УДК 521.1+520.8

Б.И. ДЕМЧЕНКО

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТ ГСС ПО КОРОТКИМ ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ НАБЛЮДЕНИЙ

Изложен устойчивый метод определения элементов орбит геостационарных спутников. Соответствующий алгоритм включен в состав специального программного обеспечения автоматизированной системы ААТС.

В Астрофизическом институте им. В.Г. Фесенкова на протяжении многих лет успешно эксплуатируется автоматизированная система ААТС, предназначенная в основном для координатных наблюдений геостационарных спутников (ГСС) [1]. Программное обеспечение ПО ААТС постоянно наращивается и в настоящее время имеет объем более 40000 строк текста на исходном языке (СИ, Ассемблер). Ниже представлен устойчивый алгоритм вычисления элементов орбит ГСС, который входит в состав ПО ААТС.

Для идеального ГСС кеплеровские элементы орбиты $a, e, i, \Omega, \omega, M_0$ равны: большая полуось a = 42165 км, что соответствует собственному периоду вращения Земли (ровно 24ч звездного времени); эксцентриситет e=0; наклон плоскости орбиты к плоскости экватора i=0. Поскольку при e=i=0 долгота восходящего узла Ω и аргумент перигея ω неопределены, то их естественно также считать нулевыми. Средняя аномалия M_0 на начальный момент Всемирного Времени t_0 задает положение конкретного ГСС на орбите и может быть любой. Реальные ГСС практически никогда не соответствуют идеальным. Традиционно к классу геостационаров относят объекты с периодами от 22ч до 26ч, эксцентриситетами до 0.1 и наклонами до 15° (хотя в других работах можно встретить иные цифры). В настоящее время количество таких объектов (и с характерным размером более одного метра) около 1200. В последние годы появились геостационары с e>0.13 и наклонами более 20°.

Кеплеровские элементы неудобны для их непосредственного вычисления из наблюдений, прежде всего из-за упомянутой выше неопределенности при e=i=0. Мы используем следующую промежуточную регулярную систему элементов, свободную от этого недостатка:

$$E_1=\ln(a);\quad E_2=\mathrm{tg}(i/2)\cdot\sin(\Omega);\quad E_3=\mathrm{tg}(i/2)\cdot\cos(\Omega);$$
$$E_4=e\cdot\sin(\Omega+\omega);\quad E_5=e\cdot\cos(\Omega+\omega);\quad E_6=\Omega+\omega+M_0 \qquad (1)$$

Вместо множителя $tg(i/2)$ в элементах E_2, E_3 можно использовать другие функции, например, $\sin(i/2)$, $\mathrm{tg}(i)$, $\sin(i)$ и т.п. Дальнейшее изложение ведется применительно к системе (1). В основу алгоритма положен итеративный метод дифференциальных поправок [2] с дополнениями, которые позволяют учесть априорные ограничения и повышают устойчивость расчетов. Пусть известны приближенные начальные значения элементов E_i. Их поправки обозначим через ξ_i, так что на следующей итерации уточненные значения будут равны $E_i+\xi_i$. Для поиска ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4, ξ_5, ξ_6 используется условие минимума специально подобранной критериальной функции S, состоящей из трех слагаемых:

$$S=S_0+S_1+S_2. \qquad (2)$$

Их формульные выражения таковы:

$$S_0=\sum[(\Delta\alpha_i\cdot\cos(\delta_i))^2+\Delta\delta_i^2]$$
(i=1,…,N, N=количество наблюдений); (3)

$$S_1=\beta_1\cdot(E_1+\xi_1-E_{10})^2+\beta_2\cdot[(E_2+\xi_2)^2+$$
$$+(E_3+\xi_3)^2]+\beta_3\cdot[(E_4+\xi_4)^2+(E_5+\xi_5)^2]; \qquad (4)$$

$$S_2=\gamma_1\cdot\xi_1^2+\gamma_2\cdot(\xi_2^2+\xi_3^2)+\gamma_3\cdot(\xi_4^2+\xi_5^2)+\gamma_4\cdot\xi_6^2, \qquad (5)$$

где S_0 – основное слагаемое, обеспечивающее согласованность расчетов с наблюдениями; S_1 – первое дополнительное слагаемое, позволяющее учесть априорные знания относительно класса наблюдаемых объектов (в нашем случае это слагаемое не позволяет решению слишком сильно отклоняться от орбиты идеального ГСС); S_2 – второе дополнительное слагаемое, которое обеспечивает устойчивость алгоритма в духе регуляризации по А.Н.Тихонову [3]. Через α,δ обозначены сферические топоцентрические

экваториальные координаты объекта; $\Delta\alpha_i, \Delta\delta_i$ - разности наблюдаемых и вычисленных координат в момент t_i; E_{10} – постоянная величина, численно равная значению элемента E_1 для идеального ГСС (т.е. $E_{10}=\ln(a_0)$, a_0 =42165км – большая полуось идеального ГСС); $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ – заранее заданные малые множители, варьируя которые можно добиться желаемого компромисса между согласованностью с исходными данными, устойчивостью алгоритма и степенью учета априорных ограничений. Заметим, что дополнительные слагаемые S_1, S_2 квадратичны относительно искомых поправок ξ_i.

С точностью до членов первого порядка малости, разности наблюдаемых и вычисленных координат выражаются следующими формулами [2]:

$$\rho\cdot\cos(\delta)\cdot\Delta\alpha = -\sin(\alpha)\cdot\Delta X + \cos(\alpha)\cdot\Delta Y, \qquad (6)$$

$$\rho\cdot\Delta\delta = -\sin(\delta)\cdot\cos(\alpha)\cdot\Delta X - \sin(\delta)\cdot\sin(\alpha)\cdot\Delta Y + \cos(\delta)\cdot\Delta Z,$$

где $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – дифференциальные поправки к *геоцентрическим* прямоугольным координатам X, Y, Z; ρ – вычисленное *топоцентрическое* расстояние до ГСС. (параметры X, Y, Z, ρ, а также используемые ниже производные X', Y', Z' вычисляются на каждый момент по известным формулам небесной механики [2], причем X, Y, Z отсчитываются от центра Земли, а ρ – от точки на ее поверхности). В свою очередь, в линейном приближении поправки $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ могут быть записаны в виде:

$$\Delta X = \sum(\partial X/\partial E_k)\cdot\xi_k, \quad \Delta Y = \sum(\partial Y/\partial E_k)\cdot\xi_k,$$

$$\Delta Z = \sum(\partial Z/\partial E_k)\cdot\xi_k, \quad k=1,\ldots,6. \qquad (7)$$

В эти формулы входят 18 частных производных. Их явные выражения через время, координаты и элементы орбиты выглядят следующим образом:

$$\partial X/\partial E_1 = X - 1{,}5\cdot(t-t_0)\cdot X'; \qquad \partial Y/\partial E_1 = Y - 1{,}5\cdot(t-t_0)\cdot Y';$$

$$\partial X/\partial E_2 = Z - X\cdot W_1; \qquad \partial Y/\partial E_2 = X\cdot W_2;$$

$$\partial X/\partial E_3 = Y\cdot W_1; \qquad \partial Y/\partial E_3 = -Z - Y\cdot W_2;$$

$$\partial Z/\partial E_1 = Z' - 1{,}5\cdot(t-t_0)\cdot Z';$$

$$\partial Z/\partial E_2 = -X\cdot W_3;$$

$$\partial Z/\partial E_3 = Y\cdot W_3;$$

$$-R_yC + H_yD;$$

$$\partial X/\partial E_4 = U_xA - G_xB + R_xC + H_xD; \quad \partial Y/\partial E_4 = U_yA - G_yB + R_yC + H_yD;$$

$$\partial Z/\partial E_4 = U_zA - G_zB + R_zC + H_zD;$$

$$\partial X/\partial E_5 = R_xA - H_xB + U_xC + G_xD; \quad \partial Y/\partial E_5 = R_yA - H_yB + U_yC + G_yD;$$

$$\partial Z/\partial E_5 = R_zA - H_zB + U_zC + G_zD;$$

$$\partial X/\partial E_6 = X'/n; \qquad \partial Y/\partial E_6 = Y'/n; \qquad \partial Z/\partial E_6 = Z'/n; \qquad (8)$$

где:

$X' = dX/dt$, $Y' = dY/dt$, $Z' = dZ/dt$

- производные от X,Y,Z по времени;

$$W_1 = \sin(i)\cdot\sin(\Omega); \qquad W_2 = \sin(i)\cdot\cos(\Omega);$$

$$U_x = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot Q_x; \qquad U_y = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot Q_y;$$

$$G_x = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot P_x; \qquad G_y = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot P_y;$$

$$R_x = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot Q_x; \qquad R_y = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot Q_y;$$

$$H_x = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot P_x; \qquad H_y = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot P_y;$$

$$W_3 = 1+\cos(i);$$

$$U_z = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot Q_z;$$

$$G_z = a\cdot\sin(\Omega+\omega)\cdot P_z;$$

$$R_z = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot Q_z;$$

$$H_z = a\cdot\cos(\Omega+\omega)\cdot P_z;$$

$$P_x = \cos(\Omega)\cdot\cos(\omega) - \sin(\Omega)\cdot\sin(\omega)\cdot\cos(i);$$

$$P_y = \sin(\Omega)\cdot\cos(\omega) + \cos(\Omega)\cdot\sin(\omega)\cdot\cos(i); \qquad P_z = \sin(\omega)\cdot\sin(i);$$

$$Q_x = -\cos(\Omega)\cdot\sin(\omega) - \sin(\Omega)\cdot\cos(\omega)\cdot\cos(i);$$

$$Q_y = -\sin(\Omega)\cdot\sin(\omega) + \cos(\Omega)\cdot\cos(\omega)\cdot\cos(i); \qquad Q_z = \cos(\omega)\cdot\sin(i);$$

$$V_1 = (1-e^2)^{1/2}; \qquad V_2 = 1+V_1; \qquad V_3 = 1-e\cdot\cos(E);$$

$$A = \sin(E)\cdot(\cos(E)-e)/(V_1\cdot V_3); \qquad B = 1+\sin^2(E)/V_3; \qquad (9)$$

$$C = [\cos(E)\cdot(e-\cos(E)+e/V_2)-1]/V_3; \; D = \sin(E)\cdot[e/V_2+V_1\cdot\cos(E)]/V_3;$$

Здесь $\mathbf{P}=(P_x, P_y, P_z)$ и $\mathbf{Q}=(Q_x, Q_y, Q_z)$ – векторные элементы орбиты. Эксцентрическая аномалия E связана с текущим временем t уравнением Кеплера $E-e\cdot\sin(E)=M_0+n\cdot(t-t_0)$, среднее движение n дается формулой $n=(\mu/a^3)^{1/2}$, где μ - гравитационный параметр Земли.

Подставляя формулы (3)-(9) в (2), мы получим критериальную функцию S в виде квадратичной формы относительно величин $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6$. Приравнивая соответствующие частные производные к нулю, сведем задачу к решению системы из шести линейных уравнений с шестью неизвестными.

Если все множители β_i, γ_i в формулах (4),(5) равны нулю, то априорные ограничения и регуляризация отключаются, и изложенный метод совпадает с обычным методом дифференциальных поправок со всеми его достоинствами и недостатками (достоинство – универсальность, недостатки – повышенные требования к точности начального приближения, количеству и качеству наблюдений). И наоборот, если все множители ненулевые, то формальное решение будет получено, даже если данные наблюдений вообще

отсутствуют (очевидно, в последнем случае решение будет соответствовать орбите идеального ГСС). Конкретные численные значения множителей вначале были определены по критерию невязки [3,4], а затем уточнены методом направленного поиска по многолетней статистике наблюдений. Эти семь множителей включены в состав даталогической базы системы ААТС (при общем объеме базы 238 управляющих и информационных параметров).

Изложенный метод прошел длительный этап эксплуатации в реальных условиях и показал свою высокую эффективность. В частности, все орбиты, представленные в работах [5,6], были построены с применением именно этого метода.

Работа выполнена в рамках ПФИ, шифр Ф-0351

ЛИТЕРАТУРА

1. *Демченко Б.И., Диденко А.В.* и др. Автоматизация наблюдений подвижных космических объектов. Алма-Ата: Наука, 1990. 160 с.

2. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / под ред. Г.Н. Дубошина. М.: Наука, 1976. 864 с.

3. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 323 с.

4. *Арефьева М.В.* Решение уравнения типа свертки методом регуляризации с применением быстрого преобразования Фурье и критерия невязки // Вычислительные методы и программирование. вып. 35. 1981. с.51-68.

5. *Демченко Б.И, Диденко А.В., Усольцева Л.А.* и др. Зональный каталог геостационарных спутников. Алматы: Ғылым, 1996. 92 с.

6. *Диденко А.В., Демченко Б.И., Усольцева Л.А.* и др. Зональный каталог геостационарных спутников. Алматы: Ғылым, 2000. Вып.2. 108 с.

Резюме

Геостационарлық Жердің жасанды серіктерінің орбита элементтерін анықтаудың орнықты әдісі баяндалды. Астрономиялық автоматтық телевизиялық жүйемен арнайы бағдарламалық қамтамасыз етілу құрамына лайықты алгоритм енгізілді.

Summary

A robust method of calculating of geostationary orbits is presented. This method is included in software of automatic system AATS.

Астрофизический институт
им. В.Г. Фесенкова МОН РК
г. Алматы

Поступила 20.04.07