УДК 531.1

А.А.БЕКОВ[1], М.Д.ШИНИБАЕВ[1], А.О. БЕЛЕС[2],
Ж.С.САДУАКАСОВА[2], К.С. АСТЕМЕСОВА[3], Д.И.УСИПБЕКОВА[3]

ПАРАБОЛИЧЕСКИЙ ТИП ДВИЖЕНИЯ ИСЗ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ

(интервал $\alpha_2 < w < \alpha_1$, случай $v(t) = v_0^2 t^2$)

[1] Институт космических исследований им. У.М.Султангазина АО «НЦКИТ», г. Алматы;
[2] Академический инновационный университет, г. Шымкент;
[3] Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева, г. Алматы

На интервале $\alpha_2 < w < \alpha_1$ получены полярные координаты близкого ИСЗ в случае нестационарного поля тяготения Земли для параболического типа движения с точностью $O(k^2)$, где k – модуль эллиптического интеграла 1-го рода. Полярные координаты содержат как вековые, так и смешанные члены.

Пусть близкий ИСЗ совершает движение в нестационарном поле тяготения Земли на основной плоскости. Введем полярную систему координат ρ, ϑ с центром в центре масс сжатого сфероида, тогда дифференциальные уравнения движения близкого ИСЗ примут вид [1]:

$$(\ddot{\rho} - \rho\dot{\vartheta}^2) = U'_\rho, \ \frac{1}{\rho}\cdot\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\vartheta}) = U'_\vartheta, \tag{1}$$

где U – силовая функция задачи.

Принимая $z^2 = 0$, находим U в следующем виде:

$$U = \left\{\frac{\mu}{\rho} + \frac{1}{2}v\rho^2\right\}, \ \rho^2 = x^2 + \gamma^2. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), находим:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\rho} - \rho\dot{\vartheta}^2 = -\mu\frac{1}{\rho^2} + v\rho, \\ &\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\vartheta}) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Из второго уравнения из (3) находим интеграл площадей

$$\rho^2\frac{d\vartheta}{dt} = C, \tag{4}$$

где C – постоянная интеграла площадей.

Получим интеграл энергии

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 2(U + h) \tag{5}$$

в полярных координатах ρ, ϑ.

Известно, что

$$x = \rho\cos\vartheta, \ y = \rho\sin\vartheta. \tag{6}$$

Вычислим $\dot{x}$ и $\dot{y}$ из (6), и подставим их, и (2) в (5), тогда получим интеграл энергии в полярных координатах

$$\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\vartheta}^2 = \frac{2\mu}{\rho} + v\rho^2 + 2h. \tag{7}$$

Рассмотрим влияние нестационарности поля тяготения Земли на параболический тип движения близкого ИСЗ на интервале $\alpha_2 < w < \alpha_1$ в случае $v_1 = v_0^{\eta} t^{l}$.

Используя (4), найдем $\dot{\vartheta} = \dfrac{C}{\rho^2}$, $\dot{\vartheta}^2 = \dfrac{C^2}{\rho^4}$ и перепишем первое из уравнений (3) в виде

$$\ddot{\rho} = \frac{C^2}{\rho^3} - \frac{\mu}{\rho^2} + v\rho . \tag{8}$$

После определения $\rho(v_1)$ для нахождения $\vartheta(v_1)$ используем (4), переписав его в следующем виде

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{C}{\rho^2} . \tag{9}$$

Для упрощения вычислений остановимся на случае $v = v_0^2 t^2$.

Используем метод последовательных приближений [2]. За первое приближение примем решения в случае $\nu - const$ [3]:

$$\vartheta = (e_0 + k^2 e_1)\psi + k e_3 \sin\psi + k^2 e_6 \sin 2\psi + 0(k^3), \tag{10}$$

$$\rho = \rho_{00} + (\rho_{01} k + \rho_{02} k^2)\cos\psi + \rho_{12} k^2 \cos^2\psi + 0(k^3), \tag{11}$$

$$\psi = (\bar{l}_1 + \bar{l}_2 k^2)t + \bar{l}_4 k \sin t + \bar{l}_7 k^2 \sin 2t + 0(k^3). \tag{12}$$

$$t = (\ell_{00} + k^2 \ell_{02})\psi + k\ell_{11} \sin\psi + k^2 \ell_{22} \sin 2\psi . \tag{13}$$

В этом случае (8) имеет вид:

$$\ddot{\rho} = \frac{C^2}{\rho^3} - \frac{\mu}{\rho^2} + v_0^2 t^2 \rho . \tag{14}$$

Далее, используя (13), найдем t^2:

$$t^2 = k^2\left(\frac{1}{2} l_{11}^2\right) + (l_{00}^2 + k^2 2 l_{00} l_{02})\psi^2 + k^2(-l_{11}^2)\cos 2\psi + k(2 l_{00} l_{11})\psi \sin\psi +$$
$$+ k^2 (2 l_{22} l_{00})\psi \sin 2\psi . \tag{15}$$

Учитывая (15) и (11), найдем $v_0^2 t^2 \rho$:

$$v_0^2 t^2 \rho = v_0^2 \left\{ \begin{array}{l} k^2\left(\frac{1}{2} l_{11}^2 \rho_{00}\right) + \left[\rho_{00} l_{00}^2 + k^2 (l_{00}^3 l_{02} \rho_{00} \rho_{12})\right]\psi^2 + k^2(-l_{11}^2 \rho_{00})\cos 2\psi + \\ + k(2\rho_{00} l_{00} l_{11})\psi \sin\psi + k^2(2\rho_{00} l_{02} l_{00} + \rho_{01} l_{00} l_{11})\psi \sin 2\psi + (k\rho_{01} l_{00}^2 + \\ + k^2 l_{00}^2 \rho_{02})\psi^2 \cos\psi + k^2\left(\frac{1}{2}\rho_{12} l_{00}^2\right)\psi^2 \cos 2\psi . \end{array} \right\} \tag{16}$$

Принимая во внимание (16), перепишем (8) в следующем виде:

$$d\dot{\rho} = \left\{ \begin{array}{l} \left[(C^2 \rho_{00}^{-2} - \mu\rho_{00}^{-2}) + k^2\left(C^2 \rho_{00}^{-3} \frac{15}{2} R_{02} + 6C^2 \rho_{00}^{-3} R_{02} - \mu\rho_{00}^{-2} \frac{1}{2} R_{11}^2 - \mu\rho_{00}^{-2} 2R_{02} + v_0^2 \frac{1}{2} l_{11}^2 \rho_{00}\right)\right] + \\ + \left[\begin{array}{l} k(-\mu\rho_{00}^{-2} 2R_{11} + 6R_{11} C^2 \rho_{00}^{-3}) \\ + \\ k^2(-\mu\rho_{00}^{-2} 2R_{12} + 6R_{12} C^2 \rho_{00}^{-3}) \end{array}\right] \cos\psi + \left[k^2 \left(\begin{array}{l} -\mu\rho_{00}^{-2} \frac{1}{2} R_{11}^2 - \mu\rho_{00}^{-2} 2R_{22} + \\ + C^2 \rho_{00}^{-3} \frac{15}{2} R_{11}^2 + C^2 \rho_{00}^{-3} 6R_{22} - \\ - v_0^2 l_{11}^2 \rho_{00} \end{array} \right) \right] + \\ + \cos 2\psi + [\rho_{00} l_{00}^2 v_0^2 + k^2 (v_0^2 l_{00}^3 l_{02} \rho_{00} \rho_{12})]\psi^2 + k[2v_0^2 \rho_{00} l_{00} l_{11}]\psi \sin\psi + k^2 (2v_0^2 \rho_{00} l_{22} l_{00} + \\ + v_0^2 \rho_{01} l_{00} l_{11})\psi \sin 2\psi + \left[k(v_0^2 \rho_{01} l_{00}^2) + k^2 (v_0^2 l_{00}^2 \rho_{02})\right]\psi^2 \cos\psi + k^2\left(\frac{v_0^2}{2}\rho_{12} l_{00}^2\right)\psi^2 \cos 2\psi \end{array} \right\} \times$$
$$\times \left\{ l_{00} + k^2 l_{02} + k l_{11} \cos\psi + k^2 2 l_{22} \cos 2\psi \right\} d\psi . \tag{17}$$

Выполним произведение фигурных скобок, приведем подобные члены, тогда (17) примет вид:

$$d\dot{\rho} = \left\{ \begin{array}{l} (\varsigma_{00} + k^2\varsigma_{02}) + (k\varsigma_{11} + k^2\varsigma_{12})\cos\psi + k^2\varsigma_{22}\cos 2\psi + \\ + (\varsigma_{30} + k^2\varsigma_{32})\psi^2 + k\varsigma_{41}\psi\sin\psi + k^2\varsigma_{52}\psi\sin 2\psi + \\ + (k\varsigma_{61} + k^2\varsigma_{62})\psi^2\cos\psi + k^2\varsigma_{72}\psi^2\cos 2\psi \end{array} \right\} d\psi, \quad (18)$$

где введены обозначения

$$\varsigma_{00} = l_{00}\xi_{00},\ \varsigma_{02} = \xi_{02}l_{00} + l_{02}\xi_{00} + \frac{1}{2}\xi_{11}l_{11},\ \varsigma_{11} = l_{00}\xi_{11} + l_{11}\xi_{00},\ \varsigma_{12} = l_{00}\xi_{12},$$

$$\varsigma_{22} = \xi_{22}l_{00} + \frac{1}{2}l_{11}\xi_{11} + 2l_{22}\xi_{00},\ \varsigma_{30} = \xi_{32}l_{00},\ \varsigma_{32} = \xi_{32}l_{00} + \xi_{30}l_{02} + \frac{1}{2}l_{11}\xi_{61},\ \varsigma_{41} = l_{00}\xi_{41},$$

$$\varsigma_{52} = \xi_{52}l_{00} + \frac{1}{2}l_{11}\xi_{41},\ \varsigma_{61} = l_{00}\xi_{61} + l_{11}\xi_{30},\ \varsigma_{62} = l_{00}\xi_{62},\ \xi_{00} = C^2\rho_{00}^{-3} - \mu\rho_{00}^{-2},$$

$$\xi_{02} = C^2\rho_{00}^{-3}\left(\frac{15}{2}R_{11}^2 + 6R_{02}\right) - \mu\rho_{00}^{-2}\left(\frac{1}{2}R_{11}^2 + 2R_{02}\right) + \frac{1}{2}v_0^2 l_{11}^2\rho_{00},\ \xi_{11} = 2\rho_{00}^{-2}(3R_{11}C^2\rho_{00}^{-1} - \mu R_{11}),$$

$$\xi_{12} = 2\rho_{00}^{-2}(3R_{12}C^2\rho_{00}^{-1} - \mu R_{12}),\ \xi_{22} = -\mu\rho_{00}^{-2}\left(\frac{1}{2}R_{11}^2 + 2R_{22}\right) + C^2\rho_{00}^{-3}\left(\frac{15}{2}R_{11}^2 + 6R_{22}\right) - v_0^2 l_{11}^2\rho_{00},$$

$$\xi_{30} = \rho_{00}l_{00}^2 v_0^2,\ \xi_{32} = v_0^2 l_{00}^3 l_{02}\rho_{00}\rho_{12},\ \xi_{41} = 2v_0^2\rho_{00}l_{00}l_{11},\ \xi_{52} = v_0^2 l_{00}(2\rho_{00}l_{22} + \rho_{01}l_{11}),$$

$$\xi_{61} = v_0^2\rho_{01}l_{00}^2,\ \xi_{62} = v_0^2 l_{00}^2\rho_{02},\ \xi_{72} = \frac{1}{2}v_0^2\rho_{12}l_{00}^2.$$

Проинтегрируем (18) слева и справа от нуля до верхних переменных пределов, сохраняя величины до $O(k^2)$ включительно:

$$\dot{\rho} = (\varsigma_{00} + k^2\varsigma_{02})\psi + \frac{1}{3}(\varsigma_{30} + k^2\varsigma_{32})\psi^3 + \left[\begin{array}{l} k(\varsigma_{11} + \varsigma_{41} - 2\varsigma_{61}) + \\ + k^2(\varsigma_{12} - 2\varsigma_{62}) \end{array}\right]\sin\psi +$$

$$+ k^2\left(\frac{1}{2}\varsigma_{22} + \frac{1}{4}\varsigma_{52} - \frac{1}{4}\varsigma_{72}\right)\sin 2\psi + \left[k(\varsigma_{41} + 2\varsigma_{61}) + k^2(2\varsigma_{62})\right]\psi\cos\psi + k^2(\varsigma_{72} - \varsigma_{52})\frac{1}{2}\psi\cos 2\psi +$$

$$+ (k\varsigma_{61} + k^2\varsigma_{62})\psi^2\sin\psi + k^2\left(\frac{1}{2}\varsigma_{72}\right)\psi^2\sin 2\psi. \quad (19)$$

Проинтегрировав (19) еще раз от нуля верхних переменных пределов, имеем:

$$\rho = (\beta_{01}k + \beta_{02}k^2) + (\beta_{10} + k^2\beta_{12})\psi^2 + (\beta_{20} + k^2\beta_{22})\psi^4 + (\beta_{31}k + \beta_{32}k^2)\cos\psi +$$

$$+ k^2\beta_{42}\cos 2\psi + (k\beta_{51} + k^2\beta_{52})\psi\sin\psi + + k^2\beta_{62}\psi\sin 2\psi +$$

$$+ (k\beta_{71} + k^2\beta_{72})\psi^2\cos\psi + k^2\beta_{82}\psi^2\cos 2\psi + k\beta_{91}\psi^3\sin\psi + k^2\beta_{102}\psi^3\sin 2\psi, \quad (20)$$

где введены обозначения

$$\beta_{01} = -\eta_{41} - 2\eta_{61} + 6\eta_{81},\ \beta_{02} = -\eta_{42} - \frac{1}{4}\eta_{52} - 2\eta_{62} - \frac{1}{4}\eta_{72} + \frac{3}{4}\eta_{92},\ \beta_{10} = \eta_{00},\ \beta_{12} = \eta_{02},$$

$$\beta_{20} = \eta_{10},\ \beta_{22} = \eta_{12},\ \beta_{31} = \eta_{21} + \eta_{41} + 2\eta_{61} - 6\eta_{81},\ \beta_{32} = \eta_{22} + \eta_{42} + 2\eta_{62},$$

$$\beta_{42} = \eta_{32} + \frac{1}{4}\eta_{52} + \frac{1}{4}\eta_{72} - \frac{3}{4}\eta_{92},\ \beta_{51} = \eta_{41} + 2\eta_{61} - 6\eta_{81},\ \beta_{52} = \eta_{42} + 2\eta_{62},$$

$$\beta_{62} = \frac{1}{2}\left(\eta_{52} + \eta_{72} - \frac{3}{2}\eta_{92}\right),\ \beta_{91} = \eta_{81},\ \beta_{71} = 3\eta_{81} - \eta_{61},\ \beta_{72} = -\eta_{62},\ \beta_{82} = \frac{1}{2}(3\eta_{92} - \eta_{72}),$$

$$\eta_{00} = \frac{1}{2}l_{00}\varsigma_{00},\ \eta_{02} = \frac{1}{2}\left(l_{00}\varsigma_{02} + l_{02}\varsigma_{00} + \frac{1}{2}l_{11}\varsigma_{41} + l_{11}\varsigma_{61}\right),\ \eta_{10} = \frac{1}{12}l_{00}\varsigma_{30},$$

$$\eta_{12} = \frac{1}{12}(l_{00}\varsigma_{32} + l_{02}\varsigma_{30}),\ \eta_{21} = -l_{00}(\varsigma_{11} + \varsigma_{41} - 2l_{61}),\ \eta_{22} = -l_{00}(\varsigma_{12} - 2\varsigma_{62}),$$

$$\eta_{32}=-\frac{1}{4}\begin{bmatrix} l_{00}\left(\varsigma_{22}+\frac{1}{2}\varsigma_{52}-\frac{1}{2}\varsigma_{72}\right)+ \\ +l_{11}\left(\varsigma_{11}+\varsigma_{41}-2\varsigma_{61}\right)\end{bmatrix},\ \eta_{41}=l_{00}\varsigma_{41}+l_{11}\varsigma_{00}+2l_{00}\varsigma_{61},\ \eta_{42}=2l_{00}\varsigma_{62},\ \eta_{61}=l_{00}\varsigma_{61},$$

$$\eta_{52}=\frac{1}{2}l_{00}\left(\varsigma_{72}-\varsigma_{52}\right)+l_{11}\left(\frac{1}{2}\varsigma_{41}+\varsigma_{61}\right)+2l_{22}\varsigma_{00},\ \eta_{62}=l_{00}\varsigma_{62},\ \eta_{72}=\frac{1}{2}(l_{00}\varsigma_{72}+l_{11}\varsigma_{61}),$$

$$\eta_{81}=\varsigma_{30}l_{11}.$$

Введем дополнительный модуль k' следующим образом $k'^2+k^2=1$ и перепишем (20) в следующем виде:

$$\rho=1-k'^2-k^2+k\beta_{01}+k^2\beta_{02}+(k'^2\beta_{10}+k^2\beta_{10}+k^2\beta_{12})\psi^2+(k'^2\beta_{20}+k^2\beta_{20}+k^2\beta_{22})\psi^4+$$
$$+(k\beta_{31}+k^2\beta_{32})\cos\psi+k^2\beta_{42}\cos 2\psi+(k\beta_{51}+k^2\beta_{52})\psi\sin\psi+k^2\beta_{62}\psi\sin 2\psi+$$
$$+(k\beta_{71}+k^2\beta_{72})\psi^2\cos\psi+k^2\beta_{82}\psi^2\cos 2\psi+k\beta_{91}\psi^3\sin\psi+k^2\beta_{102}\psi^3\sin 2\psi\ .\ (21)$$

Используя (21), вычислим $C\rho^{-2}$:

$$C\rho^{-2}=\left\{\begin{matrix}(\gamma_{00}+k\gamma_{01}+k^2\gamma_{02})+(\gamma_{10}+k^2\gamma_{12})\psi^2+(\gamma_{20}+k^2\gamma_{22})\psi^4+ \\ +k^2\gamma_{32}\psi^6+(k\gamma_{41}+k\gamma_{42})\cos\psi+k^2\gamma_{52}\cos 2\psi+(k\gamma_{61}+k^2\gamma_{62})\psi\sin\psi+ \\ +k^2\gamma_{72}\psi\sin 2\psi+(k\gamma_{81}+k^2\gamma_{82})\psi^2\cos\psi+k^2\gamma_{92}\psi^2\cos 2\psi+ \\ +(k\gamma_{101}+k^2\gamma_{102})\psi^3\sin\psi+k^2\gamma_{112}\psi^3\sin 2\psi+k^2\gamma_{122}\psi^2\sin 2\psi+ \\ +k^2\gamma_{132}\psi^4\cos 2\psi+k^2\gamma_{142}\psi^6\cos 2\psi+k^2\gamma_{152}\psi^5\sin 2\psi\end{matrix}\right\}C,\qquad(22)$$

Здесь введены обозначения:

$$\gamma_{00}=3,\ \gamma_{01}=-2\beta_{01},\ \gamma_{02}=-2\beta_{02}+3\beta_{01}^2+\frac{3}{2}\beta_{31}^2,\ \gamma_{10}=-2\beta_{10},\ \gamma_{12}=-2\beta_{12}+\frac{3}{2}\beta_{51}^2+3\beta_{31}\beta_{71},$$

$$\gamma_{20}=-2\beta_{20},\ \gamma_{22}=-\beta_{22}+\frac{3}{2}\beta_{71}^2+3\beta_{51}\beta_{91},\ \gamma_{32}=\frac{3}{2}\beta_{91}^2,\ \gamma_{41}=-2\beta_{31},\ \gamma_{42}=-2\beta_{32}+6\beta_{01}\beta_{31},$$

$$\gamma_{52}=-2\beta_{42}+\frac{3}{2}\beta_{31}^2,\ \gamma_{61}=-2\beta_{51},\ \gamma_{62}=-2\beta_{52}+6\beta_{01}\beta_{51},\ \gamma_{72}=-2\beta_{62}+3\beta_{31}\beta_{51},\ \gamma_{81}=-2\beta_{71},$$

$$\gamma_{82}=-2\beta_{72}-6\beta_{01}\beta_{71},\ \gamma_{92}=-2\beta_{82}+3\beta_{31}\beta_{71},\ \gamma_{101}=-2\beta_{91},\ \gamma_{102}=6\beta_{01}\beta_{91},$$

$$\gamma_{112}=-2\beta_{102}+3\beta_{31}\beta_{91}+3\beta_{51}\beta_{71}\ ,\ \gamma_{122}=-\frac{3}{2}\beta_{51}^2,\ \gamma_{132}=\frac{3}{2}\beta_{71}^2+3\beta_{51}\beta_{91},\ \gamma_{142}=-\frac{3}{2}\beta_{91}^2,$$

$$\gamma_{152}=3\beta_{71}\beta_{91}.$$

Перепишем (9), используя (22)

$$d\vartheta=\left\{\begin{matrix}(\mathrm{N}_{00}+k\mathrm{N}_{01}+k^2\mathrm{N}_{02})+(\mathrm{N}_{10}+k^2\mathrm{N}_{12})\psi^2+(\mathrm{N}_{20}+k^2\mathrm{N}_{22})\psi^4+k^2\mathrm{N}_{32}\psi^6+ \\ +(k\mathrm{N}_{41}+k^2\mathrm{N}_{42})\cos\psi+k^2\mathrm{N}_{52}\cos 2\psi+(k\mathrm{N}_{61}+k^2\mathrm{N}_{62})\psi\sin\psi+k^2\mathrm{N}_{72}\psi^2\cos 2\psi+ \\ +k^2\mathrm{N}_{82}\psi\sin 2\psi+(k\mathrm{N}_{91}+k^2\mathrm{N}_{92})\psi^2\cos\psi+(k\mathrm{N}_{101}+k^2\mathrm{N}_{102})\psi^3\sin\psi+ \\ +k^2\mathrm{N}_{112}\psi^3\sin 2\psi+k^2\mathrm{N}_{122}\psi^2\sin 2\psi+k^2\mathrm{N}_{132}\psi^4\cos 2\psi+k\mathrm{N}_{141}\psi^4\cos\psi+ \\ +k^2\mathrm{N}_{152}\psi^6\cos 2\psi++k^2\mathrm{N}_{162}\psi^5\sin 2\psi\end{matrix}\right\}d\psi,\qquad(23)$$

здесь введены обозначения

$$\mathrm{N}_{00}=l_{00}\gamma_{00}C,\ \mathrm{N}_{01}=C\gamma_{01}l_{00},\ \mathrm{N}_{02}=C\left(l_{00}\gamma_{02}+l_{02}\gamma_{00}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{41}\right),\ \mathrm{N}_{10}=l_{00}\gamma_{10}C,$$

$$\mathrm{N}_{12}=C\left(l_{00}\gamma_{12}+l_{02}\gamma_{10}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{81}\right),\ \mathrm{N}_{20}=l_{00}\gamma_{20}C,\ \mathrm{N}_{22}=C(l_{00}\gamma_{22}+l_{02}\gamma_{20}),\ \mathrm{N}_{32}=Cl_{00}\gamma_{32},$$

$$\mathrm{N}_{41}=(l_{00}\gamma_{41}+\gamma_{00}l_{11})C\,,\ \mathrm{N}_{42}=(l_{00}\gamma_{42}+l_{11}\gamma_{01})C\,,\ \mathrm{N}_{52}=C\left(l_{00}\gamma_{52}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{41}+2l_{22}\gamma_{00}\right),$$

$$\mathrm{N}_{61}=Cl_{00}\gamma_{61}\,,\ \mathrm{N}_{62}=Cl_{00}\gamma_{62}\,,\ \mathrm{N}_{72}=C\left(l_{00}\gamma_{92}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{81}+2l_{22}\gamma_{10}\right),\ \mathrm{N}_{82}=C\left(l_{00}\gamma_{72}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{61}\right),$$

$$\mathrm{N}_{91}=C(l_{00}\gamma_{81}+l_{11}\gamma_{10})\,,\ \mathrm{N}_{92}=Cl_{00}\gamma_{82}\,,\ \mathrm{N}_{101}=Cl_{00}\gamma_{101}\,,\ \mathrm{N}_{102}=Cl_{00}\gamma_{102}\,,$$

$$\mathrm{N}_{112}=C\left(l_{00}\gamma_{112}+\frac{1}{2}l_{11}\gamma_{101}\right),\ \mathrm{N}_{122}=Cl_{00}\gamma_{122},\ \mathrm{N}_{132}=C(l_{00}\gamma_{132}+2l_{22}\gamma_{20})\,,\ \mathrm{N}_{141}=Cl_{11}\gamma_{20}\,,$$

$$\mathrm{N}_{152}=Cl_{00}\gamma_{142}\,,\ \mathrm{N}_{162}=Cl_{00}\gamma_{152}\,.$$

Проинтегрируем (23) от нуля до верхних переменных пределов, найдем:

$$\begin{aligned}\vartheta=&\,k^2u_{02}+(u_{10}+ku_{11}+k^2u_{12})\psi+(u_{20}+k^2u_{22})\psi^3+(u_{30}+k^2u_{32})\psi^5+k^2u_{42}\psi^7+\\&+(ku_{51}+k^2u_{52})\sin\psi+k^2u_{62}\sin2\psi+(ku_{71}+k^2u_{72})\psi^2\sin\psi+ku_{81}\psi^4\sin\psi+\\&+k^2u_{82}\psi\sin2\psi+k^2u_{92}\psi^2\sin2\psi+k^2u_{102}\psi^4\sin2\psi+k^2u_{112}\psi^6\sin2\psi+k^2u_{122}\cos2\psi+\\&+(ku_{131}+k^2u_{132})\psi\cos\psi+k^2u_{142}\psi\cos2\psi+k^2u_{152}\psi^2\cos2\psi+k^2u_{162}\psi^3\cos2\psi+\\&+k^2u_{172}\psi^5\cos2\psi+(ku_{181}+k^2u_{182})\psi^3\cos\psi.\end{aligned}\tag{24}$$

Здесь введены обозначения:

$$u_{02}=-\frac{1}{4}\mathrm{N}_{122}\,,\ u_{10}=\mathrm{N}_{00}\,,\ u_{11}=\mathrm{N}_{01},\ u_{12}=\mathrm{N}_{02}\,,\ u_{20}=\frac{1}{3}\mathrm{N}_{10}\,,\ u_{22}=\frac{1}{3}\mathrm{N}_{12}\,,\ u_{30}=\frac{1}{5}\mathrm{N}_{20}\,,$$

$$u_{32}=\frac{1}{5}\mathrm{N}_{22}\,,\ u_{42}=\frac{1}{7}\mathrm{N}_{32}\,,\ u_{51}=\mathrm{N}_{41}+\mathrm{N}_{61}-2\mathrm{N}_{91}-6\mathrm{N}_{101}+24\mathrm{N}_{141}\,,$$

$$u_{52}=\mathrm{N}_{42}+\mathrm{N}_{62}-2\mathrm{N}_{92}-6\mathrm{N}_{102}\,,$$

$$u_{62}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{52}-\frac{1}{4}\mathrm{N}_{72}+\frac{1}{4}\mathrm{N}_{82}-\frac{3}{8}\mathrm{N}_{112}+\frac{3}{4}\mathrm{N}_{132}-\frac{45}{4}\mathrm{N}_{152}+\frac{15}{8}\mathrm{N}_{162}\,,\ u_{71}=\mathrm{N}_{91}+3\mathrm{N}_{101}-12\mathrm{N}_{141}\,,$$

$$u_{72}=\mathrm{N}_{92}+3\mathrm{N}_{102}\,,\ u_{81}=\mathrm{N}_{141},\ u_{82}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{122}\,,\ u_{92}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{72}+\frac{3}{4}\mathrm{N}_{112}-\frac{3}{2}\mathrm{N}_{132}+\frac{45}{4}\mathrm{N}_{152}-\frac{15}{4}\mathrm{N}_{162}\,,$$

$$u_{102}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{132}-\frac{15}{4}\mathrm{N}_{152}+\frac{5}{4}\mathrm{N}_{162}\,,\ u_{112}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{152}\,,\ u_{122}=\frac{1}{4}\mathrm{N}_{122}\,,$$

$$u_{131}=-\mathrm{N}_{61}+2\mathrm{N}_{91}+6\mathrm{N}_{101}-24\mathrm{N}_{141}\,,\ u_{132}=-\mathrm{N}_{62}+2\mathrm{N}_{92}+6\mathrm{N}_{102}\,,$$

$$u_{142}=\frac{1}{2}\mathrm{N}_{72}-\frac{1}{2}\mathrm{N}_{82}+\frac{45}{4}\mathrm{N}_{152}+\frac{3}{4}\mathrm{N}_{112}-\frac{3}{2}\mathrm{N}_{132}-\frac{15}{4}\mathrm{N}_{162}\,,\ u_{152}=-\frac{1}{2}\mathrm{N}_{122}\,,\ u_{152}=-\frac{1}{2}\mathrm{N}_{122}\,,$$

$$u_{162}=-\frac{1}{2}\mathrm{N}_{112}+\mathrm{N}_{132}-\frac{15}{2}\mathrm{N}_{152}+\frac{5}{2}\mathrm{N}_{162}\,,\ u_{172}=\frac{3}{2}\mathrm{N}_{152}-\frac{1}{2}\mathrm{N}_{162}\,,\ u_{181}=-\mathrm{N}_{101}+4\mathrm{N}_{141}\,,$$

$$u_{182}=-\mathrm{N}_{102}\,.$$

Таким образом, найдены полярные координаты ИСЗ в основной плоскости в случае нестационарного поля тяготения Земли при $v=v_0^2t^2$ для параболического типа движения на интервале $\alpha_2<w<\alpha_1$ выражениями (20) и (24).

Нестационарность поля тяготения приводит к появлению смешанных и вековых членов в полярных координатах ИСЗ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шинибаев М.Д.* Динамика поступательного движения пассивно гравитирующих тел постоянной и переменной масс в нецентральном поле тяготения. КГТУ им. И.Раззакова. Дисс. на соиск. уч. степени д.ф.-м.н.–Бишкек, 2002 г.

2. *Чеботарев Г.А.* Аналитические и численные методы небесной механики.–Москва-Ленинград, 1965 г., 367 с.

3. *Шинибаев М.Д., Есенов Е.К.* Орбитальные движения близкого ИСЗ в нестационарном поле тяготения Земли.–Алматы, «Гылым», 2009 г., 89 с.

REFERENCES

1. Shinibaev M.D. Dinamica postupatelnogo dvizhenia passivno gravitiruyshih tel postoyannoi I peremennoi mass v necentralnom pole tyagotenia. KGTU im.I.Razzakova. Diss. na soisc. uch. stepeni d.f.-m.n.-Bishkek, 2002.

2. Chebotarev G.A. Analiticheskie i chislennye metody nebesnoi mehaniki.-Moskva-Leningrad, 1965, 367s.

3. Shinibaev M.D., Esenov E.K. Orbitalnye dvizhenia blizkogo ISZ v nestacionarnom pole tyagotenia Zemli.-Almaty, "Gylym", 2009, 89s.

Беков А.А., Шыныбаев М.Д., Белес А.О.,
Садуақасова Ж.С., Астемесова К.С., Өсіпбекова Д.И.

ЖАСАНДЫ ЖЕР СЕРІГІНІҢ ЖЕРДІҢ ТАРТЫЛЫС ӨРІСІНДЕГІ ПАРАБОЛАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ТҮРІ(ИНТЕРВАЛ $\alpha_2 < w < \alpha_1$, КЕЗДЕЙСОҚ $v(t) = v_0^2 t^2$)

$\alpha_2 < w < \alpha_1$ интервалында O(k^2) дәлдігімен қозғалыстың параболалық типі үшін станционарлық емес Жердің тартылыс өрісі жағдайында жақын ЖЖС-нің полярлық координаттары табылған, мұнда k – эллиптик интегралдың 1-ші түрінің модулі. Полярлық координаталарда ғасырлық, сондай-ақ аралас мүшелер бар.

Bekov A.A., Shinibaev M.D., Beles A.O.,
Saduakasova Zh.S., Astemesova K.S., Usipbekova D.I.

PARABOLIC TYPE MOTION OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITE IN NON-STATIONARY EARTH GRAVITATIONAL FIELD (INTERVAL $\alpha_2 < w < \alpha_1$, CASE $v(t) = v_0^2 t^2$)

On the interval $\alpha_2 < w < \alpha_1$ the polar coordinates for the case of close AES in non-stationary Earth gravitational field for parabolic type of motion with accuracy O(k^2), where k – modul of elliptic integral of 1-kind are received. Polar coordinates contains as the secular, and so the mixed members.