УДК 517.5

Ш. А. БАЛГИМБАЕВА, Ж. М. НУРМУХАМЕДОВА

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПО ИНФОРМАЦИИ О СПЕКТРЕ НА КЛАССАХ ЗИГМУНДА

Получены точные порядковые оценки для погрешности восстановления оператора дифференцирования на классах Зигмунда по информации о спектре (преобразовании Фурье) функции.

Постановка задачи. Задача линейного оптимального восстановления оператора L на множестве M со значениями в линейном нормированном пространстве X по оператору информации I заключается в нахождении (или оценке) величины

$$E(M,L,I,X)=\inf_{Q}\sup_{x\in M}\|L(x)-S(x)\|_X,$$

где нижняя грань берется по всевозможным линейным отображениям $Q: I(M)\to X$. Такие отображения Q будем называть методами восстановления оператора L по информации I.

Отметим, что весьма полный обзор по задаче о приближении (вообще говоря неограниченного) оператора ограниченными линейными операторами на классах функций (задаче С. Б. Стечкина) и родственным экстремальным задачам приведен в [1]. В частности, в этом контексте подробно изучены операторы, инвариантные относительно сдвига в пространствах $L_p(R^n), 1\le p\le\infty$. Важный класс операторов инвариантных относительно сдвига составляют дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами.

Здесь рассматривается задача оптимального восстановления оператора дифференцирования ∂_x^α на классе Зигмунда $bZ^s(R^n)$ по информации о спектре в равномерной метрике.

Отметим, что задача оптимального восстановления оператора дифференцирования на основе информации о спектре на соболевских классах в одномерном случае рассматривалась впервые в [2].

Введем некоторые обозначения. Пусть N, Z, R – множества натуральных, целых, вещественных чисел соответственно; $N_0=N\cup\{0\}$ – множество всех неотрицательных целых, $n\in N, R^n$ – n-мерное евклидово пространство. Для $x=(x_1,\dots,x_n)$, $y=(y_1,\dots,y_n)\in R^n$, как обычно, $(x,y)=\sum_{i=1}^n x_iy_i$ – скалярное произведение. Для мультииндекса α через $|\alpha|=\sum_{i=1}^n\alpha_i$ обозначим его длину. Обозначим $\partial_x^\alpha:=\dfrac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1}\dots\partial x_n^{\alpha_n}}$.

Пусть $S(R^n), S'(R^n)$ – пространства Шварца всех бесконечно дифференцируемых быстроубывающих комплекснозначных функций и медленно растущих распределений (обобщенных функций) на R^n соответственно.

Преобразование Фурье обобщенной функции $f\in S'(R^n)$ обозначим через $F(f)$. Для $f\in S'(R^n)$ рассмотрим сужение $F(f)$ на $[-\sigma,\sigma]^n$ как сужение обобщенной функции, т.е. как линейный непрерывный функционал над пространством $D((-\sigma,\sigma)^n)$. Обозначим данное сужение через $F|_{[-\sigma,\sigma]^n}$.

Пусть $C(R^n)$ – пространство ограниченных, равномерно непрерывных на R^n функций f с конечной нормой

$$\|f|C(R^n)\|=\sup\{|f(x)|: x\in R^n\}.$$

Модуль гладкости порядка $l\in N$ функции $f\in C(R^n)$ определяется как обычно:

$$\omega_l(f,h):=$$

$$:=\sup_{y\in R^n:|y|\le h}\left\|\sum_{j=0}^l(-1)^{l-j}C_l^j f(\cdot+jy)\middle|C(R^n)\right\|,$$

$$h\ge 0.$$