А. А. БЕКОВ[1], *К. С. АСТЕМЕСОВА*[2], *Д. И. УСИПБЕКОВА*[2]

([1]Институт космических исследований им. акад. У. М. Султангазина АО «НЦКИТ»,

Алматы, Республика Казахстан,

[2]Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан)

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТ ИЗЛУЧАЮЩИХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

Аннотация

Исследована эволюция динамических параметров излучающих двойных систем с переменной массой. В качестве динамической модели рассмотрена задача двух гравитирующих и излучающих тел, учитывающая гравитационное притяжение и световое давление взаимодействующих тел, с дополнительным предположе-нием изотропной переменности их масс. Задача объединяет задачу Гильдена-Мещерского, внося в нее новый физический смысл, и фотогравитационную задачу двух тел Радзиевского. Представлена эволюционирующая орбита задачи, в отличие от кеплеровской, с переменными элементами орбиты – параметром и эксцентри-ситетом, определяемыми параметром $\mu(t)$, интегралом площадей C и квазиинтегралом энергии $h(t)$. Найдено, что траекторией движения в фотогравитационном варианте задачи двух тел, в зависимости от знаков грави-тационного параметра и квазиинтеграла энергии, может быть любое оскулирующее коническое сечение. Определены адиабатические инварианты задачи, представляющие интерес для медленной эволюции орбит, общий ход эволюции орбит двойных систем с излучением определяется изменением параметра $\mu(t)$ и общей энергии системы.

Ключевые слова: эволюция, излучающие двойные системы, переменная масса, элементы орбиты, адиа-батические инварианты.

Кілт сөздер: эволюция, екілік сәуле шығарғыш жүйелері, айнымалы масса, орбита элементтері, адиабата инварианттар.

Keywords: evolution, radiating binary systems, variable mass, orbital elements, adiabatic invariants.

Рассмотрим задачу двух гравитирующих и излучающих тел, впервые поставленную и иссле-дованную В. В. Радзиевским [1], с дополнительным предположением изотропной переменности масс взаимодействующих тел [2–4].

Уравнения относительного движения рассматриваемой задачи имеют вид

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3}, \tag{1}$$

где

$$\mu = G\left(q_1 m_1 + q_2 m_2\right) \tag{2}$$

μ – переменный фактор, в котором обозначено: G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы тел, q_1 и q_2 – коэффициенты редукции тел m_1 и m_2. В общем случае массы m_1 и m_2 являются некоторыми заданными функциями времени t. Задача (1) объединяет задачу Гильдена-Мещерского ($\mu = \mu(t)$), внося в нее новый физический смысл, и фотогравитационную задачу двух тел Радзиевского ($\mu = \text{const}$) [2, 3].

Уравнения движения (1) умноженные векторно на $\vec{r}$ и скалярно на скорость $\dot{\vec{r}}$ дают, соответ-ственно, интеграл площадей $\vec{C} = \text{const}$:

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{C}, \ \vec{C} \cdot \vec{r} = \vec{C} \cdot \dot{\vec{r}} \equiv 0 \tag{3}$$

и квазиинтеграл энергии h:

$$\dot{\vec{r}}^2 - 2\frac{\mu}{r} \equiv h = h_0 - 2\int \frac{d\mu}{r}. \tag{4}$$

Интегрирование по μ производится в пределах от μ_0 до μ, соответствующих изменениям времени от нуля до текущего момента t. В качестве следствия (3) и уравнений движения (1) легко получить другой квазиинтеграл – вектор Лапласа $\vec{f}$ (такой, что $\vec{f} \cdot \vec{C} \equiv 0$):

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{C} - \frac{\mu \vec{r}}{r} \equiv \vec{f} = \vec{f}_0 - \int \frac{\vec{r} d\mu}{r}, \tag{5}$$

квадрат которого, как следует из тождеств (5) и (4), имеет тот же вид, что и в невозмущенной задаче Кеплера, но с переменными μ, f, h:

$$\vec{f}^2 \equiv f^2 = \mu^2 + hC^2. \tag{6}$$

Таковы исходные соотношения, необходимые для дальнейшего анализа. Полученные соот-ношения являются точными и приемлемы для любых μ (t) [4, 5]. Соотношения подобные (3)–(5) выведены в работе [6] для случая $\mu(t) = 1 + \sigma\varphi(t)$, где σ – малая величина, $\varphi(t)$ – монотонная дифференцируемая функция от времени t.

Поскольку характерной динамической переменной в данной задаче является параметр $\mu\,(t)$, можно всюду заменить дифференцирование и интегрирование по времени таковыми по μ, что заметно упрощает вычисления. Тогда, обозначая производные $d/d\mu$ штрихом и дифференцируя равенства (4), (5) и (6), находим, соответственно:

$$h' = -\frac{2}{r}\ , \tag{7}$$

$$\vec{f}' = -\frac{\vec{r}}{r}\ , \tag{8}$$

$$\vec{f}\cdot\vec{f}' \equiv f\cdot f' = \mu + \frac{1}{2}h'\cdot C^2 = \mu - \frac{C^2}{r}\ . \tag{9}$$

С другой стороны, согласно (8),

$$f\cdot f' = \vec{f}\cdot\vec{f}' = -\vec{f}\frac{\vec{r}}{r} = -f\cos\varphi\ , \tag{10}$$

где угол $\varphi = \vec{r}\,\hat{\cdot}\,\vec{f}$ принято называть истинной аномалией. Сопоставляя (9) и (10), приходим к фор-ме траектории задачи (1) [4, 5]:

$$r = \frac{C^2}{\mu\left(1+\dfrac{f}{\mu}\cos\varphi\right)}. \tag{11}$$

Учитывая (6), получим эволюционирующую орбиту

$$r = \frac{C^2}{\mu(1+e\cos\varphi)} \tag{12}$$

с переменными элементами орбиты

$$p = \frac{C^2}{\mu}\ ,\ e = \sqrt{1+\frac{hC^2}{\mu^2}}\ ,\ \omega = \theta - \varphi\ , \tag{13}$$

где ω – аргумент перицентра, отсчитываемый от некоторого фиксированного направления, θ – полярный угол. Решения типа (12) в случае задачи Гильдена-Мещерского можно встретить в исследованиях различных авторов (см., например [7]). Используя результаты исследований задачи Гильдена-Мещерского, можно сразу указать интегрируемые случаи задачи (1): это случаи измене-ния $\mu(t) = G(q_1m_1 + q_2m_2)$ согласно законам И. В. Мещерского или Б. Е. Гельфгата [8]. Из ре-зультатов исследования фотогравитационной задачи двух тел [1] следует, что траекторией движения (12), в зависимости от знаков μ и h, может быть любое оскулирующее коническое сечение.

Определим элементы орбиты (12): a – большую полуось, e – эксцентриситет, T – период, в терминах характеристик движения (постоянной площадей C и общей энергии $E=\frac{h}{2}$). Имеем

$$a=-\frac{1}{2E}G\left(q_1m_1+q_2m_2\right),$$

$$e^2=1+\frac{2EC^2}{G^2\left(q_1m_1+q_2m_2\right)^2}, \tag{14}$$

$$T=\frac{2\pi}{C}a^2\sqrt{1-e^2}.$$

Используя (14), получим

$$\frac{\delta a}{a}=\frac{\delta\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}{\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}-\frac{\delta E}{E},$$

$$\frac{\delta T}{T}=\frac{\delta\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}{\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}-\frac{3}{2}\frac{\delta E}{E}, \tag{15}$$

$$\frac{e\delta e}{1-e^2}=\frac{\delta\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}{\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}-\frac{1}{2}\frac{\delta E}{E}.$$

Для изотропной потери массы имеем $\delta E=-\delta\mu/r$. В случае медленного изменения параметра μ, полагая, что в среднем за один оборот $<1/\ r>=1/\ a$, и используя (14), получим

$$\delta E/E=2\,\delta\mu/\mu, \tag{16}$$

откуда следует адиабатический инвариант [9] вида

$$E\sim G^2\left(q_1m_1+q_2m_2\right)^2. \tag{17}$$

Поэтому система (15) принимает вид

$$\frac{\delta a}{a}=-\frac{\delta\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}{\left(q_1m_1+q_2m_2\right)},$$

$$\frac{\delta T}{T}=-2\frac{\delta\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}{\left(q_1m_1+q_2m_2\right)}, \tag{18}$$

$$\frac{e\delta e}{1-e^2}=0,$$

из которого следуют инварианты Джинса [10]:

$$\mu\, a=const,\ \mu^2T=const,\ e=const, \tag{19}$$

обобщенные на случай $\mu(t)$, определяемым формулой (2). Инварианты (19) представляют интерес для исследования медленной эволюции орбит; общий ход эволюции орбит двойных систем с излучением определяется уравнениями (15).

ЛИТЕРАТУРА

1 Радзиевский В.В. Задача двух гравитирующих и излучающих тел // Астрон. журн. – 1951. – Т. 28, вып. 5. – С. 363-372.

2 Беков А.А. Об эволюции орбит двойных систем с излучением // Тезисы докл. IX Респ. межвуз. науч. конф. по матем. и мех. Ч. III. Теоретич. и приклад. механика. – Алма-Ата, 12-15 сент., 1989. – С. 6.

3 Беков А.А. Задача Гильдена-Мещерского. I. Точные решения // Препринт Астрофизического ин-та им. В. Г. Фесенкова АН КазССР. – Алма-Ата, 1990. – № 90-06. – 46 с.

4 Беков А.А., Мычелкин Э.Г. Об эволюции орбит двойных систем с излучением // Гравитация и квант. теория поля. – Алма-Ата: КазГУ, 1990. – С. 49-52.

5 Мычелкин Э.Г. Параметрическое решение задачи Гильдена-Мещерского // Гравитация и квант. теория поля. – Алма-Ата, 1990. – С. 60-66.

6 Самойлова-Яхонтова Н.С. Движение тела переменной массы под действием центральной силы // Бюлл. Ин-та теор. астрон. АН СССР. – 1962. – Т. 8, № 6(99). – С. 396-401.

7 Hadjidemetriou J.D. Secular variation of mass and the evolution of binary systems // Advances in Astronomy and Astrophysics. – N.Y.-L.: Acad. Press, 1967. – Vol. 5. – P 131-188.

8 Беркович Л.М. Задача Гильдена-Мещерского и законы изменения массы // Докл. АН СССР. – 1980. – Т. 250, № 5. – С. 1088-1091.

9 Донцов Ю.П., Завенягин Ю.А., Тилинин Г.Н. Движение тела переменной массы и адиабатические инварианты // Космич. исслед. – 1985. – Т. 23, № 4. – С. 634-636.

10 Jeans J. Astronomy and Cosmogony. – Cambridge, 1929. – 290 p.

REFERENCES

1 Radzievskii V.V. Zadacha dvuh gravitiruyoushih I izluchayoushih tel. Astron. Jurn.**1951**, T. 28, vyp. 5, P. 363-372. (in Russ.).

2 Bekov A.A. Ob evoluzii orbit dvoinyh system s izlucheniem. Tezisy dokl. IX Resp. mejvuz. nauch. konf. po matem. i mech. Ch. III. Teoretich. i priklad. mechanika. Alma-Ata, 12-15 sent., **1989**, P.6. (in Russ.).

3 Bekov A.A Zadacha Gyldena-Meshcherskogo. I. Tochnye resheniya. Preprint Astrophysicheskogo inst. im. V. G. Fessen-kova AN KazSSR, Alma-Ata, **1990,** № 90-06, 46 p. (in Russ.).

4 Bekov A.A., Mychelkin E.G. Ob evoluzii orbit dvoinyh system s izlucheniem. Gravitaziya i kvant. teoriya polya. Alma-Ata: KazGU, **1990**, P. 49-52. (in Russ.).

5 Mychelkin E.G. Parametricheskoe reshenie zadachi Gyldena-Meshcherskogo. Gravitaziya i kvant. teoriya polya. Alma-Ata, **1990,** P. 60-66. (in Russ.).

6 Samoilova-Yahontova N.S. Dvijenie tela peremennoi massy pod deistviem zentralnoi sily. Bul. in-ta teor. astron. AN SSSR, **1962,** T. 8, № 6 (99), P. 396-401. (in Russ.).

7 Hadjidemetriou J.D. Secular variation of mass and the evolution of binary systems // Advances in Astronomy and Astrophysics. N.Y.-L.: Acad. Press. 1967. V.5. P 131-188.

8 Berkovich L.M. Zadacha Gyldena-Meshcherskogo i zakony izmeneniya massy. Dokl. AN SSSR, **1980**, T. 250, № 5, P. 1088-1091. (in Russ.).

9 Donzov Y.P., Zavenyagin Y.A., Tilinin G.N. Dvijenie tela peremennoi massy I adiabaticheskie invarianty. Kosmich. issled. **1985,** T. 23, № 4, P. 634-636. (in Russ.).

10 Jeans J. Astronomy and Cosmogony. Cambridge. 1929. 290 p.

Резюме

А. А. Беков[1], К. С. Астемесова[2], Д.И. Өсiпбекова[2]

([1]Академик Ө. М. Султанғазин атындағы ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО»,

Алматы, Қазақстан Республикасы,

[2]Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

СӘУЛЕ ШЫҒАРҒЫШ АЙНЫМАЛЫ МАССА МЕН

ЕКIЛIК ЖҮЙЕЛЕРДIҢ ОРБИТАЛАР ЭВОЛЮЦИЯСЫ ТУРАЛЫ

Сәуле шығарғыш айнымалы масса мен екiлiк жүйелердiң динамикасы параметрлердың эволюциясы зерттелiнген. Динамикалық модель ретiнде екi гравитациялық және сәуле шығарғыш денелерiнiң есебi қарастырылған, осы жағдайда гравитациялық тартылыс және жарық қысымы өзара әрекетi денелерiң есепке алынған және денелерiнiң изотропты айнымалы массасы ұсынылған. Мақсат Гильден-Мещерский есебіне жаңа физикалық маңызды кіргізу және фотогравитациялық екі денелі Радзиевский есебін біріктіру. Есептің эволюциялық орбита, кеплер орбитадан айрым берілген, осы жағдайда айнымалы орбита элементтер параметр және эксцентриситет, параметрмен $\mu(t)$, ауданы интегралмен C және энергия квазиинтегралмен $h(t)$ анықталады. Қозғалыс траектория есептің фотогравитациялық вариантта табылған, гравитациялық параметрінің және энергия квазиинтегралдың таңбаға байланысты болу, әрбіреу оскуляциялық конустық қима мүмкін. Есептің адиабатикалық инварианттар анықталған, олар ақырын орбиталар эволюцияға қызығушылық болады, екілік сәуле шығарғыш жүйелердің орбиталардың жалпы эволюцияның жүрісі параметр $\mu(t)$ және жалпы жүйесінің энергиясы өзгеріспен анықталады.

Кілт сөздер: эволюция, екілік сәуле шығарғыш жүйелері, айнымалы масса, орбита элементтері, адиабата инварианттар.

Summary

A. A. Bekov[1], K. S. Astemesova[2], D. I. Usipbekova[2]

([1]Space research institute named after Academician U. M. Sultangazin JSC "NCSRT",

Almaty, Republic of Kazakhstan;

[2]Kazakh national technical university named after K. I. Satpayev, Almaty, Republic of Kazakhstan)

ON THE ORBITAL EVOLUTION OF THE RADIATING BINARY SYSTEMS WITH VARIABLE MASS

The evolution of the dynamic parameters of the radiating binary systems with variable mass is investigated. As a dynamic model, the problem of two gravitating and radiating bodies is considered, taking into account the gravitational attraction and the light pressure of the interacting bodies, with the additional assumption of isotropic variability of their masses. The problem combines the Gylden-Meshcherskij problem, carrying with them a new physical sense, and the two-body photogravitational Radzievskii problem. Evolving orbit is presented, unlike Kepler, with varying orbital elements - parameter and eccentricity, defines by the parameter $\mu(t)$, area integral C and quasi-integral energy $h(t)$. It is found, that the trajectory of a photogravitational version of the problem of two bodies, depending on the signs of the gravitational parameter and quasi-integral of energy, can be any of the osculating conic section. Adiabatic invariants of problem are defined, they are of interest to the slow evolution of the orbits, the general course of the evolution of the orbits of binary systems with the radiation is determined by the change of the parameter $\mu(t)$ and the total energy of the system.

Keywords: evolution, radiating binary systems, variable mass, orbital elements, adiabatic invariants.

Поступила 15.07.2013г.