

*М. ДИНЕЙХАН, С. А. ЖАУГАШЕВА, Г. Г. САЙДУЛЛАЕВА,
А. АМАНКЕЛИД, Г. А. АДильБАЕВА, С. КЕМЕЛЖАНОВА*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИН НЕЛЕПТОННЫХ И РЕДКИХ РАСПАДОВ $B(B_s)$ МЕЗОНА

Аннотация

В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены ширины нелептонных распадов $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Есть несколько модельных подходов для вычисления форм-факторов, основанных на иных принципах, нежели подход правил сумм на световом конусе. Это уравнения Дайсона-Швингера в КХД; модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений; релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов; релятивистская потенциальная модель КХД; правила сумм КХД;

Следует подчеркнуть, что в рамках развиваемой авторами ковариантной кварковой модели адронные формфакторы могут быть вычислены во всей кинематической области импульсных переменных.

Ключевые слова: ширина, распад, формфактор.

Кілт сөздер: ені, ыдырау, формфактор.

Keywords: breadth, decay, form factor.

1. Введение. Существует достаточно много теоретических подходов для вычисления необходимых адронных формфакторов. Упомянем некоторые из них. Считается, что наиболее модельно-независимым подходом является подход правил сумм КХД на световом конусе (см., например, работы [1]). В этом подходе на световом конусе вычисляются формфакторы лишь в области достаточно малых переданных импульсов (или больших отдач). Вычисленные формфакторы в область больших переданных импульсов (или малых отдач) осуществляется с помощью полюсных аппроксимаций [2]. В работах [3] был разработан система-тический подход для описания редких распадов $B \rightarrow K^* e^+ e^-$ в области малых отдач с помощью эффективной теорией тяжелых кварков. Подробный

анализ распадов с малой отдачей с использованием данного подхода позднее был проделан в работе [4, 5].

Приведем несколько модельных подходов для вычисления форм-факторов, основанных на иных принципах, нежели подход правил сумм на световом конусе. Это

- уравнения Дайсона-Швингера в КХД [6];
- модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений [7, 8];
- релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов [9];
- релятивистская потенциальная модель КХД [10, 11];
- правила сумм КХД [12, 13].

В рамках ковариантной кварковой модели [14] с инфракрасным конфайнментом вычислены ширины нелептонных распадов $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Был также проанализирован распад $B_s \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Однако данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_s - \bar{B}_s$ системе.

2. Нелептонные распады $B(B_s)$ мезона. Рассмотрим двухчастичные нелептонные распады B_s -мезона: $B_s \rightarrow D_s^{(*)-} D_s^{(*)+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi \phi$, которые в последнее время привлекли большой интерес. Отметим, что моды с конечными состояниями $D_s^- D_s^+, D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $D_s^{*-} D_s^{*+}$ дают наибольший вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Мода $J/\psi \phi$ подавлена по цвету, но она весьма интересна для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_s - \bar{B}_s$ системе.

Удобно выразить все физические наблюдаемые через спиральные амплитуды H_m . Это позволит представить результаты для ширин распадов в наиболее компактной форме. Кроме того, в случае распадов на два векторных мезона $P \rightarrow VV$, спиральное представление очень удобно для получения спиральных фракций $\Gamma_L, \Gamma_-, \Gamma_+$.

Спиральные амплитуды H_m можно выразить через инвариантные форм факторы следующим образом [15-19]:

(a) Спин $S = 0$:

$$H_t = \frac{1}{\sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) F_+ + q^2 F_- \right\}, \quad H_0 = \frac{2m_1 |\mathbf{p}_2|}{\sqrt{q^2}} F_+, \quad (1)$$

(b) Спин $S = 1$:

$$H_{\pm} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ - (m_1^2 - m_2^2) A_0 \pm 2m_1 |\mathbf{p}_2| V \right\}, \quad H_t = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 |\mathbf{p}_2|}{m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) (A_+ - A_0) + q^2 A_- \right\},$$

$$H_0 = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{1}{2m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ - (m_1^2 - m_2^2) (m_1^2 - m_2^2 - q^2) A_0 \right\} + 4m_1^2 |\mathbf{p}_2|^2 A_+ \quad (2)$$

где $|\mathbf{p}_2| = \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2)/(2m_1)$ импульс вылетающих частиц в системе покоя распадающейся частицы.

Эффективный гамильтониан, необходимый для описания нелептонных распадов B_s -мезона, записывается в стандартном виде (см. [20]):

$$H_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^{\dagger} \sum_{i=1}^6 C_i Q_i,$$

$$Q_1 = (\bar{c}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_1})_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{c}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_2})_{V-A},$$

$$Q_3 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V-A}, \quad Q_4 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V-A}, \quad (3)$$

$$Q_5 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V+A}, \quad Q_6 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V+A},$$

где индекс $V-A$ относится к лево-киральному току $O_-^{\mu} = \gamma^{\mu}(1 - \gamma^5)$, а индекс $V+A$ – к право-киральному $O_+^{\mu} = \gamma^{\mu}(1 + \gamma^5)$; a_i – цветовой индекс.

Вычисление матричных элементов с использованием эффективного гамильтониана (2) естественным образом приводит к формулам, соответствующим *наивной* факторизации, но с величинами (формфакторы и лептонные константы распадов).

Рассматриваем следующие нелептонные моды распадов B_s -мезона:

$$B_s(p) \rightarrow D_s^-(q_1) D_s^+(q_2), \quad D_s^-(q_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^+(q_2), \quad (4)$$

$$B_s(p) \rightarrow D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad J/\psi(q_1, \xi_1) \phi(q_2, \xi_2).$$

Ширины распадов выразим через спиральные амплитуды и константы лептонных распадов. В случае распадов, разрешенных по цвету, имеем

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^+) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s} f_{D_s} H_t^{B_s D_s} (m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} f_{D_s}^{PS} F_S^{B_s D_s} (m_{D_s}^2) \right)^2,$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+}) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_D f_{D_s} H_t^{B_s D_s^*} (m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} \frac{m_{B_s} |\mathbf{q}_2|}{m_{D_s^*}} f_{D_s}^{PS} F_{PS}^{B_s D_s^*} (m_{D_s}^2) \right)^2,$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^+) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*} H_0^{B_s D_s^*} (m_{D_s^*}^2) \right)^2, \quad (5)$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 (C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*})^2 \sum_{i=0,\pm} (H_i^{B_s D_s^*}(m_{D_s^*}^2))^2,$$

Здесь $\lambda_c^{(s)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{cb} V_{cs}^*|$. Коэффициенты Вильсона появляются в комбинациях: $C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$ и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$, где члены, умноженные на цветовой фактор $\zeta = 1/N_c$, как обычно, будут отброшены при численных расчетах в соответствии с $1/N_c$ – разложением. Также не учитываются аннигиляционные диаграммы, предполагая, что они подавлены во временеподобной области за счёт соответствующих формфакторов.

Ширина подавленного по цвету нелептонного распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ записывается в виде:

$$\Gamma(B_s \rightarrow J/\psi\phi) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 (C_1^{eff} + C_5^{eff})^2 (m_{J/\psi} f_{J/\psi})^2 \sum_{i=0,\pm} (H_i^{B_s J/\psi}(m_{J/\psi}^2))^2, \quad (6)$$

где коэффициенты Вильсона равны $C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$ и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$.

Для матричных элементов матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава мы используем значения, взятые из [21]:

$ V_{ud} $	$ V_{ub} $	$ V_{cd} $	$ V_{cs} $	$ V_{cb} $
0.9	0.003	0.23	0.97	0.04
74	89	0	5	06

Для коэффициентов Вильсона мы берём численные значения из [22]

$ C_1 $	$ C_2 $	$ C_3 $	$ C_4 $	$ C_5 $	$ C_6 $
-0.257	1.009	-0.005	-0.078	0.000	0.001

полученные в>NNL (“next-to-next-to leading”) приближении в \overline{MS} -ренормализационной схеме с масштабом $\mu = 4.8 \text{ GeV}$ [23]. При вычислениях нужны значения формфактора $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$. Они приведены в таблице 1, где мы сравнили наши результаты с результатами работы [24]. Как видно, согласие в случае формфакторов $A_1(m_{J/\psi}^2)$ и $A_2(m_{J/\psi}^2)$ является весьма удовлетворительным, в то время как наше значение для формфактора $V(m_{J/\psi}^2)$ несколько меньше, чем в работе [24].

Таблица 1 – Формфакторы $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$, вычисленные в рамках ковариантной модели кварков. Для сравнения мы приводим результаты работы [24]

	Данная работа	[24]
$A_1(m_{J/\psi}^2)$	0.37	0.42 ± 0.06
$A_2(m_{J/\psi}^2)$	0.48	0.38 ± 0.06
$V(m_{J/\psi}^2)$	0.56	0.82 ± 0.12

В таблице 2 приведены полученные результаты для брэнчингов.

Таблица 2 – Брэнчинги (%) для нелептонных распадов B_s -мезона, вычисленные в ковариантной модели кварков

Процесс	Данная работа	Эксперимент [21]
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$	1.65	$1.04^{+0.29}_{-0.26}$
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+} + D_s^{*-} D_s^+$	2.40	2.8 ± 1.0
$B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$	3.18	3.1 ± 1.4
$B_s \rightarrow J/\psi \phi$	0.16	0.14 ± 0.05

Наконец, мы приводим наши результаты для спиральных фракций в случае двух распадов $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi \phi$. Спиральные фракции для нелептонного распада $B_s \rightarrow VV$ определяется как

$$\hat{\Gamma}_L = \frac{|H_0|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \quad \hat{\Gamma}_\pm = \frac{|H_\pm|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \quad \hat{\Gamma}_\perp = \frac{1}{2} \frac{|H_+ - H_-|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}. \quad (9)$$

Отметим, что мы нормировали спиральные фракции к полной ширине, так что $(\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_- + \hat{\Gamma}_+)$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $(\hat{\Gamma}_L, \hat{\Gamma}_-, \hat{\Gamma}_+) = (0.549, 0.366, 0.0847)$, а для распада $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ (0.420, 0.552, 0.0272). Видно, что в случае распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ имеет место следующая иерархия $\hat{\Gamma}_L > \hat{\Gamma}_- > \hat{\Gamma}_+$, что находится в соответствии с представлениями

простейшей кварковой модели, рассматривающей нелептонные распады на древесном уровне. Подобные оценки проводятся следующим образом: в лидирующем порядке по $m_1 = m_{B_s}$ фракция Γ_{\perp} является подавленной по спиральности фактором $4q^2/m_1^2$, где $q^2 = m_{D_s^{*+}}^2$. Кроме подавления по спиральности, фракция Γ_{\perp} подавлена ещё и по киральности фактором m_2^2/m_1^2 с $m_2 = m_{D_s^{*+}}$ [25-27]. Используя количественные оценки для подавляющих факторов, можно найти следующие численные значения для спиральных фракций в распаде $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$: (0.583, 0.361, 0.056), что согласуется с результатами наших вычислений. Для процесса $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ с большим значением $q^2 = m_{J/\psi}^2$ подавление по спиральности уже не действует, т.к. в данном случае $4q^2/m_1^2 = 1.332$. Оценки, проведенные для данного распада, дают (0.420, 0.560, 0.020), что также достаточно близко к результатам полного расчета в нашем подходе.

Интересно, что в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ имеет место обратная иерархия: $\hat{\Gamma}_L < \hat{\Gamma}_{\perp}$. Экспериментальные данные для спиральных фракций существуют только для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$: $\hat{\Gamma}_L = 0.541 \pm 0.017$ и $\hat{\Gamma}_{\perp} = 0.241 \pm 0.023$ [21]. Видно, что для продольной фракции наш результат $\hat{\Gamma}_L = 0.420$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения. Для вычисления поперечной фракции мы используем соотношение $\Gamma_{\perp} \propto |A_{\perp}|^2 = |H_+ - H_-|^2/2$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $\hat{\Gamma}_{\perp} = 0.0493$, а для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ $\hat{\Gamma}_{\perp} = 0.167$. Опять наш результат в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ball P. and Zwicky R. *Phys. Rev. D.* **2005**, V.71, P.014029.
- 2 Khodjamirian A., Mannel T., Oen N. *Phys. Rev. D.* **2007**, V.75, P.054013.
- 3 Grinstein B., Pirjol D, *Phys. Rev. D.* **2004**, V.70, P.114005.
- 4 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D., *J. of H. E. Physics.* **2010**, V.1007, P.098.
- 5 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. *Jour. of H. E. Physics.* **2011**, V.1107, P.067.
- 6 Ivanov M. A., Korner J. G., *Phys. Rev. D.* **2007**, V.76, P.034018.
- 7 Melikhov D., Nikitin N. and Simula S., *Phys. Rev. D.* **1998**, V.57, P.6814.
- 8 Melikhov D. *Eur. Phys. J. direct C.* **2002**, V.4, P.1.
- 9 Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O. *Phys. Rev. D.* **2007**, V. 75, P.074008.
- 10 Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P., *Phys. Lett. B.* **1999**, V.455, P.283-290

- 11 Colangelo P., De Fazio F., Ladisa M., *Eur. Phys. J. C.*, **1999**, V.8, P.81.
- 12 Colangelo P., De Fazio F., *Phys. Rev. D.* **1996**, V.53, P.3672-3686.
- 13 Colangelo P., Santorelli P., *Phys. Lett. B.* **1994**, V.327, P.123-128.
- 14 M.Dineykan, M.A.Ivanov, G.G.Saidullaeva, *Phys. of Particles and Nuclei*, **2012**, V.43, №3. p.749-782
- 15 Ivanov M. A., K.ornor J. G. and Santorelli P. The Semileptonic decays of the Bc meson *Phys. Rev. D.* **2001**, V.63, P.074010.
- 16 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., K.ornor J. G. and Lyubovitskij V. E. The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \dots$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \dots$ in a relativistic quark model , *Eur. Phys. J. direct C.* **2002**, V.4, P.18.
- 17 Ivanov M. A., K.ornor J. G. and Pakhomova O. N. The nonleptonic decays $B/c^+ \rightarrow D/s^+$ anti- D_0 and $B/c^+ \rightarrow D/s^+ D_0$ in a relativistic quark model, *Phys. Lett. B.* **2003**, V.555, P.189.
- 18 Ivanov M. A., K.ornor J. G. and Pakhomova O. N. Exclusive semileptonic and nonleptonic decays of the Bc meson, *Phys. Rev. D.* **2006**, V.73, P.054024.
- 19 Ivanov M. A., K.ornor J. G. and Santorelli P. Semileptonic decays of Bc mesons into charmonium states in a relativistic quark model, *Phys. Rev. D.* **2005**, V.71., P.094006; *Erratum-ibid. D.* **2007**, V.75, P.019901.
- 20 Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E. Weak decays beyond leading logarithms *Rev. Mod. Phys.* **1996**, V.68, P.1125-1144
- 21 Nakamura K. et al. [Particle Data Group Collaboration]. *J. Phys. G G.* **2010**, Vol.37.- P.075021.
- 22 K.ornor J. G. and Goldstein G. R. Quark And Particle Helicities In Hadronic Charmed *Particle Decays Phys. Lett. B.* **1979**, V.89, P.105.
- 23 Ali A., K.ornor J. G., Kramer G. and Willrodt J. Nonleptonic Weak Decays of Bottom Mesons, *Z. Phys. C.* **1979**, V.1, P.269.
- 24 Faller S., Fleischer R., Mannel T. Precision Physics with $B_0 \rightarrow J/\psi \phi$ at the LHC: The Quest for New Physics, *Phys. Rev. D.* **2009**, V.79, P.014005.
- 25 Beneke M., Rohrer J. and Yang D. Branching fractions, polarisation and asymmetries of $B \rightarrow VV$ decays, *Nucl. Phys. B.* **2007**, V.774, P.64.
- 26 K.ornor J. G., K.uhn J. H., Krammer M. and Schneider H. Zweig Forbidden Radiative Orthoquarkonium Decays In Perturbative QCD, *Nucl. Phys. B.* **1983**, V.229, P.115.
- 27 Auvil P.R. and Brehm J.J., *Phys. Rev.* **1966**, V.145, P.1152.

Резюме

*Дінейхан М. , С. А. Жауғашева, Г. Г. Сайдуллаева,
А. Аманкелед, Г. А. Әділбаева, С. Кемелжанова*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЛЕПТОНДЫ ЕМЕС ЖӘНЕ СИРЕК КЕЗДЕСЕТІН В(Bs) МЕЗОНДАРДЫҢ ЕНІН АНЫҚТАУ

Ковариантты кварктық үлгіде инфрақызыл конфайнментпен лептонды емес $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$ және $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ ыдыраулардың ені анықталды. Бұл модалар $B_s - \bar{B}_s$ жүйесі үшін ыдырау еніне негізгі үлесін береді. Форм-фактормен есептеу үшін бірнеше бірнеше үлгілік жүрімдер қолданылады. КХД-дағы Дайсон-Швингер теңдеуі; дисперсиялық қатынастарды қолданғандағы конституенттік үлгі, әлеуетті қолданғандағы релятивистік кварктық үлгі, КХД-дағы релятивистік әлеуеттік үлгі, КХД-дағы қосынды ережесі. Коварианттық кварктық үлгі кинематикалық маңайдағы бүкіл есептеулерге арналған.

Кілт сөздер: ені, ыдырау, формфактор.

Summary

*M. Dineykhana, S. A. Zhaugasheva, G. G. Saidullaeva,
A. Amankelid, G. A. Adilbaeva, S. Kemelzhanova*

(Al-Farabi Kazak National University, Almaty)

DETERMINATION OF THE WIDTH THE NON-LEPTONIC AND RARE DECAYS OF B (BS) MESON

In the framework of of the covariant quark model with infrared confinement calculated width nonleptonic decays $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$ and $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$. These modes give the

main contribution to the decay width for the $B_s - \bar{B}_s$ system. There are some model approaches for calculation of the form factors based on other principles, than approach of rules of the sums on a light cone. It Daysona-Shvinger's equations in KHD; model of konstituentny quarks with use of dispersive ratios; relativistic kvarkovy model with use of potentials; KHD relativistic potential model; rules of the sums of KHD; It is necessary to emphasize that within covariant kvarkovy model developed by authors hadrons formfaktor can be calculated in all kinematic area of pulse variables.

Keywords: breadth, decay, form factor.

Поступила 27.03.2013г