

УДК 533.9

A.E. ДАВЛЕТОВ

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ В РАМКАХ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ХИМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Исследована электропроводность частично ионизованной водородной плазмы. Сечения рассеяния определены с помощью фаз рассеяния, вычисленных из уравнения Калоджеро. В качестве потенциалов взаимодействия электронов с ионами и атомами взяты соответствующие выражения из так называемой самосогласованной химической модели.

1. Введение

Хорошо известно, что построение классической кинетической теории плазмы натыкается на ряд принципиальных трудностей, связанных с расходностью интеграла столкновений по прицельному параметру. На малых расстояниях эта расходность снимается учетом квантовых эффектов (или использованием квантовых уравнений), а на больших расстояниях — учетом коллективного характера взаимодействия, вызывающего экранировку поля зарядов.

В последнее время в /1-3/ развивался псевдопотенциальный подход к теории плазменноподобных сред, основанный на одновременном учете как квантовомеханических эффектов, так и явления экранировки поля. Это, в принципе, позволяет построить классическую кинетическую теорию с корректно сходящимся интегралом столкновений /4,5/. Следует отметить, что полученные выражения строго говоря применимы только вблизи равновесного состояния, так как окончательное выражение для интеграла столкновений содержит температуру (аналогичное замечание относится и к так называемому кинетическому уравнению Ландау).

В данной работе для определения сечения рассеяния используется квантовое уравнение Калоджеро /6/ для фаз рассеяния, что автоматически снимает расходность при малых прицельных параметрах (малых орбитальных квантовых числах). В качестве потенциала взаимодействия электронов с ионами и атомами выбраны псевдопотенциалы, предложенные ранее в рамках самосогласованной химической модели /7-9/ и учитывающие коллективные явления в плазме. Этим самым снимается расходность по большим прицельным параметрам и открывается прямая возможность для определения транспортных свойств частично ионизованной плазмы.

2. Параметры плазмы

В данной работе рассматривается частично ионизованная водородная плазма, состоящая из свободных электронов (масса m_e , заряд $-e$, концентрация n_e), свободных протонов (масса m_p , заряд e , концентрация $n_p = n_e$) и атомов (масса m_n , концентрация n_n).

Для определения состояния плазменной среды введем среднее расстояние между частицами

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} \quad (1)$$

и соответствующий ему параметр плотности

$$r_s = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} \frac{m_e e^2}{\hbar^2} = \frac{a}{a_B}, \quad (2)$$

где $n = n_p + n_n$ — полное число протонов в системе, $a_B = \hbar^2 / m_e e^2$ — первый Боровский радиус, \hbar — постоянная Планка.

Интенсивность взаимодействия частиц плазмы между собой описывается параметром связи

$$\Gamma = \frac{e^2}{a k_B T}, \quad (3)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура плазменной среды.

Следует отметить, что знание значений безразмерных параметров плотности и связи вполне достаточно для определения всех свойств частично ионизованной плазмы, включая ионизационное равновесие.

3. Псевдопотенциальная модель

Цепочка уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций имеет вид /2/

$$\Delta_i \Phi_{ab} \left({}^a r_i, {}^b r_j \right) = \Delta_i \varphi_{ab} \left({}^a r_i, {}^b r_j \right) - \\ - \sum_c \frac{n_c}{k_B T} \int d^c r_k \Delta_i \varphi_{ac} \left({}^a r_i, {}^c r_k \right) \cdot \Phi_{cb} \left({}^c r_k, {}^b r_j \right), \quad (4)$$

где φ_{ab} - микропотенциал взаимодействия частиц плазмы, Φ_{ab} - макропотенциал, учитывающий коллективные явления, ${}^a r_i$ - радиус-вектор i -ой частицы сорта a , Δ - оператор Лапласа, n_c - концентрация частиц сорта c .

Соотношение (4) в Фурье-пространстве представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, решение которой в случае трехкомпонентной плазмы имеет вид

$$\tilde{\Phi}_{ab}(k) = \frac{1}{\Delta} (\tilde{\varphi}_{ab}(k) + \sum_{c=e,i,n} A_c [\tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ab}(k) - \tilde{\varphi}_{ac}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k)] + \\ + \delta_{ab} \sum_{c,d=e,i,n} A_c A_d \left[\frac{\tilde{\varphi}_{ac}(k) \tilde{\varphi}_{ad}(k) \tilde{\varphi}_{cd}(k) + \tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{dd}(k) - \tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{cd}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ad}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{dd}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)^2}{2} \right]), \quad (5)$$

а

$$\Delta = 1 + \sum_{a=e,i,n} A_a \tilde{\varphi}_{aa}(k) + \sum_{a,b} A_a A_b [\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bb}(k) - \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2] + A_a A_b A_c \times \left[\frac{\tilde{\varphi}_{ab}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)}{3} + \right. \\ \left. + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bb}(k) \tilde{\varphi}_{cc}(k) - \tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{bb}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2}{6} \right]. \quad (6)$$

Здесь $A_c = n_c / k_B T$ и δ_{ab} - символ Кронекера.

Выражение для макропотенциалов в конфигурационном пространстве получается из (5) простым преобразованием Фурье

$$\Phi_{ab}(r) = \int \tilde{\Phi}_{ab}(k) \exp(ikr) dk. \quad (7)$$

В качестве микропотенциала взаимодействия нейтральной компоненты выберем потенциал /10/

$$\varphi_{pn}(r) = -\varphi_{en}(r) = e^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a_B} \right) \exp \left(-\frac{2r}{a_B} \right), \quad (8)$$

тогда как заряженная компонента плазмы взаимодействует по закону Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}. \quad (9)$$

На рисунках 1-4 приведены конкретные зависимости макропотенциалов (7), полученные с учетом ионизационного равновесия, ранее изученного в /9/.

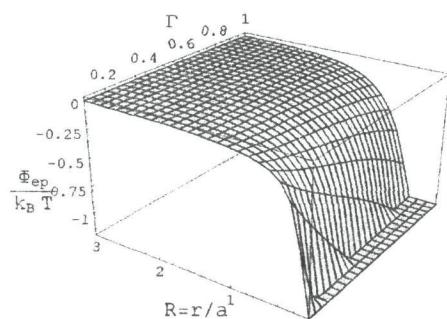


Рис. 1. Зависимость электрон-протонного потенциала от расстояния и параметра связи при фиксированном параметре плотности $r_s = 10$.

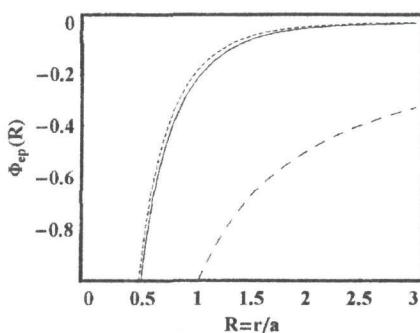


Рис. 3. Зависимость электрон-протонного потенциала от расстояния при фиксированных параметре плотности $r_s = 10$ и параметре связи $\Gamma = 1$.

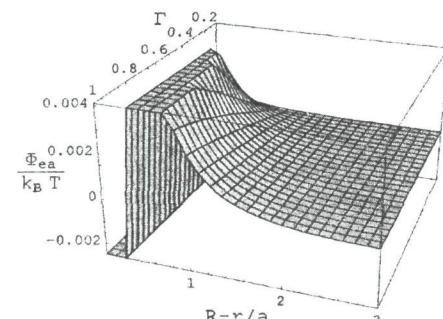


Рис. 2. Зависимость электрон-атомного потенциала от расстояния и параметра связи при фиксированном параметре плотности $r_s = 10$.

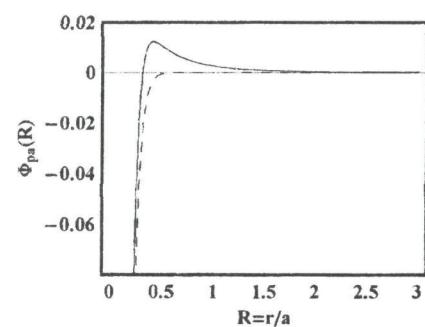


Рис. 4. Зависимость электрон-атомного потенциала от расстояния при фиксированных параметре плотности $r_s = 10$ и параметре связи $\Gamma = 1$.

4. Электропроводность частично ионизованной плазмы

Дифференциальное сечение рассеяния определяется через сдвиги фаз на бесконечном удалении частиц друг от друга

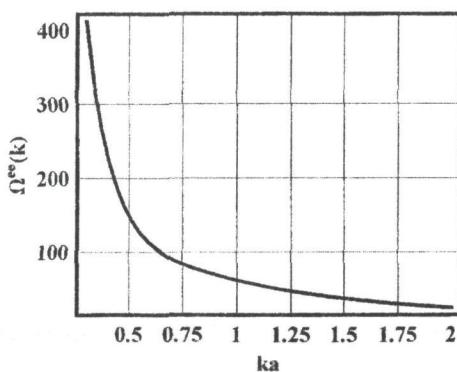


Рис. 5. Электрон-протонное дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от волнового числа при $r_s = 5$ и $\Gamma = 0.1$.

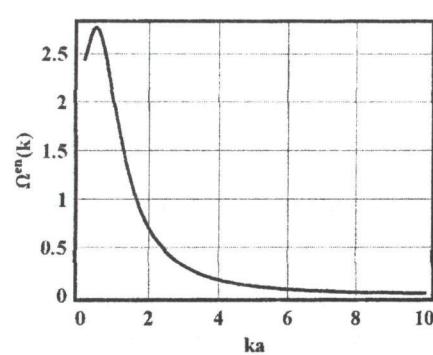


Рис. 6. Электрон-атомное дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от волнового числа при $r_s = 5$ и $\Gamma = 0.1$.

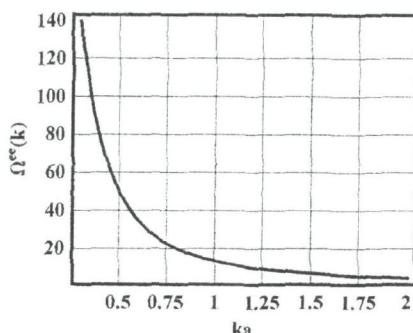


Рис. 7. Электрон-протонное дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от волнового числа при

$$r_s = 5 \text{ и } \Gamma = 1.$$

Будучи определенными через фазы рассеяния согласно (10), дифференциальные сечения рассеяния имеют вполне аналогичное поведение. При фиксированной плотности и увеличении параметра связи сечения рассеяния уменьшаются, а при фиксированном параметре связи Γ и уменьшении плотности (увеличении параметра плотности r_s) сечения возрастают. И то и другое связано с ослаблением влияние коллективных эффектов на взаимодействие между частицами среды. Кроме этого, на зависимости электрон-атомного дифференциального сечения рассеяния от волнового числа (энергии сталкивающихся частиц) имеется максимум, связанный с тем, что макропотенциал взаимодействия электрон-атом имеет немонотонный характер со сменой притяжения на малых расстояниях на отталкивание на больших.

При исследовании транспортного и полного сечений рассеяния следует отметить, что для чисто кулоновского потенциала классические формулы дают расходящийся результат. Это связано с тем, что чистый кулоновский потенциал слишком медленно и вклад процессов рассеяния на малые углы является доминирующим. В нашем случае используются потенциалы, достаточно быстро убывающие с расстоянием между частицами, что ведет к конечности полного и транспортного сечений рассеяния. Использование уравнения Калоджеро для определения сдвига фаз гарантирует корректный учет единичных актов рассеяния и на малых расстояниях взаимодействующих частиц.

Полное сечение рассеяния определяется через сдвиги фаз на бесконечном удалении частиц друг от друга

$$\Omega_T^{ab}(k) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \sin^2 (\delta_{l+1}^{ab}(\infty) - \delta_l^{ab}(\infty)). \quad (11)$$

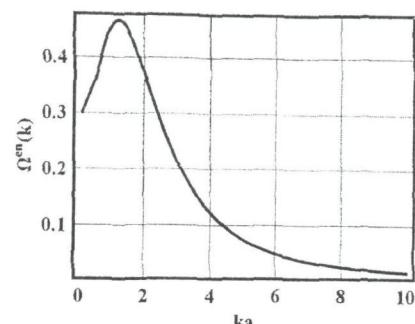


Рис. 8. Электрон-атомное дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от волнового числа при

$$r_s = 5 \text{ и } \Gamma = 1.$$

Для изучения зависимости электропроводности от параметров плазмы необходимо исследовать зависимость процессов рассеяния электронов от таких факторов как степень ионизации плазменной среды. Предположим, что электрон движется в плазме с некоторой скоростью, тогда полное эффективное сечение рассеяния с учетом степени ионизации плазменной среды имеет вид

$$\Omega(v/v_T) = \frac{\alpha}{\gamma_E} \Omega_T^{ee} \left(\frac{v}{v_T \lambda_{ep}} \right) + (1-\alpha) \Omega_T^{en} \left(\frac{v}{v_T \lambda_{en}} \right). \quad (12)$$

Здесь $\gamma_E = 0.582$, а $\lambda_{ab} = \hbar/a(m_{ab}k_B T)$ - безразмерная тепловая длина волны де Броиля пары частиц с приведенной массой $m_{ab} = m_a m_b / (m_a + m_b)$.

Поясним некоторые вклады в соотношении (40), связанные с изучением электропроводности частично ионизованной водородной плазмы. Специфика электромагнитного взаимодействия проявляется в том, что межэлектронные корреляции оказывают сильное влияние на электропроводность даже при малых значениях параметра связи Γ . Для их учета к интегралу электрон-ионных столкновений следует добавить интеграл электрон-электронных столкновений. Это было сделано в [6], благодаря чему и появилась поправка, содержащая γ_E . Таким образом, первый член в соотношении (40) учитывает как электрон-ионные, так и электрон-электронные процессы рассеяния. Второй член (40) принимает во внимание рассеяние электронов на атомах водорода. Оба вклада пропорциональны количеству ионов и атомов соответственно.

Для определения электропроводности частично ионизованной плазмы воспользуемся следующей формулой [11]

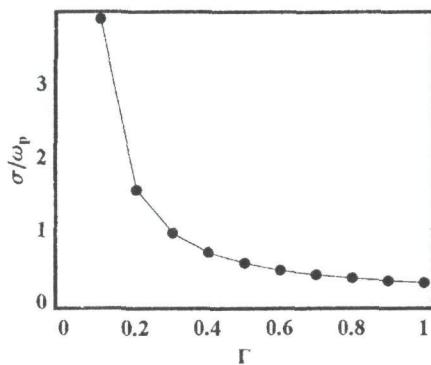


Рис. 9. Электропроводность σ / ω_p , $\omega_p = (4\pi n e^2 / m_e)^{1/2}$ в зависимости от параметра связи Γ при фиксированном параметре плотности $r_s = 10$.

$$\sigma = \frac{4}{3} \frac{e^2}{\sqrt{2\pi m_e (k_B T)^{5/2}}} \int_0^\infty \frac{n_e E \exp(-E/k_B T)}{n_p Q_T^{op}(E)/\gamma_E + n_n Q_T^{en}(E)} dE, \quad (13)$$

где коэффициент $\gamma_E = 0.582$ учитывает перераспределение импульса в электронном потоке.

На рисунках 9 и 10 представлена графическая зависимость электропроводности частично ионизованной водородной плазмы при фиксированных значениях параметров плотности $r_s = 10$ и $r_s = 5$.

Из рисунков 9 и 10 видно, что при фиксированном параметре плотности электропроводность частично ионизованной плазмы уменьшается с увеличением параметра неидеальности. Физической причиной этого является снижение степени ионизации (числа свободных электронов), так как увеличение параметра неидеальности соответствует уменьшению температуры системы.

Сравнение рисунков 9 и 10 приводит к выводу, что уменьшение параметра плотности, то есть увеличение концентрации, приводит к увеличению электропроводности, так как при этом также происходит увеличение концентрации заряженных частиц, обусловленное снижение потенциала ионизации.

5. Выводы

В данной работе исследовалась электропроводность частично ионизованной водородной плазмы. Расчет велся в рамках так называемой самосогласованной химической модели. Хотя изначально все химические модели изначально ориентированы на вычисление термодинамических свойств среды, продемонстрировано, что самосогласованная химическая модель способна описать и транспортные характеристики.

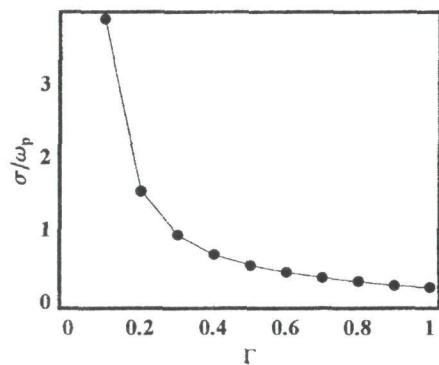


Рис. 10. Электропроводность σ / ω_p , $\omega_p = (4\pi n e^2 / m_e)^{1/2}$ в зависимости от параметра связи Γ при фиксированном параметре плотности $r_s = 5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arkhipov Yu.V., Davletov A.E.// Physics Letters A, v.247, 1998, p.339.
2. Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E.// The European Physical Journal D, v.8, 2000, p.299.
3. Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E.// Journal of Physics IV France, v.10, 2000, p.135.
4. Архипов Ю.В., Даалетов А.Е., Стариков К.В.// Материалы рабочего совещания «Неравновесность и неустойчивость в эволюции открытых систем», Алматы, 1998.
5. Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ismukhamedov T.K.// PPPT-6 Conference, Minsk, 2006, p.169.
6. Calogero F. The Variable Phase Approach to Potential Scattering, New York, N.Y., 1967.
7. Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E.// Contributions to Plasma Physics, v. 43, 2003, p.258.
8. Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E.// Checholzlovak Journal of Physics, v.56, 2004, p.492.
9. Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E.// Physics of Plasmas, v.12, 2005, p.082701.
10. Момм H., Месси Г. Теория атомных столкновений. М.: Мир. 1969 г.
11. Фортов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы.//Москва, Физматлит, 2004.

Резюме

Жартылай иондалған сүтек плазманың электротәзігіштігі зерттелінген. Калоджеро тендеуінен есептелінген шашырауының фазалары арқылы шашырауының кесігі анықталған. Электрондардың иондармен және атомдармен өрекеттесу потенциалы ретінде өзіндік үйлестірілген химиялық моделінен тиісті мәндерді алынған.

Summary

Electrical conductivity of partially ionized hydrogen plasma is investigated. Scattering cross section are calculated using phase shifts obtained from Calogero's equation. Interaction potentials of electrons with ions and atoms are taken from the so-called self-consistent chemical model proposed earlier.

НИИЭТФ КазНУ им. аль-Фараби

Поступила 23.11.08