – функция, характеризующая напор некоторого водоносного слоя, примыкающему к рассматриваемому участку, согласно работ [1,3,10], представлена одним из выражений:

$$\psi(x_1,x_2,x_3,t)=\left(\alpha_1^{(1)}x_1+\beta_1^{(1)}\right)\cdot\psi_1(x_2,x_3,t)+$$

$$+\left(\alpha_2^{(1)}x_1+\beta_2^{(1)}\right)\cdot\psi_2(x_2,x_3,t)+$$

$$+\left(\alpha_1^{(2)}x_2+\beta_1^{(2)}\right)\cdot\psi_3(x_1,x_3,t)+\left(\alpha_2^{(2)}x_2+\beta_2^{(2)}\right)\cdot\psi_4(x_1,x_3,t)+$$

$$+\left(\alpha_1^{(3)}x_3+\beta_1^{(3)}\right)\cdot\psi_5(x_1,x_2,t)+$$

$$+\left(\alpha_2^{(3)}x_3+\beta_2^{(3)}\right)\cdot\psi_6(x_1,x_2,t) \qquad (7)$$

$$\alpha_1^{(1)}=\frac{h_1^{(4)}}{h_1^*},\quad \beta_1^{(1)}=-\frac{h_1^{(3)}+\ell_1h_1^{(4)}}{h_1^*},\quad \alpha_2^{(1)}=\frac{h_1^{(2)}}{h_1^*},$$

$$\beta_2^{(1)}=\frac{h_1^{(1)}+\ell_1h_1^{(2)}}{h_1^*},$$

$$\alpha_1^{(2)}=\frac{h_2^{(4)}}{h_2^*},\quad \beta_1^{(2)}=-\frac{h_2^{(3)}+\ell_2h_2^{(4)}}{h_2^*},\quad \alpha_2^{(2)}=\frac{h_2^{(2)}}{h_2^*},$$

$$\beta_2^{(2)}=\frac{h_2^{(1)}+\ell_2h_2^{(2)}}{h_2^*},$$

$$\alpha_1^{(3)}=\frac{h_3^{(4)}}{h_3^*},\quad \beta_1^{(3)}=-\frac{h_3^{(3)}+h\cdot h_3^{(4)}}{h_3^*},\quad \alpha_2^{(3)}=\frac{h_3^{(2)}}{h_3^*},$$

$$\beta_2^{(3)}=\frac{h_3^{(1)}}{h_3^*},$$

$$h_1^* = h_1^{(2)} h_1^{(3)} + 2h_1^{(2)} h_1^{(4)} \ell_1 + h_1^{(1)} h_1^{(4)},$$

$$h_2^* = h_2^{(2)} h_2^{(3)} + 2h_2^{(2)} h_2^{(4)} \ell_2 + h_2^{(1)} h_2^{(4)},$$

$$h_3^* = h_3^{(2)} h_3^{(3)} + h_3^{(2)} h_3^{(4)} h + h_3^{(1)} h_3^{(4)};$$

$$\psi(x_1, x_2, x_3, t) =$$

$$= \alpha_1^{(1)} \left(\ell_1 - x_1\right)^{n_1} \cdot \psi_1(x_2, x_3, t) + \alpha_2^{(1)} \left(\ell_1 - x_1\right)^{n_2} \cdot \psi_2(x_2, x_3, t) +$$

$$+ \alpha_1^{(2)} \left(\ell_2 - x_2\right)^{n_3} \cdot \psi_3(x_1, x_3, t) + \alpha_2^{(2)} \left(\ell_2 - x_2\right)^{n_4} \cdot \psi_4(x_1, x_3, t) +$$

$$+ \alpha_1^{(3)} \left(h - x_3\right)^{n_5} \cdot \psi_5(x_1, x_2, t) + \alpha_2^{(3)} x_3^{n_6} \cdot \psi_6(x_1, x_2, t),$$

$$n_i \geq 2, \; i = 1,2,\ldots,6, \qquad (8)$$

$$\alpha_1^{(1)} = -1 \Big/ \left(h_1^{(1)} n_1 (2\ell_1)^{n_1 - 1} + h_1^{(2)} (2\ell_1)^{n_1}\right),$$

$$\alpha_2^{(1)} = 1 \Big/ \left(h_1^{(3)} n_2 (2\ell_1)^{n_2 - 1} + h_1^{(4)} (2\ell_1)^{n_2}\right),$$

$$\alpha_1^{(2)} = -1 \Big/ \left(h_2^{(1)} n_3 (2\ell_2)^{n_3 - 1} + h_2^{(2)} (2\ell_2)^{n_3}\right),$$

$$\alpha_2^{(2)} = 1 \Big/ \left(h_2^{(3)} n_4 (2\ell_2)^{n_4 - 1} + h_2^{(4)} (2\ell_2)^{n_4}\right),$$

$$\alpha_1^{(3)} = -1 \Big/ \left(h_3^{(1)} n_5 h^{n_5 - 1} + h_3^{(2)} h^{n_5}\right),$$

$$\alpha_2^{(3)} = 1 \Big/ \left(h_3^{(3)} n_6 h^{n_6 - 1} + h_3^{(4)} h^{n_6}\right).$$

В качестве функций $\psi_1(x_2, x_3, t)$, $\psi_2(x_2, x_3, t)$, $\psi_3(x_1, x_3, t)$, $\psi_4(x_1, x_3, t)$, $\psi_5(x_1, x_2, t)$, $\psi_6(x_1, x_2, t)$ в (7) и (8) берем следующие зависимости [11]:

$$\psi_1(x_2, x_3, t) = \varphi_1(t) \cdot \left(\ell_2^2 - x_2^2\right)^{n_1} f_1(x_2) x_3^{m_1} (h - x_3)^{k_1} f_1^*(x_3),$$

$$\psi_2(x_2, x_3, t) = \varphi_2(t) \cdot \left(\ell_2^2 - x_2^2\right)^{n_2} f_2(x_2) x_3^{m_2} (h - x_3)^{k_2} f_2^*(x_3),$$

$$\psi_3(x_1, x_3, t) = \varphi_3(t) \cdot \left(\ell_1^2 - x_1^2\right)^{n_3} f_3(x_1) x_3^{m_3} (h - x_3)^{k_3} f_3^*(x_3),$$

$$\psi_4(x_1, x_3, t) = \varphi_4(t) \cdot \left(\ell_1^2 - x_1^2\right)^{n_4} f_4(x_1) x_3^{m_4} (h - x_3)^{k_4} f_4^*(x_3),$$

$$\psi_5(x_1, x_2, t) = \varphi_5(t) \cdot \left(\ell_1^2 - x_1^2\right)^{n_5} f_5(x_1) (\ell_2^2 - x_2^2)^{m_5} f_5^*(x_2),$$

$$\psi_6(x_1, x_2, t) = \varphi_6(t) \cdot \left(\ell_1^2 - x_1^2\right)^{n_6} f_6(x_1) (\ell_2^2 - x_2^2)^{m_6} f_6^*(x_2),$$

где $n_i \geq 2$, $m_i \geq 2$, $k_j \geq 2$, $\varphi_i(t)$, $f_i(x)$, $f_i^*(x)$ ($i = 1,2,\ldots,6$; $j = 1,2,3,4$) – заданные параметры и непрерывные функции в пространстве $L_2(G, \rho)$.

Метод и решение задачи

Введем новую неизвестную функцию $\vartheta(x,t)$

$$H(x,t) = \psi(x,t) + \vartheta(x,t), \qquad (9)$$

представляющую собой отклонение от известной функции $\psi(x,t)$. Эта неизвестная функция $\vartheta(x,t)$ будет определяться как решение уравнения

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = C_{vn}(t) L(\vartheta) - C_{1n}(t) \times$$

$$\times \left\{ \int_{\tau_1}^{t} f\left(\tau + \rho(x), \vartheta^m\right) K_1\left(t + \rho(x), \tau + \rho(x), \vartheta\right) d\tau \right\} +$$

$$+ f\left(\tau + \rho(x), \vartheta^m\right) K_2\left(t + \rho(x), \tau + \rho(x), \vartheta\right) +$$

$$+ C_{2n}(t + \rho(x)) \qquad (10)$$

с однородными граничными условиями

$$\mp h_\alpha^{(S)} \frac{\partial \vartheta}{\partial n} + h_\alpha^{(S+1)} \vartheta\big|_\Gamma = 0,$$

$$(x,t) \in \Gamma \times [\tau_1, T]. \qquad (11)$$

При этом начальное условие (5) будет выглядеть следующим образом

$$\vartheta(x, \tau_1) = H(x, \tau_1) - \psi(x, \tau_1), \quad x \in G. \qquad (12)$$

Согласно методу итерации, обоснованной в работе [12], перепишем задачу (10)-(12) в виде

$$\frac{\partial \vartheta_k}{\partial t} = C_{vn}(t) L(\vartheta_k) + D_n(x, t, \vartheta_{k-1}), \; (x,t) \in Q, \qquad (13)$$

$$\vartheta_k(x, \tau_1) = \left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma} + H_0^*\right) \Big/ \omega_0 - \psi(x, \tau_1), \quad x \in G, \qquad (14)$$

$$\mp h_\alpha^{(S)} \frac{\partial \vartheta_k}{\partial n} + h_\alpha^{(S+1)} \vartheta_k\big|_\Gamma = 0, \quad (x,t) \in \Gamma \times [\tau_1, T],$$

$$k = 1,2,\ldots. \qquad (15)$$

При каждом $t > 0$ разложим решение $\vartheta_k(x,t)$ задачи (13)-(15) в ряд Фурье по собственным функциям $\{X_\nu\}$ оператора L:

$$\vartheta_k(x,t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} T_\nu(t) X_\nu(x), \quad T_\nu(t) = \left(\vartheta_k, X_\nu\right)_\rho. \qquad (16)$$

Коэффициенты $T_\nu(t)$ выберем так, чтобы ряд (16) формально удовлетворял начальным условиям (14)

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} T_\nu(\tau_1) X_\nu(x) = \left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma} + H_0^*\right) \Big/ \omega_0 - \psi(x, \tau_1) = \vartheta_{k0}(x).$$

Откуда в силу полноты ортонормальной системы $\{X_\nu\}$ в $L_2(G, \rho)$

$$T_\nu(\tau_1) = \left(\vartheta_{k0}, X_\nu\right)_\rho = \int_G \rho \vartheta_{k0} X_\nu dx. \qquad (17)$$

Составим дифференциальное уравнение для функции T_ν. Умножая скалярно уравнение (13) на X_ν и произведя формальные выкладки, получаем

$$\int_G \rho \frac{\partial \vartheta_k}{\partial t} X_\nu dx = \frac{d}{dt}\int_G \rho \vartheta_k X_\nu dx = \frac{d}{dt}\left(\vartheta_k, X_\nu\right)_\rho =$$

$$= -\left(L\vartheta_k, X_\nu\right) + \left(D_n, X_\nu\right) = -\left(\vartheta_k, LX_\nu\right) + \left(D_n, X_\nu\right) = -\lambda_\nu\left(\vartheta_k, X_\nu\right)_\rho + \left(D_n, X_\nu\right)$$

т.е. в силу (16)

$$T'_\nu(t) + C_{\nu n}(t)T_\nu(t) = \Phi_\nu(t), \quad \nu = 1,2,3,\ldots \tag{18}$$

где

$$\Phi_\nu(t) = \left(D_n, X_\nu\right) = \int_G D_n(x,t)X_\nu(x)dx.$$

Решая задачу Коши для уравнения (18) с начальными условиями (18), имеем

$$T_\nu(t) = \left\{\int \Phi_\nu(t)\, e^{\int C_{\nu n}(t)dt} dt + C_\nu\right\} \cdot e^{-\int C_{\nu n}(t)dt},$$

$$\nu = 1,2,3,\ldots. \tag{19}$$

Подставив выражение (19) в ряд (16), получим решение задачи (13)-(15)

$$\vartheta_k(x,t) = \sum_{\nu=1}^{\infty}\left\{\left[\int \Phi_\nu(t)\, e^{\int C_{\nu n}(t)dt} dt + C_\nu\right]\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\, e^{-\int C_{\nu n}(t)dt}\right\} X_\nu(x), \tag{20}$$

Собственные функции $\{X_\nu\}$ оператора L в зависимости от коэффициентов фильтрации $K_\alpha(x_\alpha)$ будут различными. Пусть $K_\alpha = K_\alpha(x_\alpha) = a_\alpha x_\alpha^2 + b_\alpha x_\alpha + c_\alpha$ $(\alpha = 1,2,\ldots,n)$ – полиномы второй степени и корни этих полиномов различны, т.е. $x_{\alpha 1} \neq x_{\alpha 2}$. Тогда эти функции имеют вид:

$$X_\nu(x) = G_{1i_1}\left(\alpha_{1i_1}; \frac{x_1 - x_{11}}{x_{12} - x_{11}}\right), \quad \nu = (i_1), \quad i_1 = 1,2,3,\ldots,$$

$$G = (0 < x_1 < h) \tag{21}$$

– для одномерной задачи;

$$X_\nu(x) = G_{1i_1}\left(\alpha_{1i_1}; \frac{x_1 - x_{11}}{x_{12} - x_{11}}\right)\cdot G_{2i_2}\left(\alpha_{2i_2}; \frac{x_2 - x_{21}}{x_{22} - x_{21}}\right),$$

$$\nu = (i_1, i_2), \; i_1, i_2 = 1,2,3,\ldots, \tag{22}$$

$$G = (-\ell_1 < x_1 < \ell_1; \; 0 < x_2 < h)$$

– для плоской задачи;

$$X_\nu(x) = G_{1i_1}\left(\alpha_{1i_1}; \frac{x_1 - x_{11}}{x_{12} - x_{11}}\right)\cdot G_{2i_2}\left(\alpha_{2i_2}; \frac{x_2 - x_{21}}{x_{22} - x_{21}}\right)\cdot$$

$$\cdot\, G_{3i_3}\left(\alpha_{3i_3}; \frac{x_3 - x_{31}}{x_{32} - x_{31}}\right), \tag{23}$$

$$\nu = (i_1, i_2, i_3), \quad i_1, i_2, i_3 = 1,2,3,\ldots,$$

$$G = (-\ell_1 < x_1 < \ell_2; \; -\ell_2 < x_2 < \ell_2; \; 0 < x_3 < h)$$

– для пространственной задачи.

Здесь $G_\alpha(x)$ – комбинация гипергеометрических функций; $\alpha_{n\alpha}$ – множество вещественных корней уравнения, составленного из комбинаций этих гипергеометрических функций, удовлетворяющих условиям (15).

Пусть теперь $K_\alpha(x_\alpha) = K_{0\alpha}(K_{\alpha 1}x_\alpha + K_{\alpha 2})^{K_{\alpha 3}}$, $\alpha = 1,2,\ldots,n$. Тогда собственные функции $\{X_\nu\}$ оператора L имеют вид:

$$X_\nu(x) = (K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2}} V_{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2-K_{13}}}$$

$$\left(\lambda_{1i_1}(K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{K_{13}-2}{2}}\right), \nu = (i_1), \; i_1 = 1,2,3,\ldots, \tag{24}$$

– для одномерной задачи;

$$X_\nu(x) = (K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2}} V_{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2-K_{13}}}\Bigg|$$

$$\left(\lambda_{1i_1}(K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{K_{13}-2}{2}}\right)\times$$

$$\times (K_{21}x_2 + K_{22})^{\frac{1-K_{02}K_{21}K_{23}}{2}} V_{\frac{1-K_{02}K_{21}K_{23}}{2-K_{23}}}\Bigg|,$$

$$\left(\sqrt{\lambda_{2i_2}^2 - \lambda_{1i_1}^2}\,(K_{21}x_2 + K_{22})^{\frac{K_{23}-2}{2}}\right) \tag{25}$$

$$\nu = (i_1, i_2), \quad i_1, i_2 = 1,2,3,\ldots,$$

– для плоской задачи;

$$X_\nu(x) = (K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2}} V_{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2-K_{13}}}$$

$$\left(\lambda_{1i_1}(K_{11}x_1 + K_{12})^{\frac{K_{13}-2}{2}}\right)\times$$

$$\times\left(K_{21}x_2+K_{22}\right)^{\frac{1-K_{02}K_{21}K_{23}}{2}} V_{\frac{1-K_{01}K_{11}K_{13}}{2-K_{23}}}$$

$$\left(\lambda_{2i_2}\left(K_{21}x_2+K_{22}\right)^{\frac{K_{23}-2}{2}}\right)\times$$

$$\times\left(K_{31}x_3+K_{32}\right)^{\frac{1-K_{03}K_{31}K_{33}}{2}} V_{\frac{1-K_{03}K_{31}K_{33}}{2-K_{33}}}$$

$$\left(\sqrt{\lambda^2_{i_1i_2i_3}-(\lambda^2_{1i_1}+\lambda^2_{2i_2})}\ \left(K_{31}x_3+K_{32}\right)^{\frac{K_{13}-2}{2}}\right)$$

$$\nu=(i_1,i_2,i_3),\ i_1,i_2,i_3=1,2,3,\ldots, \qquad (26)$$

– для пространственной задачи;

где $V_{\frac{1-K_{02}K_{21}K_{23}}{2-K_{23}}}(x_\alpha)$ – цилиндрические функции;

$\lambda_{1i_1},\lambda_{2i_2},\lambda_{i_1i_2i_3}$ – положительные корни уравнения, составленного на основе граничных условий (6) из комбинаций этих цилиндрических функций.

Имея в виду (21)-(26), (20), (9) и (7) (или (8)), нетрудно записать решения задачи (4)-(6).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гольдин А.Л.* Ползучесть связного грунта в условиях сложного напряженного состояния //Тр. к VII Межд. Конгрессу механики грунтов и фундаментостроению.–М.: Стройиздат, 1969.–С.12-18.

2. *Горелик Л.В.* Расчеты консолидации оснований и плотин из грунтовых материалов.–Л.: Энергия, 1975.–153 с.

3. *Ширинкулов Т.Ш., Дасибеков А.Д., Алтынбеков Ш., Культурсынов Ж.К.* Задачи нелинейной теории механики неоднородных наследственно стареющих грунтов с граничными условиями третьего рода //Сб. трудов республ. научной конф. «Актуальные проблемы механики контактного взаимодействия».–Самарканд, 1997.–С.20-22.

4. *Алтынбеков Ш.* Об одной пространственной задаче консолидации неоднородных наследственно стареющих грунтов //Наука и образование Южного Казахстана. Сер.: Механика и машиностроение; Строительство и строительные материалы.–1998, №4 (11).–С.38-42.

5. *Алтынбеков Ш.* Об одной многопараметрической математической модели процесса консолидации грунтов // Тр. 1-го Центрально-Азиатского геотехнического симпозиума.–Астана, 2000.–Т.1.–С.116-118.

6. *Алтынбеков Ш.* Об одной многопараметрической математической модели возникающей в механике грунтов //Мат. межд. научной конф. «Проблемы прикладной математики».–Шымкент, 2006.–С.26-27.

7. *Алтынбеков Ш., Ниязымбетов А.Д.* К решению задач консолидации неоднородных грунтов, неоднородность которых обусловлена переменностью возраста их скелета в зависимости от пространственных кординат //Вестник КазНУ. Сер. матем., механ. наук.–2004, №2 (41).–С.70-74.

8. *Арутюнян Н.Х.* Некоторые вопросы теории ползучести.–М.-Л.: Гостехтеориздат, 1952.–323 с.

9. *Месчян С.Р.* Ползучесть глинистых грунтов.–Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1967.–318с.

10. *Месчян С.Р.* Экспериментальная реология глинистых грунтов.–М.: Недра, 1985.–342с. .

11. *Флорин В.А.* Основы механики грунтов.–М.: Стройиздат, 1961.–543 с.

12. *Алтынбеков Ш.* Задачи консолидации неоднородных грунтов с граничными условиями третьего рода //Тр. межд. научно-теорет. и научно-метод. конф. «Наука и образование -97», посвящ. 1500-летию г. Туркестана и 60-летию института.–Шымкент, 1997.–С.122-128.

13. *Алтынбеков Ш.* Об одной задаче нелинейной теории консолидации неоднородных наследственно стареющих грунтов //Узб. журнал «Проблемы механики».–1999, №1.–С.3-9.

Резюме

Су өткізгіштігі бойынша анизотропты өртекті топырақтардың фильтрациялық консолидация теориясының бір өлшемді, екі өлшемді және үш өлшемді есептері ортаның кернеулі деформация күйіне тәуелді жылжи деформация өсерінде шешілген және келтірілген.

Summary

The solutions of singlemeasured and space regional tasks of filteration consolidation theory of anizotropps in waterpermeobility of nonhomogeneous soil in creeping deformation depending on strained deformated condition surrounding is considered in this article.

Шымкентский институт
Международного Казахско-Турецкого
университета им. Х.А.Ясави

Поступила 03.03.08