

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,

²Варшавский университет, Варшава, Польша,

³Институт ядерной физики НЯЦ РК, Алматы, Республика Казахстан)

ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР И МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭФФЕКТИВНОГО ЯДЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В НУКЛОН-НУКЛОННОМ КАНАЛЕ

Аннотация. В работе проведены исследования свойств эффективного ядерного взаимодействия, что является продолжением прежних работ, проведенных в Петербургском ИЯФ. Они основаны на привлечении более широкого экспериментального материала о структуре уровней и характера расщепления конфигураций для ядер в районе Pb. Расчеты проведены с одночастичными функциями потенциала Вудса-Саксона в рамках метода RPA.

Ключевые слова: атомное ядро, спектры, нуклонное взаимодействие, матричные элементы.

Тірек сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, матрицалық элементтер.

Keywords: atomic nucleus, the spectra interaction nucleon, matrix elements.

1. В современных ядерных расчетах возникает необходимость вычисления среднего значения операторов эффективного ядерного взаимодействия нуклонов, движущихся в усредненном самосо-гласованном поле. Вопрос определения остаточного взаимодействия нуклонов является достаточно сложным и до настоящего момента не решен до конца. Одно время казалось, что методы квантовой теории многих тел с использованием так называемых реалистических затравочных сил позволят определить перенормированное взаимодействие в ядре. Однако количественные расчеты различных ядерных характеристик, особенно связанные с основным состоянием, проведенные с использованием этого метода, не увенчались заметным успехом. Параллельно развивались методы определения эффективного взаимодействия, основанные на широком использовании различных экспериментальных данных, но и в этом направлении до сих пор нет однозначных представлений о виде эффективного остаточного взаимодействия и характере его изменения по всем ядрам с ростом атомного веса по периодической системе. Поэтому в такой ситуации очень важно по новому рассмотреть этот вопрос теоретического вычисления матричных элементов физических операторов в соответствии с данными и особенностями спектров, которые наиболее чувствительны к тем или иным компонентам сил взаимодействия [1].

Проведенные исследования свойств эффективного ядерного взаимодействия в данной работе, как продолжение прежних работ, проведенных в Петербургском ИЯФ [1-5],

основаны на привлечении более широкого экспериментального материала о структуре уровней и характера расщепления конфигураций для ядер в районе Рв. Расчеты проведены с одночастичными функциями потенциала Вудса-Саксона в рамках метода РРА. Для упрощения численных вычислений использовано первое приближение необходимого парного взаимодействия, найденное в результате минимизации функционала χ^2 в диагональном приближении. Приведены подробные рабочие формулы для вычисления матричных элементов в канале нуклон-нуклонного произвольного парного взаимодействия. Эти формулы максимально конкретизированы и доведены до простых выражений для Вигнеровских, спин-спиновых и тензорных сил с учетом перезарядки нуклонов и кулоновского взаимодействия.

Все формулы получены как в представлении полного изоспина пары частиц, так и в нейтрон-протонном представлении, в котором используется jj -схема связи.

2. Остаточное взаимодействие в представлении базисных функций Хартри-Фока.

Пусть $|0\rangle$ – основное состояние ядра с заполненными подоболочками, определенное в приближении Хартри-Фока. Индексами $I = 1, 3, 5, \dots$ будем в этом разделе обозначать состояния с энергиями выше уровня Ферми ($\varepsilon_i > \varepsilon_F$). Индексы $i' = 2, 4, 6, \dots$ нумеруют состояния с $\varepsilon_i < \varepsilon_F$. В приближении Хартри-Фока $a_i|0\rangle = a_i^+|0\rangle = 0$. Обозначая греческими буквами Хартри-Фоковские состояния, включающие в себя как свободные так и занятые уровни, получаем выражение для полного оператора Гамильтона в представлении вторичного квантования, где в качестве базиса использованы самосогласованные хартри-фоковские орбитали:

$$\mathbf{H} = E_0 + \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} N(a_{\alpha}^+ a_{\alpha}) + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \delta\gamma \rangle N(a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ a_{\gamma} a_{\delta}). \quad (1)$$

Здесь E_0 – энергия основного состояния в методе Хартри-Фока, знак $N(\dots)$ означает нормальное произведение операторов, a_{α}^+ и a_{α} – операторы рождения и уничтожения частиц, соответственно. Используя (1), можно показать, что матричный элемент от гамильтониана \mathbf{H} , вычисленный между состояниями $a_1^+ a_2 |0\rangle$ и $a_3^+ a_4 |0\rangle$, типа частица-дырка оказывается следующим:

$$\langle 0 | a_2^+ a_1 \mathbf{H} a_3^+ a_4 | 0 \rangle = \mathcal{H} E_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \mathcal{H} (\delta_{13} \delta_{24} + (\langle 41 | V | 32 \rangle - \langle 41 | V | 23 \rangle)). \quad (2)$$

В канале частица-частица матричный элемент от \mathbf{H} между состояниями $a_1^+ a_3^+ |0\rangle$ и $a_5^+ a_7^+ |0\rangle$ равен следующей величине:

$$\langle 0 | a_3 a_1 \mathbf{H} a_5^+ a_7^+ | 0 \rangle = \mathcal{H} E_0 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \mathcal{H} (\delta_{15} \delta_{37} - \delta_{17} \delta_{35}) + (\langle 13 | V | 57 \rangle - \langle 13 | V | 75 \rangle). \quad (3)$$

Матричный элемент между состояниями $a_1 a_2 a_4 |0\rangle$ и $a_6 a_8 |0\rangle$ типа дырка-дырка оказывается равным:

$$\langle 0 | a_4^+ a_2^+ \mathbf{H} a_6 a_8 | 0 \rangle = [E_0 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_4)] (\delta_{26} \delta_{48} - \delta_{28} \delta_{46}) + (\langle 24 | V | 68 \rangle - \langle 24 | V | 86 \rangle). \quad (4)$$

В формулах (2)–(4) V – то же самое взаимодействие, на котором строились хартри-фоковские функции и определить одночастичные хартри-фоковские энергии ε_{α} (строго говоря, в качестве V следует подставлять G – матрицу, полученную согласно процедуре Хартри-Фока-Бракнера). На практике в качестве V обычно берут некоторое феноменологическое взаимодействие, определяемое по совокупности описания экспериментальных данных, вместо ε_{α} – экспериментальные одночастичные энергии, а вместо функций Хартри-Фока – одночастичные функции некоторой потенциальной ямы, воспроизводящей одночастичный спектр. Следует иметь в виду, что при этом нарушается следует правильно выбирать вид среднего поля.

3. Эффективное взаимодействие в координатном представлении. Эффективное взаимодействие состоит из ядерной части V_N и кулоновской добавки V_C , действующей между протонами, т.е.

$$V(12) = V_N(12) + V_C(12). \quad (5)$$

Функция V_N – скаляр в координатной, спиновом и изоспиновом пространствах:

$$V_N(12) = V^0(12) + V^1(12) \left(\vec{\tau}(1) \vec{\mathcal{C}}(2) \right). \quad (6)$$

Если не учитывать зависящие от скорости силы, то в общем случае ядерное взаимодействие может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} V^0 &= V(r) + V_\sigma(r) \left(\vec{\sigma}(1) \vec{\mathcal{C}}(2) \right) + V_T S_{12}, \\ V^1 &= V_\tau(r) + V_{\tau\sigma}(r) \left(\vec{\sigma}(1) \vec{\mathcal{C}}(2) \right) + V_T S_{12}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$S_{12} = \frac{3(\vec{\sigma}(1) \vec{\mathcal{C}})(\vec{\sigma}(2) \vec{\mathcal{C}})}{r^2} - (\vec{\sigma}(1) \vec{\mathcal{C}}(2)) \quad (8)$$

тензорный оператор, σ_i – матрицы Паули, τ_i – изотопическая матрица, $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ и $r = |\vec{r}|$.

Кулоновское взаимодействие между частицами 1 и 2 можно записать в виде

$$V_C(12) = \frac{e^2}{r} \frac{\chi_1}{\chi_2} - t_z(1) \frac{\chi_1}{\chi_2} - t_z(2) \frac{\chi_1}{\chi_2} \quad \vec{t} = \frac{\vec{r}}{2}. \quad (9)$$

Собственные значения оператора t_z равны $+1/2$ для нейтрона и $-1/2$ для протона.

Взаимодействие (9) в пространстве изоспина представляет собой сумму трех членов, являющихся, соответственно, скалярным вектором и тензором второго ранга. Действительно, взаимодействие (9) можно представить в виде

$$V_C(12) = -\frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{e^2}{r} \check{H} T^1 \check{H} T^1 - \frac{1}{2} \frac{e^2}{r} T_0^1 + \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{e^2}{r} \check{H} T^1 \check{H} T^1 \quad (10)$$

Здесь

$$\check{H} T^1 \check{H} T^1 = \mathbf{e} C_{\alpha\beta}^{c\gamma} T_\alpha^1 T_\beta^1, \quad (11)$$

$\vec{T} = \vec{t}(1) + \vec{t}(2)$ – полный изоспин двух нуклонов, T_α^1 – циклические компоненты вектора полного изоспина, а $C_{\alpha\beta}^{c\gamma}$ – коэффициенты Клебша-Гордана.

4. Матричные элементы взаимодействия в канале частица-частица.

4.1. **Общие выражения.** Волновая функция пары частиц с полным угловым моментом J и изоспином пары T имеет следующий вид:

$$|j_1 j_3 JM; TT_z\rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{13}}} \mathbf{e} C_{j_1 m_1 j_3 m_3}^{JM} C_{\frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_3}^{TT_z} a_{j_1 m_1 t_1}^+ a_{j_3 m_3 t_3}^+ |0\rangle \quad (12)$$

Из формул (3), (12), (10) следует, что

$$\begin{aligned} \alpha \langle j_1 j_3 JM; TT_z | V_N + V_c | j_5 j_7 JM; T' T'_z \rangle_\alpha &= \frac{\delta_{TT'} \delta_{T_z T'_z}}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \Gamma \\ \Gamma \int_{\mathbb{N}} \langle j_1 j_3 J; TT_z | V_N + V_c | j_5 j_7 J; TT_z \rangle + (-1)^{j_5 + j_7 + J + T} \langle j_1 j_3 J; TT_z | V_N + V_c | j_7 j_5 J; TT_z \rangle_{\mathbb{N}} \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\delta_{ik} = \delta_{n_i n_k} \delta_{l_i l_k} \delta_{j_i j_k}$. Поскольку, как видно из формулы (10), оператор кулоновского взаимодействия между парой частиц строится из компонент вектора полного изоспина \vec{T} , матричные элементы в канале частица-частица диагональны по изоспину и его проекции.

Для состояний с $T = 0$ и с $T = 1$ матричные элементы (13) оказываются следующими:

$$\begin{aligned} \alpha \langle j_1 j_3 JM; T = 0 T_z = 0 | V_N + V_c | j_5 j_7 JM; T = 0 T_z = 0 \rangle_\alpha &= \\ = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \Gamma \int_{\mathbb{N}} \langle j_1 j_3 J | V^0 - 3V^1 | j_5 j_7 J \rangle + (-1)^{j_5 + j_7 + J + 1} \langle j_1 j_3 J | -V^0 + 3V^1 | j_5 j_7 J \rangle_{\mathbb{N}} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\alpha \langle j_1 j_3 JM; T = 1 T_z | V_N + V_c | j_5 j_7 JM; T = 1 T_z \rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \Gamma \quad (15)$$

$$\Gamma \int_{\mathbb{N}} \langle j_1 j_3 J | V^0 + V^1 + \frac{e^2}{2r} T_z (T_z - 1) | j_5 j_7 J \rangle + (-1)^{j_5 + j_7 + J + 1} \langle j_1 j_3 J | V^0 + V^1 + \frac{e^2}{2r} T_z (T_z - 1) | j_7 j_5 J \rangle_{\mathbb{N}}$$

В средних и тяжелых ядрах часто удобнее делать расчеты не в представлении полного изото-пического спина, а в нейтрон-протонном представлении. Волновая функция пары частиц в ней-трон-протонном представлении следующим образом выражается через функцию (12):

$$\begin{aligned} |j_1 t_{z_1}, j_3 t_{z_3}; JM \rangle_\alpha &= \sqrt{\frac{1 + \delta_{n_1 n_3} \delta_{l_1 l_3} \delta_{j_1 j_3}}{1 + \delta_{n_1 n_3} \delta_{l_1 l_3} \delta_{j_1 j_3} \delta_{t_{z_1} t_{z_3}}} \mathbf{e} C_{\frac{1}{2} t_{z_1} \frac{1}{2} t_{z_3}}^{TT_z} |j_1 j_3 JM; TT_z \rangle_\alpha = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{13}}} \mathbf{e} C_{j_1 m_1 j_3 m_3}^{JM} a_{j_1 m_1}^+ t_{z_1} a_{j_3 m_3}^+ t_{z_3} |0 \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

В этом представлении $\delta_{ik} = \delta_{n_i n_k} \delta_{l_i l_k} \delta_{j_i j_k} \delta_{t_{z_i} t_{z_k}}$.

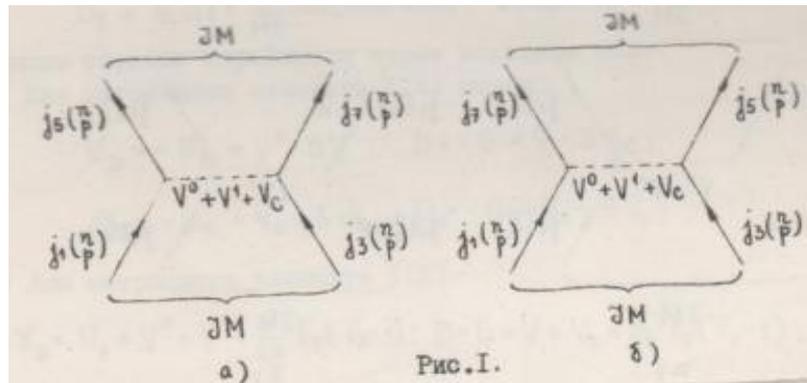
При этом возникают следующие матричные элементы:

$$\alpha \left\langle j_1 t_{z_1} = \pm \frac{1}{2}, j_3 t_{z_3} = \pm \frac{1}{2}; JM | V_N + V_c | j_5 t_{z_5} = \pm \frac{1}{2}, j_7 t_{z_7} = \pm \frac{1}{2}; JM \right\rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \Gamma$$

$$\begin{aligned}
& \left\langle \begin{matrix} \text{Й} \\ \text{К} \\ \text{Н} \end{matrix} \left| j_1 j_3 J \right| V^0 + V^1 + \frac{e^2}{r} \frac{\text{Ж1}}{\text{И2}} - t_{z_1} \frac{\text{ЛЖ1}}{\text{ШИ2}} - t_{z_3} \frac{\text{Ц}}{\text{Ц}} \left| j_5 j_7 J \right\rangle + (-1)^{j_5 + j_7 + J + 1} \left\langle \begin{matrix} \text{Щ} \\ \text{Ъ} \\ \text{Ы} \end{matrix} \right. \\
& \left. \left| j_1 j_3 J \right| V^0 + V^1 + \frac{e^2}{r} \frac{\text{Ж1}}{\text{И2}} - t_{z_1} \frac{\text{ЛЖ1}}{\text{ШИ2}} - t_{z_3} \frac{\text{Ц}}{\text{Ц}} \left| j_7 j_5 J \right\rangle \right. \quad (17)
\end{aligned}$$

Этот матричный элемент совпадает с матричным элементом (15), где $T_z = t_{z_1} + t_{z_3}$.

Первому слагаемому выражения (17) соответствует график вида рис. 1а, а второму – график на рисунке 1б.



Матричные элементы (17) входят, в частности, в задачу о спектрах ядер «магическое $\pm 2n$ », либо «магическое $\pm 2p$ ».

Для частиц разного сорта парный матричный элемент оказывается следующим:

$$\begin{aligned}
& \left\langle \begin{matrix} \text{Й} \\ \text{К} \\ \text{Н} \end{matrix} \left| j_1 t_{z_1} = \pm \frac{1}{2}, j_3 t_{z_3} = \mp \frac{1}{2}; JM \right| V_N + V_c \left| j_5 t_{z_5} = \pm \frac{1}{2}, j_7 t_{z_7} = \mp \frac{1}{2}; JM \right\rangle_{\alpha} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \left\langle \begin{matrix} \text{Й} \\ \text{К} \\ \text{Н} \end{matrix} \left| j_1 j_3 J \right| V^0 - V^1 \left| j_5 j_7 J \right\rangle + (-1)^{j_5 + j_7 + J + 1} \left\langle \begin{matrix} \text{Щ} \\ \text{Ъ} \\ \text{Ы} \end{matrix} \right. \quad (18) \\
& \left. \left| j_1 j_3 J \right| 2V^1 \left| j_7 j_5 J \right\rangle \right.
\end{aligned}$$

Первому и второму слагаемому соответствуют графики на рисунках 2а и 2б, соответственно.

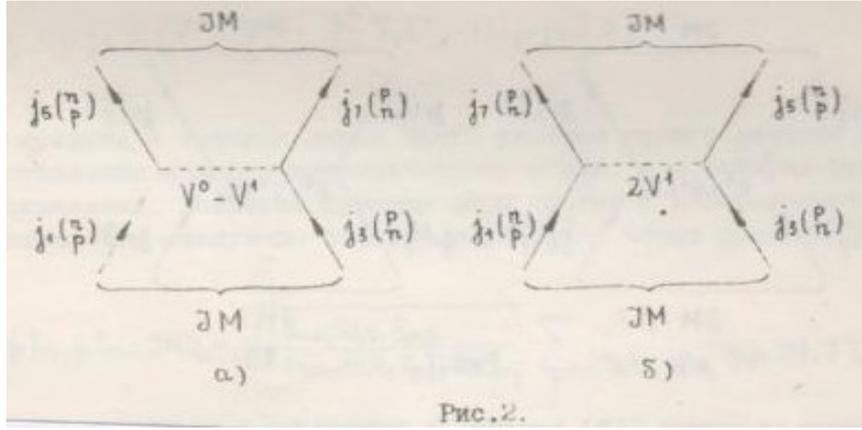


Рис. 2.

Из формулы (14), (15), (17) и (18) видно, что матричный элемент взаимодействия в канале час-тица-частица может быть представлен в виде суммы двух членов – M_D и M_E , где

$$M_D = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \langle j_1 j_3 J | V_D | j_5 j_7 J \rangle = M_D(1357, J, V_D) \quad (19)$$

представляет собой прямой, а

$$M_E = (-1)^{j_5 + j_7 + J + 1} \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{13})(1 + \delta_{57})}} \langle j_1 j_3 J | V_E | j_7 j_5 J \rangle = M_E(1357, J, V_E) \quad (20)$$

обменный член взаимодействия, где

$$V_D = D(r) + D_\delta(r) (\bar{\delta}(1) \bar{\Phi}(2)) + D_T(r) S_{12}$$

и

(20a)

$$V_E = G(r) + G_\delta(r) (\bar{\delta}(1) \bar{\Phi}(2)) + G_T(r) S_{12}$$

следующим образом выражаются через исходные силы.

а) для матричного элемента (14) имеем:

$$V_D = -V_E = V^0 - 3V^1; \quad D = -G = V - 3V_\tau; \quad (21)$$

$$D_\delta = -G_\delta = V_\delta - 3V_{\tau\delta}; \quad D_T = -G_T = V_T - 3V_{\tau T};$$

б) для матричного элемента (15) –

$$V_D = V_E = V^0 + V^1 + \frac{e^2}{2r} T_z (T_z - 1); \quad D = G = V + V_\tau + \frac{e^2}{2r} T_z (T_z - 1); \quad (22)$$

$$D_\delta = G_\delta = V_\delta + V_{\tau\delta}; \quad D_T = G_T = V_T + V_{\tau T};$$

в) для матричного элемента (17) –

$$\begin{aligned} V_D = V_E = V^0 + V^1 + \frac{e^2}{r} \frac{\mathcal{J}1}{3} \frac{1}{2} - t_{z_1} \frac{\mathcal{L}\mathcal{K}1}{\mathcal{L}\mathcal{M}2} - t_{z_3} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{M}} \\ D = G = V + V_\tau + \frac{e^2}{r} \frac{\mathcal{J}1}{3} \frac{1}{2} - t_{z_1} \frac{\mathcal{L}\mathcal{K}1}{\mathcal{L}\mathcal{M}2} - t_{z_3} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{M}} \\ D_\delta = G_\delta = V_\delta + V_{\tau\delta}; \quad D_T = G_T = V_T + V_{\tau T}; \end{aligned} \quad (23)$$

г) наконец, для матричного элемента (18) получается, что

$$\begin{aligned} V_D = V^0 - V^1; \quad D = V - V_\tau; \\ D_\delta = V_\delta - V_{\tau\delta}; \quad D_T = V_T - V_{\tau T}; \\ V_E = 2V^1; \quad G = 2V_\tau; \\ G_\delta = 2V_{\tau\delta}; \quad G_T = 2V_{\tau T}. \end{aligned} \quad (24)$$

4.2. Выражения для парных матричных элементов. Из формул (19) и (20) видно, что взаимодействие в канале частица-частица выражается через парные матричные элементы от различных комбинаций исходных компонент сил (формулы (21) – (24)). Поэтому для вычисления матричных элементов этого взаимодействия необходимо иметь выражения для парных матричных элементов от различных типов сил. Эти выражения приводятся ниже. Они получаются в результате тензорного разложения взаимодействий вида $U(r)$ (сюда, в частности, относятся и кулоновские силы), $U(r)(\bar{\delta}(1)\bar{\mathcal{C}}(2))$ и $U(r)S_{12}$ по неприводимым тензорным операторам [5, 6]:

$$\begin{aligned} & \langle n_1 l_1 j_1, n_2 l_2 j_2; J | U(r) | n_3 l_3 j_3, n_4 l_4 j_4; J \rangle = \\ & = \mathbf{e}_k (2k+1) R^k (1234, V) (-1)^{j_1+j_4-J} \langle l_1 j_1 || T^k || l_3 j_3 \rangle \langle l_2 j_2 || T^k || l_4 j_4 \rangle W [j_1 j_2 j_3 j_4; Jk], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \langle n_1 l_1 j_1, n_2 l_2 j_2; J | U(r) (\bar{\delta}(1)\bar{\delta}(2)) | n_3 l_3 j_3, n_4 l_4 j_4; J \rangle = \\ & = \mathbf{e}_{kk'} (2k+1) R^k (1234, U) (-1)^{j_1+j_4-J+k+k'+1} \langle l_1 j_1 || T^{(k)k'} || l_3 j_3 \rangle \langle l_2 j_2 || T^{(k)k'} || l_4 j_4 \rangle W [j_1 j_2 j_3 j_4; Jk'], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \langle n_1 l_1 j_1, n_2 l_2 j_2; J | U(r) S_{12} | n_3 l_3 j_3, n_4 l_4 j_4; J \rangle = \\ & = \sqrt{6} \mathbf{e}_{k_1 k_2 k} i^{k_1+k_2} (2k_1+1)(2k_2+1) C_{k_1 0 k_2 0}^{20} W [k_1 1 k_2 1; k 2] \Gamma \end{aligned}$$

$$\Gamma R^{k_1 k_2, 2}(1234, V)(-1)^{j_1 + j_4 - J} \Gamma \langle l_1 j_1 \| T^{(k_1)k} \| l_3 j_3 \rangle \langle l_2 j_2 \| T^{(k_2)k} \| l_4 j_4 \rangle W[j_1 j_2 j_3 j_4; Jk]. \quad (27)$$

Иногда вместо спин-спиновых сил используют синглетные силы $U(r)\pi_s$, где π_s – оператор синглетного проектирования;

$(\bar{\sigma}(1)\bar{\sigma}(2)) = 1 - 4\pi_s$. Для этих сил справедливо следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & \langle n_1 l_1 j_1, n_2 l_2 j_2; J | U(r)\pi_s | n_3 l_3 j_3, n_4 l_4 j_4; J \rangle = \\ & \frac{1}{2} \sqrt{(2j_1 + 1)(2j_2 + 1)(2j_3 + 1)(2j_4 + 1)} W \begin{matrix} \checkmark \\ \Pi^1 \end{matrix} \frac{1}{2} J \checkmark j_2; j_1 l_2 \checkmark \checkmark \\ & \Gamma W \begin{matrix} \checkmark \\ \Pi^3 \end{matrix} \frac{1}{2} J j_4; j_3 l_4 \checkmark \checkmark (2k + 1) R^k(1234, V)(-1)^{l_1 + l_4 - J} \Gamma \\ & \Gamma \langle l_1 \| T^k \| l_3 \rangle \langle l_2 \| T^k \| l_4 \rangle W[l_1 l_2 l_3 l_4; Jk]. \end{aligned} \quad (28)$$

В формулах (25)–(28) $W[abcd; ef]$ – коэффициенты Рака,

$$T_q^k = \sqrt{\frac{4\pi}{2k + 1}} Y_{kq}, \quad Y_{kq}^* = (-1)^q Y_{k-q}, \quad (29)$$

$$T_q^{(k_1)k} = \mathbf{e}_{\nu\mu} C_{k_1 \nu 1 \mu}^{kq} T_\nu^{k_1} \delta_\mu^1, \quad (30)$$

$$\langle l_1 \| T^k \| l_3 \rangle = (-1)^k \sqrt{2b_1 + 1} C_{l_1 0 k 0}^{k_3 0} = \sqrt{2l_3 + 1} C_{l_3 0 k 0}^{l_1 0}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \langle l_1 j_1 \| T^k \| l_3 j_3 \rangle = (-1)^k \sqrt{(2l_1 + 1)(2j_1 + 1)(2j_3 + 1)} \Gamma \\ & \Gamma W \begin{matrix} \checkmark \\ \Pi^1 \end{matrix} \frac{1}{2} k j_3; j_1 l_3 \checkmark \checkmark C_{l_1 0 k 0}^{l_3 0} = \frac{1}{2} \checkmark \checkmark + (-1)^{l_1 + l_3 + k} \checkmark \checkmark (-1)^k \sqrt{2j_1 + 1} C_{j_1 \frac{1}{2} k 0}^{j_3 \frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\langle l_1 j_1 \| T^{(k)k'} \| l_3 j_3 \rangle = (-1)^k \sqrt{6(2l_1 + 1)(2k' + 1)(2j_1 + 1)(2j_3 + 1)} \begin{matrix} \mathbb{M} \\ \Pi^1 \\ \Pi^3 \\ \Pi^k \\ \mathbb{B} \end{matrix} \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} j_1 \mathbb{B} \\ j_3 \mathbb{B} \\ k' \mathbb{B} \end{matrix} C_{l_1 0 k 0}^{l_3 0} =$$

5. Определение параметров эффективного взаимодействия для ядер в области свинца. В этом разделе мы проведем предварительное определение эффективного остаточного взаимо-действия для ядер в районе свинца, используя метод наименьших квадратов.

Полагаем, что взаимодействие имеет вид:

$$V^0 = \sum_{\mathbb{P}} V + V_{\sigma} (\vec{\sigma}(1) \vec{\sigma}(2)) + V_{\tau} (\vec{\tau}(1) \vec{\tau}(2)) + V_{\tau\sigma} (\vec{\sigma}(1) \vec{\sigma}(2)) (\vec{\tau}(1) \vec{\tau}(2)) +$$

$$+ V_T S_{12} + V_{\tau T} S_{12} (\vec{\tau}(1) \vec{\tau}(2)) \frac{e^2}{r} \frac{1}{2} - t_{z_1} \frac{1}{2} - t_{z_2} \frac{1}{2} \quad (75)$$

Подгонка параметров V , V_{σ} , V_{τ} , $V_{\tau\sigma}$, V_T и $V_{\tau T}$, а также r_0 производилась из сравнения теоретических и экспериментальных значений матричных элементов (17), (18). Экспериментальные значения матричных элементов извлекались из величин энергий связи и энергий отрыва нуклонов и спектров около свинцовых ядер с использованием диагонального приближения. Для подгонки отбирались только те уровни, двухквaziчастичная природа которых не вызывает сомнений, причем критерием квазичастичности являлись величины спектроскопических факторов в реакциях одноклонного срыва либо подхвата. Включенные в процедуру подгонки состояния приведены в таблице 1.

В качестве базисных мы использовали функции потенциала Вудса-Саксона. Параметры потенциала Вудса-Саксона выбирались по методу наименьших квадратов. Экспериментальные и теоретические значения энергий уровней вблизи границы Ферми приведены в таблице 2.

Для определения параметров остаточных сил при заданном радиусе взаимодействия r_0 проводилась минимизация функционала

$$\chi_1^2 = \sum_{i,J}^N \frac{(M_{\text{экс}}^J(i) - M_{\text{теор}}^J(i, r_0, V, V_{\sigma}, \dots, V_{\tau T}))^2}{\Delta_{iJ}^2} \quad (76)$$

Здесь i означает номер мультиплета, J – спин состояния в i -м мультиплете, Δ_{iJ} – дисперсия i , J -й точки, N – общее число экспериментальных точек. Во всех расчетах мы предполагали, что дисперсия Δ_{iJ} однородна и равна среднестатистическому значению $\Delta = 1$ МэВ.

Таблица 1

Ядро	Мультиплет	Спин	Значения матричных элементов, МэВ
------	------------	------	-----------------------------------

			$M_{3/2}(c)$	$M_{1/2}(op)$	$M_{1/2}(op)$	$M_{3/2}(op)$
$^{210}_{84}Po_{126}$ [13-15]	$1h_{9/2}1h_{9/2}$	0^+	-1,526	-1,306	-	-
		2^+	-0,304	-0,358	-0,219	-0,205
		4^+	-0,033	-0,214	-0,128	-0,103
		6^+	0,023	-0,171	-0,100	-0,066
		8^+	0,103	-0,152	-0,087	-0,043
	$1h_{9/2}2f_{7/2}$	8^+	-0,186	-0,356	-0,212	-0,189
		1^+	-0,092	0,132	0,043	-0,045
		6^+	-0,018	-0,184	-0,105	-0,063
		4^+	0,034	-0,189	-0,106	-0,040
		3^+	0,046	0,042	0,011	-0,027
		5^+	0,069	0,040	0,013	-0,025
		7^+	0,095	0,037	0,012	-0,024
	$1h_{9/2}1i_{13/2}$	11^-	-0,227	-0,464	-0,287	-0,360
		9^-	-0,042	-0,185	-0,113	-0,118
		7^-	-0,024	-0,163	-0,096	-0,071
		5^-	-0,024	-0,193	-0,112	-0,053
		8^-	0,103	0,040	0,013	-0,015
		10^-	0,143	0,049	0,019	-0,012
$^{210}_{82}Pb_{128}$ [19, 20, 22]	$2g_{9/2}2g_{9/2}$	0^+	-1,250	-0,713	-	-
		2^+	-0,455	-0,220	-0,136	-0,136
		4^+	-0,159	-0,128	-0,078	-0,071
		6^+	-0,056	-0,102	-0,061	-0,047
		8^+	0,023	-0,099	-0,058	-0,035
$^{206}_{82}Pb_{124}$	$3p_{1/2}^{-1}3p_{1/2}^{-1}$	0^+	-0,650	-0,713	-	-
	$3p_{1/2}^{-1}2f_{5/2}^{-1}$	2^+	-0,417	-0,291	-0,172	-0,145
		3^+	0,118	-0,062	-0,042	-0,031

[21, 22]	$3p_{1/2}^{-1}$ $3p_{3/2}^{-1}$	2 ⁺	-0,076	-0,361	-0,222	-0,253
		1 ⁺	0,170	0,058	0,017	-0,023
	$3p_{1/2}^{-1}$ $1i_{13/2}^{-1}$	7 ⁻	-0,083	-0,125	-0,076	-0,071
		6 ⁻	0,105	-0,030	-0,021	-0,013

Матричные элементы двухквартичных состояний в районе свинца. В случае ядра ^{210}Po приведена только ядерная часть матричного элемента, с вычетом кулоновского взаимодействия. Матричные элементы M_1 (теор) и M_2 (теор) вычислены при $r_0 = 1,8$ ф и соответствуют функцио-налам χ_1^2 и χ_2^2 таблица 3. Матричные элементы M_3 (теор) вычислены также при $r_0 = 1,8$ ф, но без учета тензорных сил ($V_T = V_{\tau T} = 0$). При этом значения параметров центральных сил $V = -12,25, V_\tau = 6,87, V_\sigma = 1,37$ и $V_{\tau\sigma} = 2,22$ МэВ находились из минимизации соответствующего функ-ционала χ_2^2 , значение которого в минимуме оказалось $\chi_2^2 = 1,56$.

Одночастичные уровни вблизи ^{208}Pb . Нейтронное состояние $1j_{15/2}$ сильно смешано и поэтому исключалось из процедуры оптимизации одночастичного потенциала. Энергии даны в МэВ.

Таблица 2

Нейтроны			Протоны		
nlj	$\varepsilon_{y\bar{e}n}$	$\varepsilon_{\delta\bar{a}\bar{i}\delta}$	nlj	$\varepsilon_{y\bar{e}n}$	$\varepsilon_{\delta\bar{a}\bar{i}\delta}$
$3d_{3/2}$	-1,40	-1,39	$3p_{3/2}$	-0,66	-0,61
$2g_{7/2}$	-1,44	-1,46	$2f_{5/2}$	-0,96	-0,74
$4s_{1/2}$	-1,90	-1,85	$1i_{13/2}$	-2,17	-2,08
$3d_{5/2}$	-2,37	-2,42	$2f_{7/2}$	-2,88	-3,18
$1j_{15/2}$	-2,51	---	$1h_{9/2}$	-3,77	-3,89
$1i_{11/2}$	-3,16	-3,16	$3s_{1/2}$	-8,04	-7,83
$2g_{9/2}$	-3,94	-3,92	$2d_{3/2}$	-8,39	-8,29

$3p_{1/2}$	-7,38	-7,16	$1h_{1/2}$	-9,38	-9,27
$2f_{5/2}$	-7,95	-7,95	$2d_{5/2}$	-10,11	-10,04
$3p_{3/2}$	-8,27	-8,09	$1g_{7/2}$	-11,52	-11,55
$1i_{13/2}$	-9,01	-8,79			
$2f_{7/2}$	-9,72	-10,29			
$1h_{9/2}$	-10,85	-10,88			

Из сравнения различных наборов силовых параметров, приведенных в таблице 5, видно, что параметры центральных сил по величине и знаку определены в настоящее время довольно однозначно. Что касается тензорных сил, то здесь ситуация существенно сложнее. Во-первых, как явствует из изложенного, параметры тензорных сил определяются с большой погрешностью. Во-вторых, определенные в настоящей работе параметры V_T и $V_{\tau T}$ не согласуются с параметрами работы [4] и с результатами работ [2, 3]. В работе [2] пренебрежении зарядовым обменом из спектров ядер ^{210}Bi и ^{206}Tl выбрано *np*-взаимодействие вида $V_{np} = \left(-21.5 - 2.5(\vec{\sigma} \vec{\sigma}) - 4S_{12} \right) \exp \frac{\chi}{\rho} - r^2 / r_0^2 \frac{\chi}{\rho}$, $r_0 = 2$ ф. параметр тензорных сил определялся из расщепления нижних уровней 0^- и 1^- , принадлежащих одной конфигурации. Именно эта величина, как показано в [2, 3], наиболее чувствительна к величине тензорных сил. В то же время из процедуры подгонки по методу наименьших квадратов с привлечением данных по многим ядрам следует, что если пренебречь перезарядкой, то *np*-взаимодействие оказывается

Таблица 5 – Эффективные силы, используемые в структурных расчетах разными авторами.

Радиальная зависимость сил имеет Гауссовскую форму

$r_0(\delta)$	V	V_τ	V_δ	$V_{\tau\sigma}$	V_T	$V_{\tau T}$	Ссылка	Область ядер
–	$-3V^0$	V^0	V^0	V^0	0	0		
1,7	-5,1	8,6	4,8	4,8	0	0		
1,7	-0,5	11,5	5,5	3,5	0	0		
1,8	-35	3,0	1,0	3,5	-4,0	4,0		
1,8					0	0		

1,7	-12	6,3	1,7	4,0	0	0		
1,7	-6,25	5,75	0,75	5,75	0	0		
1,8	-8,6	7,9	1,0	7,9	-1	-4		
	-16	4	~ 0	3				

следующим:

$$V_{np} \approx (V - V_\tau) + (V_\sigma - V_{\tau\sigma}) (\bar{\sigma}(1) \bar{\Psi}(i)) + (V_T - V_{\tau T}) S_{12} \approx$$

$$\approx (-20 - 3(\bar{\sigma} \bar{\Psi}) + 3S_{12}) \exp \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{I}} - r^2 / r_0^2 \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{D}} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{F}} r_0 = 1,8\delta.$$

Видно, что параметры центральных сил, определенные в настоящей работе и в работе [2], согласуются друг с другом, в то время как результаты по тензорным силам различаются. Следует отметить, что, как мы видели выше, небольшое изменение параметров тензорных сил по сравнению с оптимальными, полученными из процедуры минимизации χ^2 значениями, приводит к возрастанию функционала всего на несколько процентов. Поэтому, если принять в качестве истинного значение $V_T - V_{\tau T} -4$ МэВ, как это следует из работы [2], где эта величина определялась по «критическим» данным, и считать, что параметры центральных сил мы определили достаточно надежно и поэтому не изменять их, то величина χ^2 возрастет весьма незначительно. Однако, при этом V_T и $V_{\tau T}$ порознь еще не определены. Чтобы это сделать, нужно, например, определить величину $V_T + V_{\tau T}$, которая сильно влияет на отщепление состояний 0^+ в ядрах с двумя нуклонами, либо дырками одного сорта сверх остова. Такие состояния, однако, наиболее чувствительны к корреляциям, и поэтому определить $V_T + V_{\tau T}$ из диагонального приближения затруднительно.

В заключение отметим, что параметры взаимодействия будут уточнены при полном расчете (в рамках метода РРА) различных характеристик около свинцовых ядер, который проводится в настоящее время. Результаты его будут опубликованы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Слив Л.А. // В сб. «Проблемы современной ядерной физики». М.: Наука, 1971. – С. 188.
- 2 Бактыбаев К.Б., Банд И.М., Слив Л.А., Харитонов Ю.И. // ЯФ, 6, 270, 1967.
- 3 Банд И.М., Гуман В.Н., Слив Л.А., Харитонов Ю.И. // ЯФ, 8, III8, 1968.
- 4 Искаков В.И., Кожамкулов Т.А., Слив Л.А. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. – Т. XXXVI, 2157, 1972.

- 5 Искаков В.И., Харитонов Ю.И. Препринет ЛИЯФ-47, Л-д, 1973.
- 6 Искаков В.И., Харитонов Ю.И.. Препринет ЛИЯФ-154, Л-д, 1975.
- 7 Pandya S.P. // Phys. Rev., 103, 256 (1956).
- 8 Gillet V. Proceedings of the International School of physics «Enrico Fermi», course 36, Varenna (1966).
- 9 Horie H., Sasaki K. // Progr. Theor. Phys., 28,475 (1961).

REFERENCES

- 1 Sliv L.A. V sb. «Problemy sovremennoj jadernoj fiziki». M.: Nauka, 1971. S. 188.
- 2 Baktybaev K.B., Band I.M., Sliv L.A., Haritonov Ju.I. JaF, b, 270, 1967.
- 3 Band I.M., Guman V.N., Sliv L.A., Haritonov Ju.I. JaF, 8, III8, 1968.
- 4 Iskakov V.I., Kozhamkulov T.A., Sliv L.A. Izv. AN SSSR, ser. Fiz., t. XXXVI, 2157, 1972.
- 5 Iskakov V.I., Haritonov Ju.I. Preprinnet LIJaF-47, L-d, 1973.
- 6 Iskakov V.I., Haritonov Ju.I. Preprinnet LIJaF-154, L-d, 1975.
- 7 Pandya S.P. Phys.Rev., 103,256 (1956).
- 8 Gillet V. Proceedings of the International School of physics «Enrico Fermi», course 36, Varenna (1966).
- 9 Horie H., Sasaki K. Progr. Theor. Phys., 28,475 (1961).

Резюме

Қ. Бақтыбаев¹, А. Дәлелханқызы¹, Л. Прочниак², М.Қ. Бақтыбаев³

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,

²Варшава университеті, Варшава, Польша,

³ҚР Ядролық физика институты, Алматы, Қазақстан Республикасы)

НУКЛОН-НУКЛОНДЫҚ КАНАЛДАРДЫҢ ТИІМДІ ЯДРОЛЫҚ ӘСЕРЛЕСУІНІҢ
ЯДРОЛЫҚ АТОМ ЖӘНЕ МАТРИЦАЛЫҚ ЭЛЕМЕНТІНІҢ ҚОЗҒАН КҮЙІ

Жұмыста тиімді ядролық әсерлесу қасиеттері зерттелген. Жұмыс Петербург ЯИФ-інде жасалған жұмыстардың жалғасы. Мұнда, Pb ядросы маңындағы деңгейлер құрылысы мен конфигурациялық құрылыс сипаттамалары негізге алынады. Есептеуді Вудса-Саксон әлеуетіндегі бір бөлшектік функциялардың RPA әдісі бойынша жүргізілген.

Тірек сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, матрицалық элементтер.

Summary

K. Baktybaev¹, A. Dalelkhankyzy¹, L. Prochniak² M.K. Baktybaev³

¹Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Republic of Kazakhstan,

²Warsaw university, Warsaw, Poland Republic,

³Institute of nuclear physics KR, Almaty, Republic of Kazakhstan)

THE RAISED CONDITIONS OF NUCLEAR KERNELS AND MATRIX ELEMENTS OF EFFECTIVE NUCLEAR INTERACTION IN A NUCLEON - THE NUCLEON CHANNEL

In this paper we studied the properties of the effective nuclear interaction, which is a continuation of previous work carried out at the St. Petersburg Institute of Nuclear Physics. They are based on attracting a wider experimental data on the structure and nature of the splitting of the levels of configurations for the nuclei in the Pb. The calculations were performed with the single-particle Woods-Saxon potential in the framework of the RPA.

Keywords: atomic nucleus, the spectra interaction nucleon, matrix elements.

Поступила 15.10.2013г.