

## ИНВАРИАНТНОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЕРСТА ДЛЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО КОДА

Приведен инвариант показателя Херста для генетического кода, что позволит рассматривать молекулы ДНК как машину Тьюринга.

**1. Введение.** Информация, характеризующая поведение организма, хранится в молекуле дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК). ДНК состоит из нуклеотидов (а (аденин), с (цитозин), g (гуанин) и t (тимин)), комбинация которых образует информацию. В ДНК возможны только комплементарные связи (правило Чаргаффа). Такая связь образует пару оснований, порядок которых определяет последовательность генетического кода  $s = s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ .

Благодаря упругим свойствам молекулы [1-5] возможно сохранение информации, которая затем копируется и передается. В данной работе авторами рассматривается возможность кодирования информации, построения матрицы генетического кода, а также инвариантность показателя Херста для генетического кода, это позволит рассматривать далее ДНК как машину Тьюринга.

**2. Матрица генетического кода.** Сформируем матрицу из названий нуклеотидов, образующих некоторый алфавит:

$$M = \begin{bmatrix} g & c \\ a & t \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Каждый элемент матрицы задается названием нуклеотида. Создадим матрицу, элементы которой задаются комбинацией двух нуклеотидов:

$$M^{(2)} = M \otimes M = \begin{bmatrix} gg & gc & cg & cc \\ ga & gt & ca & ct \\ ag & ac & ta & tc \\ aa & at & ta & tt \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Перейдем к двоичной системе исчисления по следующей схеме:

$$\begin{aligned} g &\mapsto 00, & c &\mapsto 01, \\ a &\mapsto 10, & t &\mapsto 11. \end{aligned} \quad (3)$$

При таком переходе матрицу  $M$  перепишем в виде:

$$M = \begin{bmatrix} 00 & 01 \\ 10 & 11 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Аналогично можно переходить в другие системы исчисления. Например, для 4-х разрядной системы исчисления получим:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Таким образом, мы показали матричное представление генетического кода и представление матрицы в двоичной и 4-х разрядной системе исчисления.

ggg	ggc	gcg	gcc	cgg	cgc	ccg	ccc
gga	ggt	gca	gct	cga	cgt	cca	cct
gag	gac	gtg	gtc	cag	cac	ctg	ctc
gaa	gat	gta	gtt	caa	cat	cta	ctt
agg	agc	acg	acc	tgg	tgc	tcg	tcc
aga	agt	aca	act	tga	tgt	tca	tct
aag	aac	atg	atc	tag	tac	ttg	ttc
aaa	aat	ata	att	taa	tat	tta	ttt

Рис. 1. Распределение AAVP5 в матрице  $M^{(3)}$

AAVP5: 5'-gtggccatttagggtatatatggccgagtgagcgagcaggatctccattttgaccgcgaaattttgaacg-3'.

Элементы матрицы  $M^{(3)}$  представим в виде таблицы (рис. 1). Рассмотрим распределение AAVP5 на данной таблице. Как видно из рисунка распределение носит хаотический характер. Для описание такой динамики необходимо использовать показатель Ляпунова, показатель Хаусдорфа-Безиковича и т.д.

Среди распространенных характеристик динамического хаоса наиболее подходящим для данного случая является показатель Херста. Для нахождения показателя Херста необходимо перейти от буквенного обозначения к численному. Воспользуемся 4-х разрядной системой исчисления. В таком случае матрица  $M$  примет вид (5). На рис. 2 имеется представление матрицы  $M^{(3)}$  в 4-х разрядной системе исчисления. Такая матрица может позволить проанализировать генетический код.

Далее рассмотрим преобразования подобия для генетического кода.

**4. Об инварианте показателя Херста.**

Преобразование

$$f: x'_i = kx_i, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

или

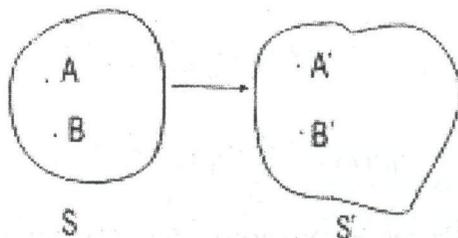
$$p(A', B') = kp(A, B), \quad (7)$$

000	001	010	011	100	101	110	111
002	003	012	013	102	103	112	113
020	021	030	031	120	121	130	131
022	023	032	033	122	123	132	133
200	201	210	211	300	301	310	311
202	203	212	213	302	303	312	313
220	221	230	231	320	321	330	331
222	223	232	233	322	323	332	333

Рис. 2. Табличное представление матрицы  $M^{(3)}$  в 4-х разрядной системе исчисления

**3. Хаос в генетическом коде.** Рассмотрим хаотическую картину динамики на примере последовательности AAVP5, имеющий вид:

носит название преобразования подобия. Графически преобразование можно изобразить в виде:



При  $k = 1$   $f$ - тождественное преобразование.  
 При  $k > 1$   $f$ - растяжение.  
 При  $k < 1$   $f$ - сжатие.

Коэффициент подобия  $k$  удобно представить в каноническом виде

$$k = e^\alpha \quad (8)$$

$\alpha = 0$  - тождественное преобразование,  
 $\alpha > 0$  - растяжение,  
 $\alpha < 0$  - сжатие.

Преобразование подобия изменяет размеры фигуры, но не их форму. Форма – инвариант преобразования подобия.

Аффинные преобразования – преобразования подобия с различными коэффициентами подобия по различным направлениям:

$$x'_i = k_i x_i. \quad (9)$$

Рассмотрим задачу, в которой покажем, что показатель Херста  $H$  инвариантен относительно преобразованию подобия. Рассмотрим матрицу

$$M = \begin{bmatrix} g & c \\ a & t \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Элементы этой матрицы образуют последовательность генетической информации

$$s = s_1, s_2, s_3, \dots, s_n. \quad (11)$$

Относительно преобразования подобия получаем матрицу:

$$M' = k \begin{bmatrix} g & c \\ a & t \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Элементы матриц определены как:

$$u = \begin{cases} a \\ c \\ g \\ t \end{cases}, \quad u' = \begin{cases} ak \\ ck \\ gk \\ tk \end{cases}, \quad (13)$$

где:

$$u' = k_i u. \quad (14)$$

Среднее значение принимает вид:

$$\bar{u}(n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u(j), \quad (15)$$

$$\bar{u}'(n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u'(j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n ku(j). \quad (16)$$

Из последнего выражения следует, что

$$\bar{u}'(n) = k\bar{u}(n). \quad (17)$$

Определим следующие статистические функции:

$$X(l, n) = \sum_{j=1}^n [u(j) - \bar{u}(n)], \quad (18)$$

$$X'(l, n) = \sum_{j=1}^n [u'(j) - \bar{u}'(n)], \quad (19)$$

$$X'(l, n) = \sum_{j=1}^n [ku(j) - k\bar{u}(n)] = k \sum_{j=1}^n [u(j) - \bar{u}(n)] \quad (20)$$

откуда получаем

$$X' = kX. \quad (21)$$

Аналогично рассмотрим для дисперсии:

$$S(n) = \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [u(j) - \bar{u}(n)]^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (22)$$

$$S'(n) = \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [u'(j) - \bar{u}'(n)]^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} S'(n) &= \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [ku(j) - k\bar{u}(n)]^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= k \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [u(j) - \bar{u}(n)]^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, получили два важных соотношения:

$$S'(n) = kS(n), \quad (25)$$

$$R'(n) = kR(n), \quad (26)$$

Из которых получаем:

$$n^{H'} = \frac{R'(n)}{S'(n)} = \frac{kR(n)}{kS(n)} = \frac{R(n)}{S(n)} = n^H. \quad (27)$$

Последнее выражение определяет инвариантность показателя Херста относительно преобразования подобия.

**5. Заключение.** В данной работе мы получили численное представление матрицы  $M^{(3)}$ . Это позволило получить численное представление о хаотической динамики генетического кода. Также была доказана инвариантность показателя Херста относительно преобразования подобия. Последнее утверждение, позволяет констатировать факт возможности преобразования подобия генетической информации, не теряя динамику информации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мырзакулов Е.М. Математическое моделирование кинетики структурных конфигураций молекулы ДНК // Сборник тезисов международной научной конференции «Актуальные вопросы теории дифференциальных уравнений с частными производными и их приложения», Астана, 15-17.09.08. С. 53-54.

2. Данлыбаева А.К., Жунусов К.Х. Об одной геометрической модели молекулы ДНК // Вестник КазНУ. Сер. физическая. 2006. №1(21). С. 31-35.

3. Мырзакулов Р. О некоторых нелинейных эффектах в биологии // Вестник НАН РК. 2006. №1. С. 51-54.

4. Мырзакулов Р. Биология с точки зрения физика и математика // Изв. НАН РК. 2005. №4, С. 45-52.

5. Мырзакул Т.Р., Мырзакулов Р. О нелинейной динамике нанотрубки и молекулы ДНК. Мат. 5-ой межд. конф. "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент", 15-17 июня, 2006 г. Астана. С. 179-182.

### Резюме

Генетикалық код үшін Херстің инвариант көрсеткіші қарастырылған.

### Summary

In this paper we research the invariant of the Hurst low for genetic code.

*КазНУ им. аль-Фараби;*

*АГУ им. Абая;*

*ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, г. Астана Поступила 20.08.08г.*