УДК531+539.376

К.БИСЕМБАЕВ

КОЛЕБАНИЯ ТЕЛА НА ОПОРАХ СО СПРЯМЛЕННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ НА РЕЛАКСИРУЮЩИХ ГРУНТАХ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ. ЧАСТЬ 1

(Представлена академиком НАН РК Г.У. Уалиевым)

Исследованы нелинейные колебания твердого тела на опорах качения, несущие элементы которых имеют формы поверхностей высокого порядка с учетом трения качения на релаксирующих грунтах при воздействии вертикальных возмущений. Изучен переходный режим и определен критерий устойчивости стационарного состояния системы.

Модель кинематического фундамента показана на рис.1. Опора качения ограничена снизу и сверху поверхностями, соответственно, уравнениями $y_1 = a_1 x_1^n$, $y_2 = a_2 x_2^n$. Специфика такой опоры заключается в том, что радиус кривизны в окрестности центральных опорных точек стремится к бесконечности и уменьшается по мере удаления от оси симметрии, то есть имеет место спрямление опорных поверхностей в окрестности центральной точки.

Горизонтальное и вертикальное смещения оснований обозначим соответственно $x_0(t)$ и $y_0(t)$. Через $x(t)$ обозначим горизонтальное смещение верхнего тела, опирающегося на опору качения. Уравнения движения виброзащищаемого тела на опорах качения, ограниченных параболами высокого порядка, с учетом трения качения на релаксирующих грунтах при вертикальном возмущений, могут быть представлены в виде

$$\ddot{x} + \varepsilon \frac{d\Phi(x)}{dt} + \left(1 + \frac{\ddot{y}_0}{g}\right)\left[\Phi(x) - \omega_0^2 x\right] = 0, \qquad (1)$$

где

$$\Phi(x) = \omega_0^2 N_n x^{\frac{1}{n-1}}; \quad N_n = \frac{1}{(nH)^{\frac{1}{n-1}}}\left[\frac{1}{a_1^{\frac{1}{n-1}}} + \frac{1}{a_2^{\frac{1}{n-1}}}\right], \quad \omega_0^2 = \frac{g}{H} \qquad (2)$$

ε – коэффициент затухания, g – ускорение свободного падения, H – высота опоры. Рассмотрим колебания тела при гармоническом вертикальном смещении нижнего основания $y_0 = B\sin 2pt$ (3) Подставляя (3) в уравнение движения, (1) полуа угол сдвига фазы определяется уравнением

$$tg\beta = \frac{b}{a} = \frac{2\lambda p^2\omega^2 - \varepsilon Wp}{\omega^2 - p^2} \qquad (15)$$

Из систем уравнений (8) следует, что при нулевых начальных условиях амплитуда равна нулю при любом t. Таким образом, здесь совершенно другое положение, чем при обычном резонансе: если система с начала была в равновесии, то она остается в равновесии и в дальнейщем.

При ненулевых начальных условиях, система совершает колебательное движение. На рис.2 показана зависимость амплитуды А от частоты p (резонансной кривой) при следующих значениях параметров: $\varepsilon = 0.04$, $\lambda = 0.0035$, $n = 4$. На рис. 2 показаны также скелетные кривые (штриховая кривая), построенные по формулам (12).Точка пересечения резонансной кривой с осью абсцисс определяется из уравнения (14) при условии $A = 0$, т.е. опорные точки имеют вид:

$$p_r = \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{4\lambda}\sqrt{1+\sqrt{1+16\frac{\lambda^2}{\varepsilon^4}}} \qquad (16)$$

Уравнение (4) относится к дифференциальному уравнению типа Матье [3]. Согласно теории этого уравнения, движение будет устойчивым, если выполняется условие

$$p^2/g \le 1/4B \qquad (17)$$

Условие (17) будем считать выполненным. Например, при землетрясениях вертикальная составляющая сейсмического воздействия в редких случаях превосходит по величине ускорение силы тяжести.

Условия устойчивости для нетривиального решения имеет вид

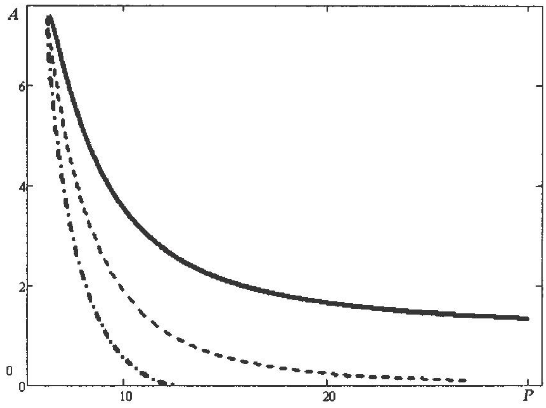

Рис.2. Зависимость амплитуды параметрических колебаний от частоты возбуждения

$$\varepsilon W\left(\frac{n-2}{n-1}\frac{1}{\omega^2} + 2\right) > 0;$$

$$\frac{2(n-2)}{n-1}W\left[\frac{\varepsilon^2 W}{\omega^2} + \left(p^2 - \omega^2\right)\right] > 0.$$

Очевидно, что первое условие выполняется всегда. Второе условие сведется к выполнению неравенства $p^2 > \omega^2$, то есть частота вынужденного колебания виброзащищаемого тела должна быть больше частоты собственного колебания. На рис.2 верхние ветви резонансных кривых соответствуют устойчивым состояниям равновесия, пунктирной линией представлена часть диаграммы, соответствующая неустойчивым решениям.

Переходные колебательные режимы исследуемой системы будут описываться уравнениями (8). Для решения уравнений (8) применены численные методы интегрированных систем дифференциальных уравнений на основе метода Рунге-Кутта четвертого порядка.

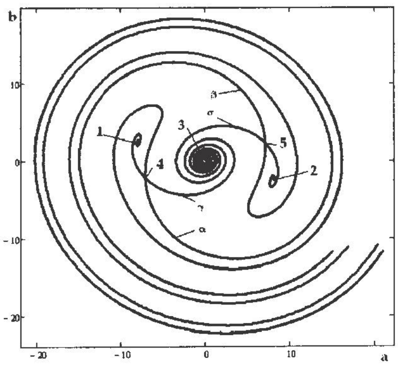

Рис.3. Диаграмма на плоскости (a,b)
(n=4, $\varepsilon = 0.009$, $\lambda = 0.001$, p=6)

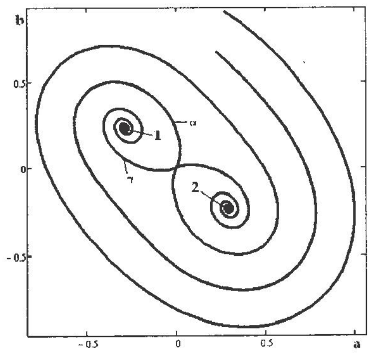

Рис.4.Диаграмма на плоскости (a,b)
(n=4, $\varepsilon = 0.009$, $\lambda = 0.001$, p=23)

На плоскости (a,b) нетривиальные решения всегда появляются попарно, симметрично относительно начала отсчета (см.рис.3).Существенно отметить, что на плоскости (a,b) седловые точки (точка 3) соответствуют неустойчивым, а устойчивые фокусы (точки 1 и 2)-устойчивым решениям [4].Точка p_r определяемой формулы (16) разделяет область тривиального решения на две области: устойчивую при $p < P_r$ и неустойчивую при $p > P_r$. Кроме того, при значении частоты $p, < P_r$, амплитуда A трехзначная (см.рис.3), а при значениях частоты $p > P_r$, амплитуда A двухзначна и тривиальное решение неустойчиво (см.рис.4).

Выделим две области устойчивых решений: резонансных (с большой амплитудой) и нерезонансных (с малыми амплитудами). На рис.3 и 4 для тех же значений ε, λ и N_n показаны области начальных условий, которые отвечают резонансным и нерезонансным решениям для p=6, p=23 соответственно. Линии α и β представляют собой сепаратрису, а линия γ и σ -тракекторию движения в направлении от седловой точки к фокусу (эти точки соответствуют резонансным и нерезонансным решениям).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бисембаев К. Колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями // Изв. АН КазССР. сер. физ.-мат. 1988. №3. с. 65-69.

2. Бісембаев К., Пўятецький В. О. Дослідження нелінійних коливань тіла на опорах кочення зіспрямленими поверхнями // Вісник Київського Університету. Физ.-мат. Науки. №5. с.12-17.

3. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т.2. М. Наука. 1977. 544 с.

4. Тондл А. Нелинейные колебания механических систем. М. Мир.1973. 327 с.

5. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М. Мир.1968. 432 с.

Резюме

Түзетілетін беттермен шектелген теңселмелі тірекке орнатылған дененің релаксацияланатын жер қабатындағы домалау үйкелісін ескерген жағдайдағы вертикаль ауытқудың әсерінен болатын сызықты емес тербелісі зерттелген. Жүйенің өтпелі режімі зерттелді және стационар күйінің орнықтылық критериі анықталды.

Summary

Nonlinear oscillations of solids on bearing, bearers of wich have forms of high order surfaces have been investigated. Transitional regime has been examined and criterion for stability of stationary condition of the system has been determined.

КазНПУ имени Абая *Поступила 12 .04.2010 г.*