УДК 533.9

Ю. В. АРХИПОВ[1], А. Е. ДАВЛЕТОВ[1], Е. Б. ЖАНКАРАШЕВ[1], И. М. ТКАЧЕНКО[2]

ФУНКЦИЯ ПОТЕРЬ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕРМИНА

[1]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан
[2]Валенсийский политехнический университет, г. Валенсия, Испания

В работе рассматривается однокомпонентная плазма, в которой существенную роль играют столкновения между частицами. Найдено аналитическое выражение для диэлектрической функции в приближении хаотических фаз, справедливое во всей верхней полуплоскости комплексного аргумента частоты. Полученное выражение использовано для вычисления функции потерь столкновительной плазмы путем прямого использования формулы Мермина.

Введение. Возможные пути построения диэлектрической функции $\varepsilon(k,\omega)$ или обратной диэлектрической функции $\varepsilon^{-1}(k,\omega)$ широко обсуждаются в современной литературе по физике плазмы, так как она определяет функцию поляризационных потерь ионов, движущихся в плазменной среде [1]. При этом известно, что как прямая, так и обратная диэлектрические функции должны удовлетворять правилам сумм и некоторым точным соотношениям, играющим роль дополнительных законов сохранения [2].

Изучение аналитических свойств обратной диэлектрической функции началось с получения выражения в приближении хаотических фаз и его обобщения в длинноволновом случае, известном как модель Друде-Лоренца. В дальнейшем Мермин [3] обобщил эти результаты на случай столкновительной однокомпонентной плазмы таким образом, чтобы полученная диэлектрическая функция удовлетворяла закону сохранения числа частиц, т.е. второму правилу сумм.

Данная работа посвящена получению выражения для диэлектрической функции в приближении хаотических фаз, справедливом во всей верхней полуплоскости с дальнейшим применением формулы Мермина.

1. Параметры системы. Для описания однокомпонентной плазмы удобно пользоваться безразмерными величинами, однозначно характеризующими ее состояние. Среднее межэлектронное расстояние равно

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}, \tag{1}$$

а безразмерный параметр связи

$$\Gamma = \frac{e^2}{a k_B T}, \tag{2}$$

где n – концентрация электронов; T – температура плазмы; k_B – постоянная Больцмана; $(-e)$ – заряд электрона.

Параметр связи Г представляет собой отношение средней потенциальной энергии кулоновского взаимодействия ионов в плазме к их средней кинетической энергии теплового движения. При этом случаю $\Gamma \le 1$ соответствует слабосвязанная плазма, в которой кулоновское взаимодействие может быть учтено обычными методами теории возмущений, а для сильно связанной плазмы $\Gamma > 1$.

Введем также параметр вырождения

$$\Theta = \frac{1}{D} = \frac{k_B T}{E_F} = 2\left(\frac{4}{9\pi}\right)^{2/3} Z^{5/3} \frac{r_s}{\Gamma}. \tag{3}$$

Здесь $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m_e$ – энергия Ферми, $\hbar$ – постоянная Планка, $k_F = \left(3\pi^2 n\right)^{1/3}$ – волновое число уровня Ферми, $r_s = \dfrac{a}{a_0}$, $a_0 = \hbar^2 / m_e e^2$ – первый боровский радиус, m_e – масса электрона.

Случаю полного вырождения ионов соответствует $\Theta \ll 1$ ($D \gg 1$), а при $\Theta \gg 1$ ($D \ll 1$) ионный газ описывается максвелловской функцией распределения.

2. Диэлектрическая функция в приближении хаотических фаз. Линдхардом [1] было предложено следующее выражение для диэлектрической функции в приближении хаотических фаз

$$\varepsilon_{RPA}(\mathbf{k},\omega)=1+\frac{4\pi e^2}{k^2}\Pi(\mathbf{k},\omega), \tag{4}$$

где $\Pi(\mathbf{k},\omega)$ представляет собой функцию поляризации, которая вычисляется так:

$$\Pi(\mathbf{k},\omega)=2\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\frac{f_{FD}(\mathbf{p}+\mathbf{k})-f_{FD}(\mathbf{p})}{\hbar\omega-\mathrm{E}(\mathbf{p}+\mathbf{k})+\mathrm{E}(\mathbf{p})}, \tag{5}$$

где $E(\mathbf{k})=\hbar^2k^2/2m_e$, f_{FD} – это распределение Ферми-Дирака, имеющее следующий вид

$$f_{FD}(\mathbf{k})=\frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{E(\mathbf{k})-\mu}{k_BT}\right)}, \tag{6}$$

а μ – так называемый химический потенциал системы, определяющийся путем решения нормировочного уравнения

$$\frac{2}{3}D^{3/2}=F_{1/2}(\mu/k_BT)=\int_0^\infty\frac{x^{1/2}}{1+\exp(x-\mu/k_BT)}dx\cdot \tag{7}$$

Ариста и Брандт провели вычисления по формулам (4) и (5) и получили выражения, справедливые для частот ω, лежащих на действительной оси [4]. Для применения приближения Мермина представляется важным получение аналитического выражения для диэлектрической функции, справедливого во всей верхней полуплоскости. Последовательное интегрирование в (5) позволяет получить следующее выражение

$$\begin{aligned}\varepsilon_{RPA}(\mathbf{k},\omega)&=1+\frac{4\pi e^2}{\kappa^2}\Pi(\mathbf{k},\omega)=1+\frac{4\pi^2}{k^3}\frac{2mk_F^2}{(2\pi\hbar)^2}\left[G\left(\frac{\omega}{k\upsilon_F}+\frac{k}{2k_F}\right)-G\left(\frac{\omega}{k\upsilon_F}-\frac{k}{2k_F}\right)\right]=\\&=1+\frac{1}{4\pi a_0k_F}\left(\frac{2k_F}{k}\right)^3\left[G\left(\frac{\omega}{k\upsilon_F}+\frac{k}{2k_F}\right)-G\left(\frac{\omega}{k\upsilon_F}-\frac{k}{2k_F}\right)\right].\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$G(\sigma)=\int_0^\infty\frac{ydy}{\exp(Dy^2-\eta)+1}\ln\left(\frac{\sigma+y}{\sigma-y}\right) \tag{9}$$

есть комплексная функция комплексного аргумента.

Следует отметить, что результат (8) и (9) для диэлектрической функции справедлив во всей верхней полуплоскости комплексного ω. Более того, можно показать, что на действительной оси выражения (8) и (9) переходят в формулы Ариста и Брандта.

3. Диэлектрическая функция Мермина и функция потерь. Известно, что выражения (4) и (5), полученные Линдхардом, относятся к так называемой бесстолкновительной плазме. Для учета столкновений между электронами Мермином была предложена следующая эвристическая формула

$$\varepsilon_M(k,\omega)=1+\frac{(\omega+i\nu)[\varepsilon_{RPA}(k,\omega+i\nu)-1]}{\omega+i\nu[\varepsilon_{RPA}(k,\omega+i\nu)-1]/[\varepsilon_{RPA}(k,0)-1]}, \tag{10}$$

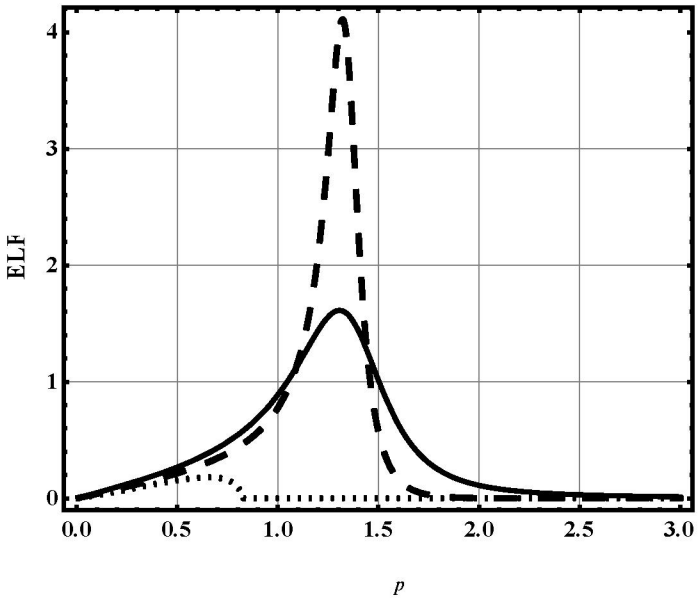
где ν – частота столкновений.

Введем также функцию потерь, которая является действительной и легко выражается через диэлектрическую функцию

$$ELF=-\mathrm{Im}\frac{1}{\varepsilon(k,\omega)}\cdot \tag{11}$$

В формулу (11) подставим диэлектрическую функцию (8) и сравним с результатами работы [5], в которой ошибочно использовались формулы Ариста и Брандта [4], справедливые только для действительной оси. Результат сравнения показан на рисунке.

Функция потерь в сравнении с работой [5]. Здесь $\omega_p = (4\pi ne^2 / m_e)$, $k/k_F = 1$, $D = 0.785$, $T = 10$ эВ, $n = 10^{23}$ см$^{-3}$, $\nu = 4$ фс$^{-1}$. Сплошная кривая: [5], штриховая линия: результаты настоящей работы, точечная линия: полностью вырожденная плазма [5]



Заключение. Таким образом, можно сделать вывод о том, что в литературе используется неправильное выражение для диэлектрической функции Мермина, так как применяются формулы Ариста и Брандта, справедливые только для действительной оси по частоте ω. В данной работе было получено выражение для диэлектрической функции Мермина в приближении хаотических фаз, справедливое на всей комплексной плоскости аргумента ω и показано, что это приводит к существенным численным различиям, которые должны сказаться на вычислении таких важных характеристик плазменной среды как ее тормозная способность.

Работа частично финансировалась испанским Министерством науки и инноваций, проект № 2010-21116-C02-02. И. М. Т. признателен КазНУ за гостеприимство и ВПУ за предоставленный ему академический отпуск.

ЛИТЕРАТУРА

1 Lindhard K., Vidensk Dan. // Selsk. Mat. Fys. Medd. 1954, **28** (**8**). P. 1.
2 Ichimaru S. Statistical Plasma Physics. Vol. 1 (Addison-Wesley, New York, 1991); Statistical Plasma Physics: Condensed Plasmas. Vol. 2 (Addison-Wesley, New York, 1994).
3 Mermin D. // Phys. Rev. B, 1970, **1**. P. 2362.
4 Arista N.R., Brandt W. // Phys. Rev. A, 1984, **29**. P. 1471.
5 Barriga-Carrasco M.D. // Phys. Rev. E, 2007, **76**. P. 016405.

Ю. В. Архипов, А. Е. Давлетов, Е. Б. Жанкарашев

Ю. В. Архипов, А. Е. Даулетов, Е. Б. Жанқарашев

МЕРМИН ЖУЫҚТАУЫНДАҒЫ ШЫҒЫН ФУНКЦИЯСЫ

Бұл жұмыста бөлшектер арасындағы соқтығысу маңызды роль атқаратын, бір компонентті, тығыз плазма қарастырылған. Жиіліктің кешенді аргументінің барлық жоғарғы жарты жазықтығында жататын, хаостық фазалар жуықтауындағы диэлектрлік функцияның аналитикалық өрнегі алынды. Алынған өрнекке Мермин формуласын тікелей қолдану арқылы, соқтығысқан тығыз плазманың шығын функциясын есептеуге қолданылды.

Yu. V. Arkhipov, A. E. Davletov, Y. B. Zhankarashev

LOSS FUNCTION IN THE MERMIN APPROXIMATION

This paper deals with a one-component plasma in which the interparticle collisions play an important role. An analytical expression is found for the plasma dielectric function in the random phase approximation which is valid in the upper-half plane of the complex frequency. An obtained expression is then used for calculation of the loss function of collisional plasmas by direct utilization of the Mermin formula.