

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

СТАТИЧЕСКИЙ СТРУКТУРНЫЙ ФАКТОР МАКРОЧАСТИЦ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

Аннотация

На основе предложенной ранее псевдопотенциальной модели взаимодействия пылевых частиц в плазме, в которой учитываются как конечность их размеров, так и эффекты экранировки, исследуются равновесные функции распределения. Основная идея заключается в повторном использовании теории перенормировки взаимодействия частиц в плазме. Вначале обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона используется для установления характера взаимодействия двух изолированных пылевых частиц. Полученный потенциал взаимодействия не содержит концентрацию частиц и может быть использован для дальнейших теоретических построений. Используемая методика позволяет получить аналитические выражения для статических структурных факторов пылевых частиц. Обнаружено немонотонное поведение статических структурных факторов пылевых частиц при различных значениях параметров плазмы, это свидетельствует о формировании ближнего или даже дальнего порядков.

Ключевые слова: пылевая плазма, псевдопотенциальная модель, структурные факторы, обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона.

Кілт сөздер: тозанды плазма, жалғанәлеуетті үлгі, құрылымдық факторлар, жалпыланған Больцман-Пуассон тендеуі.

Keywords: dusty plasma, pseudopotential model, static structure factor, generalized Poisson-Boltzmann equation.

Введение. В настоящее время в современной физике одной из актуальных проблем как с научной, так и с практической точек зрения является исследование свойств так называемой пылевой плазмы, в которой, наряду с электронами и ионами буферной плазмы, присутствуют проводящие или диэлектрические дисперсные частицы, называемые пылинками. Это обстоятельство обусловлено тем, что при определенных условиях в такой плазме образуются упорядоченные структуры из дисперсных частиц [1]. Подобное состояние плазмы с пылинками называется плазменно-пылевым кристаллом, так как пылевые частицы большую часть времени локализованы в узлах некоторой квазирешетки, периодически срываясь со своих равновесных положений [2-4].

Находясь в буферной плазме, макроскопические пылевые частицы быстро приобретают отрицательный заряд, обусловленный большой подвижностью электронов, которые они поглощают [5, 6]. Таким образом, заряд пылевых частиц может достигать сотен и даже тысяч элементарных, что приводит к проявлению сильных эффектов неидеальности, обусловленных межчастичным взаимодействием. Это в свою очередь означает, что для объяснения микроскопических и макроскопических свойств пылевой плазмы крайне важно установление точного вида потенциала взаимодействия пылевых частиц между собой, а также с ионами буферного газа [7-9]. Часто в качестве потенциала взаимодействия выбирается экранированный потенциал Юкавы [10-12].

Безразмерные параметры плазмы. Рассмотрим взаимодействие двух пылевых частиц, помещенных в двухкомпонентную, водородную плазму, состоящую из свободных электронов с электрическим зарядом $-e$ и концентрацией n_e , и свободных протонов с электрическим зарядом e и концентрацией $n_p = n_e = n$. Будем считать, что макрочастицы представляют собой твердые шары радиуса R и имеют заряд $-Z_d e$, где Z_d – зарядовое число пылевых частиц.

Для описания состояния буферной плазмы введем эффективный параметр неидеальности, определяемый выражением

$$\Gamma_R = \frac{e^2}{R k_B T}, \quad (1)$$

где k_B – постоянная Больцмана; T – температура среды.

Параметр неидеальности (1) не является общепринятым и представляет собой отношение кулоновской энергии взаимодействия электронов, расположенных на расстоянии R друг от друга, к их средней энергии хаотического теплового движения.

Также необходимо определить безразмерный параметр экранирования

$$\kappa = \frac{R}{\lambda_D}, \quad (2)$$

где $\lambda_D = \sqrt{k_B T / 8\pi n e^2}$ – дебаевский радиус экранирования.

Параметр связи пылевых частиц Γ_D связан с эффективным параметром связи Γ_R , введенным выше соотношением

$$\Gamma_D = \frac{Z_d^2 e^2}{a_d k_B T} = \frac{Z_d^2 \Gamma_R}{D}, \quad (3)$$

где новый безразмерный параметр $D = a_d / R$ представляет собой отношение среднего расстояния между пылевыми частицами $a_d = (3/4\pi n_d)^{1/3}$ к их радиусу, а n_d – концентрация пылевых частиц.

Модель взаимодействия двух изолированных макрочастиц. В качестве микропотенциала взаимодействия заряженных частиц буферной плазмы возьмем потенциал Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}. \quad (4)$$

Аналогично поступаем для микропотенциалов взаимодействия пылевой компоненты

$$\varphi_{ed}(r) = -\varphi_{pd}(r) = \frac{Z_d e^2}{r}, \quad \varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r}. \quad (5)$$

Характерными особенностями потенциалов Кулона (4) и (5) является их неограниченность при $r \rightarrow 0$, а также достаточно медленное убывание с расстоянием. Все это приводит к хорошо известным трудностям в теоретическом описании свойств плазмы.

Для учета конечности размеров макрочастиц сделаем замены $\varphi_{(p,e)d}(r) \rightarrow \varphi_{(p,e)d}(r+R)$, $\varphi_{dd}(r) \rightarrow \varphi_{dd}(r+2R)$ в микропотенциалах (5), тогда получим:

$$\varphi_{ed}(r) = -\varphi_{pd}(r) = \frac{Z_d e^2}{r+R}, \quad \varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r+2R}. \quad (6)$$

Очевидно, что подобное преобразование просто исключает взаимное проникновение пылевых частиц друг в друга, а также проникновение электронов и протонов буферной плазмы в пылевые частицы, приводящие лишь к изменению их заряда, что уже учтено введением параметра Z_d .

Здесь следует отметить, что в отличие от потенциалов Кулона, потенциалы (6) и (7) являются ограниченными при $r \rightarrow 0$.

Фурье-образы кулоновских микропотенциалов (4) имеют следующий вид:

$$\tilde{\varphi}_{ee}(k) = \tilde{\varphi}_{pp}(k) = -\tilde{\varphi}_{ep}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}. \quad (7)$$

Фурье-образы микропотенциалов взаимодействия заряженных частиц плазмы, т.е. электронов и протонов, с пылевой компонентой и пылевых частиц между собой (6) приведены ниже:

$$\tilde{\varphi}_{pd}(k) = -\tilde{\varphi}_{ed}(k) = -\frac{4\pi Z_d e^2}{k^2} + \frac{4\pi Z_d e^2 R}{k} \int_0^\infty \text{Ci}(kR) \sin(kR) + \frac{1}{2} \cos(kR) (\pi - 2\text{Si}(kR)) \frac{\text{ш}}{\text{ш}} \quad (8)$$

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k) = \frac{4\pi Z_d^2 e^2}{k^2} - \frac{8\pi Z_d^2 e^2 R}{k} \int_0^\infty \text{Ci}(2kR) \sin(2kR) + \frac{1}{2} \cos(2kR) (\pi - 2\text{Si}(2kR)) \frac{\text{ш}}{\text{ш}} \quad (9)$$

где $\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt$ и $\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ – интегральный косинус и синус соответственно.

В [13] была предложена теория перенормировки взаимодействия частиц в плазме, приводящая к следующему обобщенному уравнению Больцмана-Пуассона:

$$\Delta_i \Phi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) = \Delta_i \varphi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) - \sum_{c=e,p} \frac{n_c}{k_B T} \nabla_i \varphi_{ac}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_k^c) \Phi_{cb}(\mathbf{r}_j^b, \mathbf{r}_k^c) d\mathbf{r}_k^c, \quad (10)$$

где n_c – концентрация частиц сорта c . Заметим, что в формуле (10) суммирование производится только по электронам и протонам буферной плазмы $c = e, p$, концентрация пылинок считается равной нулю, так как нас интересует взаимодействие двух изолированных пылевых частиц.

Следует отметить, что обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона может быть строго получено из це-почки уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций [13]. Оно было успешно применено к самым различным видам плазмы, таким как квазиклассическая [14-16], частично ионизованная [17, 18] и даже пылевая плазма в дебаевском приближении [19].

Уравнение (10) представляет собой соотношение для определения псевдопотенциала Φ_{ab} через микро-скопический потенциал φ_{ab} . Видно, что псевдопотенциал учитывает коллективные эффекты, так как в него неизбежно входят концентрации частиц разных сортов.

В Фурье-пространстве система уравнений (10) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, решение которых легко находится и имеет вид для взаимодействия пылевых частиц

$$\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\varphi}_{dd}(k) - 2A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k)(1 + A\tilde{\varphi}_{ee}(k)) + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)(\tilde{\varphi}_{dd}(k) + A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k))}{1 + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)}, \quad (11)$$

где $A = n/k_B T$.

Псевдопотенциалы взаимодействия макрочастиц в конфигурационном пространстве получаются из выражения (11), обратным преобразованием Фурье

$$\Phi_{dd}(\mathbf{r}) = \mathcal{T}\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}. \quad (12)$$

Статические структурные факторы. Псевдопотенциал (12) не включает в себя концентрацию пылевых частиц, так как представляет собой энергию взаимодействия двух изолированных пылинок, а экранировка осуществляется электронами и ионами буферной плазмы. Это позволяет использовать данный псевдо-потенциал в хорошо апробированных теоретических подходах и компьютерном моделировании пылевой компоненты. В частности, можно повторно применить теорию перенормировки, которая в данном случае приводит к следующему обобщенному уравнению Больцмана-Пуассона:

$$\Delta_i \Psi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \Delta_i \Phi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \frac{n_d}{k_B T} \mathcal{T} \Delta_i \Phi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) \Psi_{dd}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) d\mathbf{r}_k, \quad (13)$$

где Ψ_{dd} – псевдопотенциал взаимодействия, учитывающий коллективные эффекты во взаимодействии пылевых частиц.

Решением уравнения (13) является следующее выражение для Фурье-образа

$$\tilde{\Psi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}{1 + \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}. \quad (14)$$

Из [13] можно показать, что статические структурные факторы $S_{dd}(\mathbf{k})$ пылевых частиц выражаются через псевдопотенциал (13) следующим образом

$$S_{dd}(\mathbf{k}) = 1 - \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Psi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{1}{1 + \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}. \quad (15)$$

Тем самым получена важная аналитическая формула для статических структурных факторов пылевых частиц. На рисунках 1 и 2 приведены графики соответствующих зависимостей при различных параметрах плазмы.

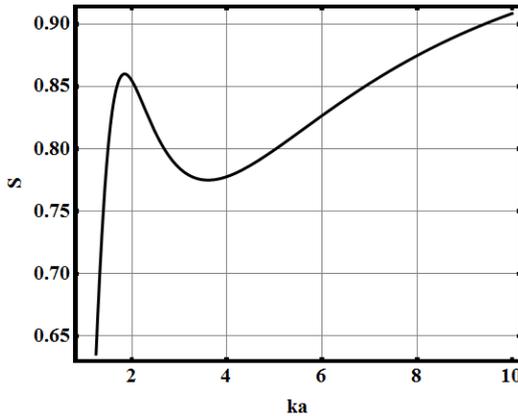


Рисунок 1 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа

при $\Gamma_R = 0,1$, $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

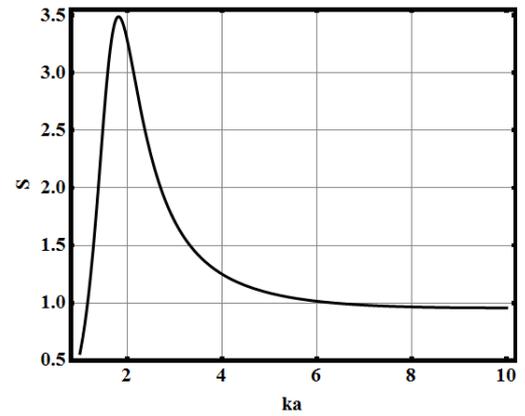


Рисунок 2 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа

при $\Gamma_R = 0,1$, $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

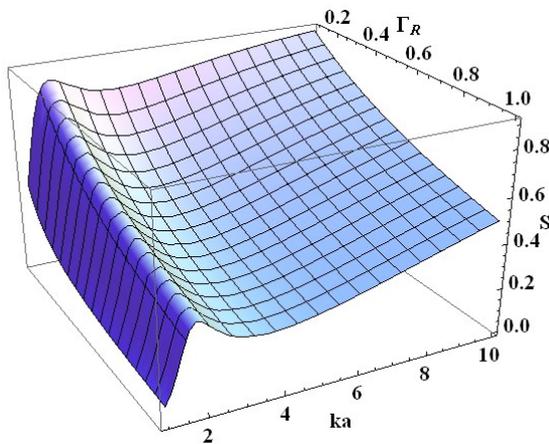


Рисунок 3 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа и эффективного параметра связи при $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

Видно, что увеличение параметра κ приводит к ярко выраженному немонотонному поведению статического структурного фактора, так как приводит к ослаблению экранировки, вызываемой электронами и протонами буферной плазмы.

На рисунке 3 показана трехмерная зависимость статического структурного фактора не только от волнового числа, но и от эффективного параметра связи, увеличение которого приводит к усилению корреляций в системе пылевых частиц.

Заключение. В данной работе предложено аналитическое выражение для статического структурного фактора пылевых частиц и исследовано его поведение при различных параметрах плазмы. Увеличение как параметра

экранирования, так и эффективного параметра связи приводят к усилению корреляций в системе, что можно трактовать как формирование ближнего или даже дальнего порядка.

Благодарности. Результаты данной работы получены в рамках государственного гранта ГФ №1129, финансируемого Министерством образования и науки Республики Казахстан.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Chu J.H., Lin I. Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled of dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. – 1994. – Vol. 72. – P. 4009-4012.
- 2 Fortov V.E. Molotkov V.I., Nefedov A.P., Petrov O.F. Liquid- and crystallike structures in strongly coupled dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1759-1768.
- 3 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., Zuzic M. The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1769-1780.
- 4 Gandy R., Willis S., Shimoyama H. Initial experiments in the Idiho dusty plasma device // Phys. Plasmas. – 2001. – Vol. 8. – P. 1746-1750.
- 5 de Angelis U., Forlani A. Grain charge in dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 1998. – Vol. 5. – P. 3068-3069.
- 6 Lapenta G. Simulation of charging and shielding of dust particles in drifting plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1442-1447.
- 7 Lampe M., Joyce G., Ganguli G., Gavrishchaka V. Interactions between dust grains in a dusty plasma // Phys. Plasmas. – 2000. – Vol. 7. – P. 3851-3861.
- 8 Apfelbaum E.M. The reconstruction of the effective interaction potential on the base of pair correlation function measurements in dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 2007. – Vol. 14. – P. 123703 (6 p.).
- 9 Filippov A.V. Electrostatic interaction of spherical microparticles in dusty plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2009. – Vol. 49. – P. 431-445.
- 10 Otani N., Bhattacharjee A. Debye shielding and particle correlations in strongly coupled dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – P. 1468-1471.
- 11 Ohta H., Hamaguchi S. Molecular dynamics evaluation of self-diffusion in Yukawa systems // Phys. Plasmas. 2000. – Vol. 7. – P. 4506-4514.
- 12 Mithen J.P., Daligault J., Crowley B.J.B., Gregori G. Density fluctuations in the Yukawa one-component plasma: An accurate model for the dynamic structure factor // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 84. – P. 046401 (9 p.).
- 13 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Self-consistent chemical model of partially ionized plasmas // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 83. – P. 016405 (15 p.).
- 14 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ramazanov T.S. Equilibrium properties of H-plasma // Contrib. Plasma Phys. – 1999. – Vol. 39. – P. 495-499.
- 15 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Thermodynamics of dense high-temperature plasmas: Semiclassical approach // Eur. Phys. J. D. – 2000. – Vol. 8. – P. 299-304.
- 16 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Starikov K.V. On the electrical conductivity of semiclassical two-component plasmas // J. Plasma Phys. – 2002. – Vol. 68. – P. 81-86.

17 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Ionization equilibrium and equation of state of partially ionized hydrogen plasmas: Pseudopotential approach in chemical picture // *Phys. Plasmas*. – 2005. – Vol. 12. – P. 082701 (7 p.).

18 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Pseudopotential theory of a partially ionized hydrogen plasma // *Contrib. Plasma Phys.* – 2003. – Vol. 43. – P. 258-260.

19 Baimbetov F.B., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A., Mukhametkarimov E.S. New model of dusty plasma particles interaction // *Contrib. Plasma Phys.* – 2011. – Vol. 51. – P. 533-536.

REFERENCES

- 1 Chu J.H., Lin I. *Phys. Rev. Lett.*, **1994**, Vol.72, P. 4009-4012 .
- 2 Fortov V.E. Molotkov V.I., Nefedov A.P., Petrov O.F. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1759-1768 .
- 3 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., Zuzic M. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1769-1780 .
- 4 Gandy R., Willis S., Shimoyama H. *Phys. Plasmas*, **2001**, Vol. 8, P. 1746-1750 .
- 5 de Angelis U., Forlani A. *Phys. Plasmas*, **1998**, Vol. 5, P. 3068-3069 .
- 6 Lapenta G. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1442-1447 .
- 7 Lampe M., Joyce G., Ganguli G., Gavrishchaka V. *Phys. Plasmas*, **2000**, Vol. 7, P. 3851-3861 .
- 8 Apfelbaum E.M. *Phys. Plasmas*, **2007**, Vol. 14, P. 123703 (6 p.) .
- 9 Filippov A.V. *Contrib. Plasma Phys.*, **2009**, Vol. 49, P. 431-445 .
- 10 Otani N., Bhattacharjee A. *Phys. Rev. Lett.*, **1997**, Vol. 78, P. 1468-1471 .
- 11 Ohta H., Hamaguchi S. *Phys. Plasmas*, **2000**, Vol. 7, P. 4506-4514 .
- 12 Mithen J.P., Daligault J., Crowley B.J.B., Gregori G. *Phys. Rev. E.*, **2011**, Vol. 84, P. 046401 (9 p.) .
- 13 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Phys. Rev. E.*, **2011**, Vol. 83, P. 016405 (15 p.) .
- 14 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ramazanov T.S. *Contrib. Plasma Phys.*, **1999**, Vol. 39, P. 495-499 .
- 15 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Eur. Phys. J. D.*, **2000**, Vol. 8, P. 299-304 .
- 16 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Starikov K.V. *J. Plasma Phys.*, **2002**, Vol. 68, P. 81-86 .
- 17 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Phys. Plasmas*, **2005**, Vol. 12, P. 082701 (7 p.) .
- 18 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Contrib. Plasma Phys.*, **2003**, Vol. 43, P. 258-260 .
- 19 Baimbetov F.B., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A., Mukhametkarimov E.S. *Contrib. Plasma Phys.*, **2011**, Vol. 51, P. 533-536 .

Резюме

А. Е. Дәулетов, Л. Т. Ерімбетова, А. К. Оспанова

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ТОЗАҢДЫ ПЛАЗМАДАҒЫ МАКРОБӨЛШЕКТЕРДІҢ СТАТИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ФАКТОРЫ

Осыған дейін ұсынылған тозаңды бөлшектердің өлшемдерінің шектілігін және, сонымен қатар, экрандау әсерін эффектісін ескеретін, плазмадағы тозаңды бөлшектердің өзара әсерлесу үлгісінің негізінде тепе-тең таралу функциясы зерттелінуде. Мұндағы негізгі ой плазмадағы бөлшектердің өзара әсерлесуінің қайта нормалау теориясын қайталап қолданылуына негізделген. Алдымен екі оқшауланған тозаңды бөлшекке жалпыланған Больцман-Пуассон теңдеуі қолданылады. Қолданылған әдістеме тозаңды плазманың статикалық құрылым-дық факторы үшін аналитикалық теңдеу алуға көмек береді. Плазма параметрлерінің әртүрлі мәндерінде, тозаңды плазманың статикалық құрылымдық факторының біркелкі емес сипаты анықталды, ол жүйедегі жақын және тіпті алыс реттіліктің қалыптасуының айғағы болуы мүмкін.

Кілт сөздер: тозаңды плазма, жалғанәлеуетті үлгі, құрылымдық факторлар, жалпыланған Больцман-Пуассон теңдеуі.

Summary

A. E. Davletov, L. T. Yerimbetova, A. K. Ospanova

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

STATIC STRUCTURE FACTOR OF MACROPARTICLES IN A DUSTY PLASMA

Equilibrium distribution function is studied based on the previously proposed pseudopotential model of dust particles interaction in the plasma, which takes into account both the finite-size and the screening effects. Consideration is made leading to the so-called generalized Poisson-Boltzmann equation. The interaction potential obtained in that way does not contain the number density of dust particles and can be used for further theoretical considerations. Nonmonotonic behavior of the static structure factor of the dust particles is observed at different values of plasma parameters, which may indicate the short-range or even long-range order formation in the system.

Keywords: dusty plasma, pseudopotential model, static structure factor, generalized Poisson-Boltzmann equation.

Поступила 27.03.2013г