

(Таразский государственный университет им. М. Х. Дулати, Тараз, Республика Казахстан)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И  
ПОЛУЧЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ  
ПРОЦЕССА СУШКИ В СУШИЛЬНЫХ БАРАБАНАХ  
СО СМЕШАННЫМ РЕЖИМОМ ТЕРМООБРАБОТКИ, УЧИТЫВАЮЩЕЕ  
НАЧАЛЬНЫЙ И КОНЕЧНЫЙ:  
ДИАМЕТР, ПЛОТНОСТЬ И ВЛАГОСОДЕРЖАНИЕ ВЫСУШИВАЕМОГО  
МАТЕРИАЛА**

**Аннотация.** В результате математического моделирования и анализа исследований опытно-промышленных испытаний получено универсальное кинетическое уравнение процесса сушки сыпучих и дисперсных материалов в сушильных барабанах со смешанным режимом термообработки, учитывающее начальный и конечный: диаметр, плотность и влагосодержание высушиваемого материала.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, сушильный барабан, влажность, плотность.

**Тірек сөздер:** математикалық үлгілеу, кептіргіш барабан, ылғалдылық, тығыздық.

**Keywords:** mathematical modelling, clothes dryer, humidity, density.

Тепло- и массообменные процессы сушки в барабанных сушильных агрегатах широко представлены в различных производствах химической, нефтехимической, металлургической, легкой и пищевой промышленности Казахстана и стран СНГ. Они используются в качестве основного технологического оборудования для проведения процессов сушки сыпучих и дисперсных материалов. Широкий спектр областей применения тепло- и массообменных аппаратов показывает их доминирующую роль в вышеперечисленных отраслях промышленности, т.е. они определяют технико-экономические показатели производств.

Анализ показывает, что среди всего многообразия конструкций сушильных установок широкое распространение (более 80%) получили барабанные сушильные агрегаты. Такую популярность они получили благодаря надежности в работе, простоте конструкции и эксплуатации. Барабанные сушилки универсальны, поскольку позволяют подвергать термообработке широкий спектр материалов, отличающихся как физическими свойствами, так и дисперсным составом (галит, измельченная древесина, семена подсолнечника, семена хлопчатника, хлопок-сырец и др.). Они позволяют достичь

равномерной влажности готового продукта и имеют высокую производительность при небольших рабочих объемах.

Сушка является одной из важнейших операций, определяющих не только качество готовой продукции, но и технико-экономические показатели производства в целом.

Так как процесс сушки является весьма энергоемким, то разработка высокоэффективных сушилок указанного типа и методов повышения их эффективности имеет важное экономическое значение.

Анализ литературных и патентных данных показывает, что на сегодняшний день при проектировании барабанных сушилок используются устаревшие данные и методы расчета. К тому же, на протяжении многих лет комплексных исследований, направленных на интенсификацию процессов тепло- и массообмена в них, практически не проводились, а результаты немногочисленных проведенных работ можно использовать только для решения узких задач, так как они связаны либо с конкретным материалом, либо с определенной конструкцией сушилки.

Однако в настоящее время отсутствует научно-обоснованная методика расчета тепло- и массо-обменного процесса сушки, учитывающая особенности начального и конечного: диаметра, плотности и влагосодержания материала.

Таким образом, разработка тепло- и массообменного процесса сушки в сушильных барабанах, учитывающая его начальный и конечный: диаметр, плотность и влагосодержание материала является актуальной задачей.

В процессе сушки сыпучих и дисперсных материалов в барабанных сушильных агрегатах с наклоном в сторону загрузки в качестве критерия оптимальности выбрана производительность по сухому продукту [1]:

$$G = M\dot{I} (\rho_{\dot{n}} \vartheta_{\dot{n}}) D_{\dot{a}}^2 \cdot t_{\dot{a}\dot{o}}^{0,425}, \quad (1)$$

где

$$M = \frac{1360\varphi^{0,39} L_{\dot{a}}^{0,39} K^{0,34} \cdot \left(\frac{n^2}{1800}\right)^{\dot{a}} \cdot D^{a_1} \sin \alpha^{b_1}}{A^{0,34} d_i^{0,526} \cdot (\rho_{\dot{n}} \vartheta_{\dot{n}})^{0,136}}; \quad (2)$$

$$\hat{E}^{0,34} = \left[ \frac{\omega_e}{\omega_i (\omega_i - \omega_e)} \right]^{0,34}; \quad (3)$$

$$\check{D} = \sqrt{\frac{t_{\dot{a}\dot{o}} - 30}{t_{\dot{a}\dot{o}} - t_{\dot{a}\dot{o}} + 10}}. \quad (4)$$

В результате опытно-промышленных испытаний сушильного барабана со смешанным режимом термообработки [2] и математической обработки экспериментальных данных получено кинетическое уравнение процесса сушки сыпучих и дисперсных материалов в сушильном барабане со смешанным режимом термообработки [3]

$$G = \frac{1360\varphi^{0,34} L_{\dot{a}}^{0,34} \cdot \left(\frac{\omega_e}{\omega_i \cdot (\omega_i - \omega_e)}\right) \left(\frac{n^2}{1800}\right)^{0,21} \cdot D_{\dot{a}}^2 (\sin \alpha)^{0,4}}{A^{0,337} d_i^{0,526} \cdot (\rho_c \vartheta_c)^{0,139}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{t_{\hat{a}\hat{u}\hat{\delta}} - 30}{t_{\hat{a}\hat{\delta}} - t_{\hat{a}\hat{u}\hat{\delta}} + 10}} \cdot (\rho_{\hat{n}} \mathcal{G}_{\hat{n}}) \cdot D_{\hat{a}}^2 \cdot t_{\hat{a}\hat{\delta}}^{0,426}. \quad (5)$$

В формулах (1)-(5):  $G$  – производительность сушилки по сухому продукту, кг/ч;  $M, A$  – коэффициенты;  $\Pi$  – температурный коэффициент;  $K$  – коэффициент влажности;  $t_{ax}$  – температура агента сушки на входе в барабан, °C;  $t_{вых}$  – температура сушильного агента на выходе из барабана, °C;  $\rho_c \mathcal{G}_c$  – массовая скорость сушильного агента в барабане, кг/(м<sup>2</sup>·с);  $\rho_c$  – плотность газа (воздуха), кг/м<sup>3</sup>;  $\mathcal{G}_c$  – скорость сушильного агента, м/с;  $D_b$  – диаметр барабана, м;  $\varphi$  – коэффициент заполнения барабана, %;  $L_b$  – длина барабана, м;  $\omega_i$  и  $\omega_k$  – начальная и конечная влажность материала, %;  $n$  – частота вращения барабана, об/мин;  $\alpha$  – угол наклона барабана, град;  $d_n$  – начальный средний эквивалентный диаметр частицы (определяется по фракционному составу при просеивании), м.

Коэффициент заполнения барабана –  $\varphi$  определяем по формуле (6) [3]:

$$\varphi = [(220 - 30,3\rho_c \mathcal{G}_c - 57\alpha - 15,7\alpha\rho_c \mathcal{G}_c) \ln(28,8 - 4\alpha) - 62\rho_c \mathcal{G}_c n + 6,46\alpha\rho_c \mathcal{G}_c + 97,8\alpha \cdot n + 3,12n\rho_c \mathcal{G}_c - 127\alpha \cdot t_{ex} + 4,5\alpha - 12,5\rho_c \mathcal{G}_c - 44,4n + 0,21 \cdot t_{ex} - 8,6] \cdot 0,001. \quad (6)$$

Однако вышеуказанное уравнение (5) не учитывает изменения диаметра, плотности и влагосо-держания материала в процессе сушки.

Плотность частиц дисперсного материала определяется массой в единице объема частицы [4]:

$$\rho_i = G_i / V_i. \quad (7)$$

Плотность твердой фазы в материале (скелета тела) определяется отношением массы сухого вещества (твердой фазы) к объему, занимаемому сухим веществом [4]:

$$\rho_{\delta} = G_{\delta} / V_{\delta}. \quad (8)$$

Плотность  $\rho_T$  называют также плотностью скелета тела, а иногда – истинной плотностью.

Важными характеристиками состояния дисперсных систем является относительная пористость частиц  $\varepsilon_m$  и порозность неподвижного слоя  $\varepsilon_0$ . С помощью этих параметров можно установить связь между плотностями дисперсных систем.

Таким образом, критическую плотность материала [4]

$$\rho_{i, \varepsilon \delta} = \rho_{\delta} (1 - \varepsilon_i) + \rho_{\varepsilon} \varepsilon_i \quad (9)$$

можно рассчитывать по плотностям твердой и жидкой фаз, пользуясь принципом аддитивности.

В момент образования агломерата, составляющие частички стремятся к максимально плотной упаковке, что обусловлено стремлением системы к уменьшению свободной энергии [5]. При правильной гексагональной укладке сферических монодисперсных частичек в агломерате относительная пористость ( $\varepsilon_m$ ) достигает 0,2595 [4]. Для полидисперсных сферических частичек относительная пористость  $\varepsilon_m$  может достигать 0,15-0,2, для частичек неправильной формы относительная пористость  $\varepsilon_m \approx 0,4$  [4].

При изменении состояния частицы от суспензии (капли) до агломерата (твердой частицы) размер ее изменяется в соответствии с плотностью и влагосодержанием (влажностью). При этом конечный размер частицы ( $d_k$ ) ограничен критическим влагосодержанием ( $C_{кр}$ ). Если частицы суспензии способны деформироваться, то плотность и размер агломератов будут изменяться и после достижения критической влажности. Иногда аномальные изменения наблюдаются и на более ранних стадиях. Например, при сушке некоторых коллоидных растворов и латексов плотность вторичных образований уменьшается, а размеры увеличиваются. Это может быть следствием внутреннего парообразования и формирования полых структур [5].

Конечное значение плотности материала ( $\rho_k$ ) при известной начальной плотности ( $\rho_n$ ) определяется выражением (10) [4]:

$$\rho_k = \rho_n \frac{d_n^3}{d_k^3} \frac{1 + \tilde{N}_k}{1 + \tilde{N}_n} \quad (10)$$

где  $\rho_n$  – начальная плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_k$  – конечная плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $d_n$  – начальный диаметр частицы, м;  $d_k$  – конечный диаметр частицы после сушки, м;  $C_n$  – начальное влагосодержание материала;  $C_k$  – конечное влагосодержание материала.

Преобразуем выражение (10) относительно начального диаметра частицы  $d_n$ :

$$\left( \frac{d_n}{d_k} \right)^3 = \frac{\rho_k}{\rho_n} \left( \frac{1 + \tilde{N}_k}{1 + \tilde{N}_n} \right); \quad (11)$$

$$\frac{d_n^3}{d_k^3} = \frac{\rho_k}{\rho_n} \left( \frac{1 + \tilde{N}_k}{1 + \tilde{N}_n} \right); \quad (12)$$

$$d_n^3 = d_k^3 \cdot \frac{\rho_k}{\rho_n} \left( \frac{1 + \tilde{N}_k}{1 + \tilde{N}_n} \right); \quad (13)$$

$$d_n = d_k \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_k}{\rho_n} \cdot \frac{(1 + \tilde{N}_k)}{(1 + \tilde{N}_n)}}. \quad (14)$$

Если влажность материала ( $\omega$ ) задана в процентах от общей его массы, то начальное и конечное влагосодержание целесообразно пересчитать по формулам (15), (16) [4]:

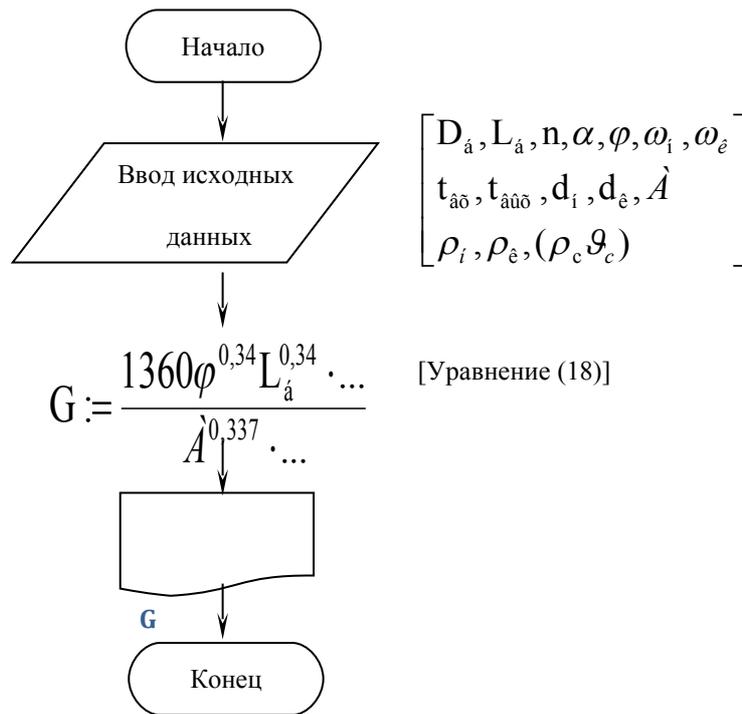
$$\tilde{N}_n = \frac{\omega_n}{100 - \omega_n}; \quad (15)$$

$$\tilde{N}_k = \frac{\omega_k}{100 - \omega_k}. \quad (16)$$

Выразив начальное и конечное влагосодержания  $C_n$  и  $C_k$  через начальную и конечную влажность  $\omega_n$  и  $\omega_k$  согласно выражениям (15), (16), получим:

$$d_n = d_k \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_k}{\rho_n} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\omega_k}{100 - \omega_k}\right)}{\left(1 + \frac{\omega_n}{100 - \omega_n}\right)}}. \quad (17)$$

В результате преобразования кинетического уравнения (5), т.е. поставив значение начального диаметра  $d_n$  (17) и математической обработки с помощью персонального компьютера (ПК) и применения новых инновационных технологий согласно разработанной блок-схемы (рисунок) получено универсальное кинетическое уравнение процесса сушки сыпучих и дисперсных материалов в сушильном барабане со смешанным режимом термообработки (18), учитывающее начальный и конечный диаметр, плотность и влагосодержание высушиваемого материала



Блок-схема алгоритма расчета процесса сушки сыпучих и дисперсных материалов в сушильном барабане со смешанным режимом термообработки

$$G = \frac{1360\varphi^{0,34} L_{\dot{a}}^{0,34} \cdot \left( \frac{\omega_{\dot{e}}}{\omega_i \cdot (\omega_i - \omega_{\dot{e}})} \right) \left( \frac{n^2}{1800} \right)^{0,21} \cdot D_{\dot{a}}^2 (\sin \alpha)^{0,4}}{A^{0,337} \cdot \left( d_{\dot{e}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_{\dot{e}}}{\rho_i} \cdot \frac{\left( 1 + \frac{\omega_i}{100 - \omega_i} \right)}{\left( 1 + \frac{\omega_{\dot{e}}}{100 - \omega_{\dot{e}}} \right)}} \right)^{0,526} \cdot (\rho_c \vartheta_c)^{0,139}} \times \sqrt{\frac{t_{\dot{a}\dot{u}\dot{o}} - 30}{t_{\dot{a}\dot{o}} - t_{\dot{a}\dot{u}\dot{o}} + 10}} \cdot (\rho_{\dot{n}} \vartheta_{\dot{n}}) \cdot D_{\dot{a}}^2 \cdot t_{\dot{a}\dot{o}}^{0,426}$$

(18)

Уравнение (18) справедливо только для сушильных барабанов, установленных с наклоном в сторону загрузки.

### ЛИТЕРАТУРА

1 Стерлин Д.М. Сушка в производстве фанеры и древесностружечных плит. – М.: Лесная промышленность, 1977. – 383 с.

2 Заключение о выдаче инновационного патента на изобретение. Способ сушки сыпучих и зернистых материалов / Байтुरеев А.М., Турдалиев Т.Т., Байтुरеев С.А., Турдалиев Б.Т. «Нац. институт интеллектуальной собственности» (НИИС). – Заявка № 2012/1328.1. – Дата подачи 14.12.2012.

3 Байтुरеев А. М. Математическое моделирование и получение критериального уравнения процесса сушки дисперсных материалов в барабанной сушилке со смешанным режимом термообработки // Химия и химическая технология. – Ташкент, 2009. – № 2(24). – С. 69-71.

4 Плановский А.Н., Муштаев В.И., Ульянов В.М. Сушка дисперсных материалов в химической промышленности. – М.: Химия, 1978. – 288 с.

5 Ульянов В.М., Овчинников Ю.В. // Коллоидный журнал. – 1971. – Т. 33, № 5. – С. 757-763.

### REFERENCES

1 Sterlin D.M. Sushka v proizvodstve fanery i drevesnostruzhechnyh плит. M.: Lesnaja promyshlennost', 1977. 383 s.

2 Zakljuchenie o vydache innovacionnogo patenta na izobretenie. Sposob sushki sypuchih i zernistyh materialov / Bajtureev A.M., Turdaliev T.T., Bajtureev S.A., Turdaliev B.T. «Nac. institut intellektual'noj sobstvennosti» (NIIS). Zajavka № 2012/1328.1. Data podachi 14.12.2012.

3 Bajtureev A. M. Matematicheskoe modelirovanie i poluchenie kriterial'nogo uravnenija processa sushki dispersnyh materialov v barabannoj sushilke so smeshannym rezhimom termoobrabotki. Himija i himicheskaja tehnologija. Tashkent, 2009. № 2(24). S. 69-71.

4 Planovskij A.N., Mushtaev V.I., Ul'janov V.M. Sushka dispersnyh materialov v himicheskoy promyshlennosti. M.: Himija, 1978. 288 s.

5 Ul'janov V.M., Ovchinnikov Ju.V. Kolloidnyj zhurnal. 1971. T. 33, № 5. S. 757-763.

## Резюме

*A. M. Байтөреев*

(М. Х. Дулати атындағы Тараз мемлекеттік университеті, Тараз, Қазақстан Республикасы)

ТЕРМОӨНДЕУДІҢ АРАЛАС ТӘРТІБІМЕН ЖҰМЫС ІСТЕЙТІН КЕПТІРГІШ  
БАРАБАНДАРДАҒЫ БАСТАПҚЫ ЖӘНЕ СОҢҒЫ ҮДЕРІСТЕРДІ ЕСЕПКЕ АЛА  
ОТЫРЫП КЕПТІРУДІҢ ӘМБЕБАП КИНЕТИКАЛЫҚ ТЕҢДЕУІН АЛУ ЖӘНЕ  
МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҮЛГІЛЕУ:

ДИАМЕТРІ, ТЫҒЫЗДЫҒЫ ЖӘНЕ КЕПТІРІЛГЕН МАТЕРИАЛДЫҢ ЫЛҒАЛ МӨЛШЕРІ

Математикалық үлгілеу мен өндірістік-тәжірибелік зерттеу жұмыстарын талдау нәтижелері негізінде кептірілетін материалдың бастапқы және соңғы ылғалдылығын, диаметрі мен тығыздығын есепке алатын жылумен өндеудің аралас тәртібі бойынша жұмыс істейтін кептіргіш барабандарындағы сусымалы және түйіршік материалдарды кептіру процесінің әмбебап кинетикалық теңдеуі алынды.

**Тірек сөздер:** математикалық үлгілеу, кептіргіш барабан, ылғалдылық, тығыздық.

## Summary

*A. M. Baytoreev*

(Taraz state university of M. H. Dulati, Taraz, Republic of Kazakhstan)

MATHEMATICAL MODELING AND SYNTHESIS OF UNIVERSAL KINETIC EQUATION

OF THE PROCESS OF DRYING IN DRYING DRUMS MIXED-MODE HEAT  
TREATMENT,  
TAKING INTO ACCOUNT THE INITIAL AND FINAL:  
DIAMETER, DENSITY AND MOISTURE CONTENT OF THE DRYING PRODUCT

As a result of mathematical modeling and analysis of the studies, industrial-experienced test universal kinetic equation of the process of drying of loose and grain materials in barrel type dryer with mixed cut heat treatment, is received taking with initial and final: diameter, density and humidity of the drying material.

**Keywords:** mathematical modelling, clothes dryer, humidity, density.

*Поступила 04.06.2013 г*