

М. ДИНЕЙХАН, С. А. ЖАУГАШЕВА, Г. Г. САЙДУЛЛАЕВА

РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД X(3872) МЕЗОНОВ В РАМКАХ КОВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

В рамках ковариантной модели кварков введено взаимодействие с электромагнитным полем с помощью P-экспоненты Мандельстама. Вычислен матричный элемент однофотонного перехода $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ и доказано его калибровочная инвариантность.

1. Введение. Узкий резонанс $X(3872)$, схожий по свойствам с чармонием, был открыт в 2003 году коллегацией Belle [1] в реакции $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$. Данный резонанс распадается на $\pi^+ \pi^- J/\psi$ и имеет массу $m_X = 3872.0 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{syst})$ Мэв, которая близка к порогу рождения D и D^* мезонов: $M_{D^0} + M_{D^{*0}} = 3871.81 \pm 0.25$ Мэв [2]. Было найдено, что его ширина меньше 2.3 Мэв на 90% уровне достоверности. Это состояние вскоре было подтверждено коллегацией BaBar [3] и в $p\bar{p}$ -столкновениях в лаборатории Ферми на теватроне в экспериментах CDF [4] и DØ [5].

Все предсказанные состояния чармоная ниже порога рождения частиц с открытым чармом установлены экспериментально. Выше порога найдено только пять состояний: одно из них, названное $X(3872)$ -мезоном, достаточно хорошо установлено и наблюдено в нескольких различных реакциях несколькими независимыми коллегациями. Новые состояния, в частности $X(3872)$ -мезон, являются очень узкими, а их массы близки к порогам рождения $D - \bar{D}^*$ мезонов. Данные факты не согласуются с предсказаниями кварковой модели. Наиболее вероятными кандидатами могли бы быть $1D$ или $2P$ состояния чармоная. Однако, $1D$ -состояние лежит существенно ниже 3872 Мэв, а $2P$ -состояние несколько выше. Поэтому в литературе интенсивно обсуждаются интерпретации $X(3872)$ -мезона либо как адронной молекулы, либо как тетракварка.

Коллегация Belle сообщила о наблюдении моды распада $X \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 J/\psi$ [6] с ярко выраженным пиком в системе трёх пионов в районе 750–775 Мэв, что означает доминирование подпорогового процесса $X \rightarrow \omega J/\psi$ в данном распаде. Было найдено, что брэнчинг этой моды почти такой же как и брэнчинг моды $X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$:

$$\frac{B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0)}{B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} = 1.0 \pm 0.4(\text{stat}) \pm 0.3(\text{syst}). \quad (1)$$

Это означает сильное нарушение изоспина, поскольку трёхпионный распад идёт в основном через промежуточный ω -мезон с изоспином 0, в то время как двухпионный распад идёт в основном через промежуточный ρ -мезон с изоспином 1. Кроме того, поскольку двухпионный распад идёт в основном через промежуточный ρ -мезон, то весьма трудно это объяснить, используя интерпретацию $X(3872)$ как простого $c\bar{c}$ состояния чармоная с изоспином 0. В этой же работе были опубликованы данные об электромагнитном распаде $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi$:

$$B(B \rightarrow XK) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (1.8 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.1(\text{syst})) \times 10^{-6},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.14 \pm 0.05. \quad (2)$$

При анализе распадов $B^+ \rightarrow J/\psi K^+$ BaBar коллегация [7] нашла доказательство распада $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi$ на уровне 3.4σ статистической погрешности. Были опубликованы следующие численные значения для произведения брэнчингов:

$$B(B^+ \rightarrow XK^+) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (3.3 \pm 1.0(\text{stat}) \pm 0.3(\text{syst})) \times 10^{-6}. \quad (3)$$

Все имеющиеся данные до 2007 года были проанализированы в работе [8], где, в частности, было найдено, что

$$B(B^+ \rightarrow XK^+) = 1.30_{-0.34}^{+0.20} \times 10^{-4}, \quad \frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.22 \pm 0.06. \quad (4)$$

Коллаборация BaBar [9] опубликовала следующие данные о распадах $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ и $X \rightarrow \gamma + \psi(2S)$, которые были получены при анализе $B \rightarrow c\bar{c}\gamma K$ распадов:

$$\begin{aligned} B(B^\pm \rightarrow XK^\pm) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) &= (2.8 \pm 0.8(stat) \pm 0.1(syst)) \times 10^{-6}, \\ B(B^\pm \rightarrow XK^\pm) \cdot B(X \rightarrow \gamma + \psi(2S)) &= (9.5 \pm 2.7(stat) \pm 0.6(syst)) \times 10^{-6}, \end{aligned} \quad (5)$$

Полный обзор экспериментальных данных по $X(3872)$ -мезону, имеющихся к настоящему времени, может быть найден в работах [10] и [11].

Таким образом, определение ширины радиационного распада $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ исходя из предложений о том, что X -мезон имеет тетракварковую структуру, является одним из актуальных задач физики элементарных частиц при описании структурной особенности адронов.

Ковариантная модель кварков является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислять самосогласованным образом матричные элементы физических процессов. Отличительной особенностью данного подхода является то, что многокварковые состояния, такие как барионы (три кварка), тетракварки (четыре кварка) и т.д., могут быть рассмотрены и описаны на том же уровне строгости, как и простейшие кварк-антикварковые системы (мезоны). Константа связи адронов с их интерполирующими кварковыми токами определяются из условия связности $Z_H = 0$ [12], где Z_H есть константа перенормировки волновой функции адрона. Матричные элементы физических процессов определяются набором соответствующих кварковых диаграмм, которые строятся в соответствии с $1/N_c$ -разложением. В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока – Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конституэнтных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

Наша работа построена следующим образом: во втором разделе приведены определение электромагнитного взаимодействия с выполнением условия калибровочного инвариантности. В третьем разделе вычислены ширины однофотонного распада $X(3872)$ -мезона.

2. Взаимодействие с электромагнитным полем. 2.1. Введение электромагнитного взаимодействия. Введение взаимодействия с электромагнитным полем таким образом, чтобы обеспечить калибровочную инвариантность, не является простой задачей ввиду нелокальности лагранжиана взаимодействия см. обзор [13]. Для различных частей полного лагранжиана взаимодействия с электромагнитным полем вводится двумя способами. В свободный лагранжиан заряженных полей кварков и мезонов данное взаимодействие вводится стандартным образом с помощью минимальной замены:

$$\partial^\mu M^\pm \rightarrow (\partial^\mu \mp ie A^\mu) M^\pm, \quad \partial^\mu q \rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu) q, \quad \partial^\mu \bar{q} \rightarrow (\partial^\mu + ie_q A^\mu) \bar{q}, \quad (6)$$

где e является зарядом позитрона (или протона); e_q – заряд кварка ($e_u = 2/3 e$, $e_d = -1/3 e$, и т.д.). Минимальная замена даёт первую часть лагранжиана электромагнитных взаимодействий:

$$\begin{aligned} L_{int}^{em(1)}(x) &= \sum_q e_q A_\mu(x) J_q^\mu(x) + e A_\mu(x) J_M^\mu(x) + e^2 A^2(x) M^-(x) M^+(x), \\ J_q^\mu(x) &= \bar{q}(x) \gamma^\mu q(x), \quad J_M^\mu(x) = i(M^-(x) \partial^\mu M^+(x) - M^+(x) \partial^\mu M^-(x)) \end{aligned} \quad (7)$$

В ковариантной модели кварков взаимодействие элементарных адронных полей с фотонами отсутствует в матричных элементах, физических процессов отсутствует благодаря условию связности $Z_M = 0$.

Введение электромагнитного взаимодействия в нелокальный лагранжиан адрон – кваркового взаимодействия происходит с помощью метода P -экспоненты, предложенному в работах [14, 15]. Данный метод активно использовался в нелокальной киральной кваковой модели [16].

Для того чтобы гарантировать выполнение калибровочной инвариантности, каждое кварковое поле в соответствующем токе умножается на калибровочную экспоненту:

$$q(x_i) \rightarrow e^{-ie_q I(x_i, x, P)} q(x_i), \quad \bar{q}(x_i) \rightarrow e^{-ie_q I(x_i, x, P)} \bar{q}(x_i), \quad I(x_i, x, P) = \int_x^{x_i} dz_\mu A^\mu(z), \quad (8)$$

где P обозначает путь, соединяющий точки x и x_i . Тогда легко видеть, что полный лагранжиан инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований:

$$q(x_i) \rightarrow e^{-ie_q f(x_i)} q(x_i), \quad \bar{q}(x_i) \rightarrow e^{-ie_q f(x_i)} \bar{q}(x_i), \quad A^\mu(z) \rightarrow A^\mu(z) + \partial^\mu f(z), \quad (9)$$

При этом

$$I(x_i, x, P) \rightarrow I(x_i, x, P) + f(x_i) - f(x). \quad (10)$$

При расчётах по теории возмущений нужно раскладывать калибровочную экспоненту по степеням A_μ до необходимого порядка. На первый взгляд результат будет зависеть от пути P , который соединяет концевые точки. Однако, нам нужны только производные интеграла по пути, взятые по концевой точке. Поэтому удобно использовать формализм, разработанный в работе [15], который основан на пути – независимом определении производной интеграла $I(x, y, P)$:

$$\lim_{dx^\mu \rightarrow 0} dx^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} I(x, y, P) = \lim_{dx^\mu \rightarrow 0} [I(x + dx, y, P') - I(x, y, P)], \quad (11)$$

где путь P' получен из пути P с помощью сдвига конечной точки x на величину dx . Используя определение (11) приходим к ключевому правилу:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} I(x, y, P) = A_\mu(x), \quad (12)$$

которое означает, что производная интеграла $I(x, y, P)$ теперь не зависит от пути P .

2.2. Лагранжиан адрон-фотон-кваркового взаимодействия, линейный по электромагнитному полю. Продемонстрируем построение лагранжиана электромагнитного взаимодействия на примере J/ψ -мезона, являющимся кварк-антикварковым состоянием, и $X(3872)$ -мезона, рассматриваемого как тетракварк со спином 1.

Разлагая лагранжиан взаимодействия по полю A^μ до первого порядка, получаем

$$\begin{aligned} L_{\text{int}}^{\text{em}(2)}(x) &= g_X X_{q\mu}(x) \cdot J_{X_q - \text{em}}^\mu(x) + g_{J/\psi} J/\psi_\mu(x) \cdot J_{J/\psi - \text{em}}^\mu(x) \quad (q = u, d), \\ J_{X_q - \text{em}}^\mu &= \int d\vec{\rho} \Phi_X(\vec{\rho}^2) J_{2q}^\mu(x_1, \dots, x_4) \{ie_q [I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \}, \\ J_{J/\psi - \text{em}}^\mu &= \int d\rho \Phi_{J/\psi}(\rho^2) J_{2q}^\mu(x_1, x_2) ie_c [I_x^{x_1} - I_x^{x_2}] \quad I_x^{x_i} \equiv I(x_i, x, P). \end{aligned} \quad (13)$$

Для того, чтобы использовать ключевое правило (12) перейдём к Фурье-образам для вершинных функций Φ и кварковых полей q . Имеем

$$\begin{aligned} \Phi_X(\vec{\rho}^2) &= \int \frac{d^4 \vec{\omega}}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_X(-\vec{\omega}^2) e^{-i\vec{\rho}\vec{\omega}} = \tilde{\Phi}_X(\vec{\partial}_\rho^2) \delta^{(4)}(\vec{\rho}), \\ \Phi_{J/\psi}(\rho^2) &= \int \frac{d^4 \vec{\omega}}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_{J/\psi}(-\omega^2) e^{-i\rho\omega} = \tilde{\Phi}_{J/\psi}(\vec{\partial}_\rho^2) \delta^{(4)}(\rho), \\ q(x_i) &= \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} e^{-ip_i x_i} \tilde{q}(p_i), \quad \bar{q}(x_i) = \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} e^{-ip_i x_i} \tilde{\bar{q}}(p_i), \end{aligned} \quad (14)$$

С помощью интегрирования по частям приходим к следующим выражениям:

$$\begin{aligned}
 J_{X_q-em}^\mu &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{4q}^\mu(p_1, \dots, p_4) \int d\vec{\rho} \delta^{(4)}(\vec{\rho}) \\
 &\times \tilde{\Phi}_X\left(\tilde{\partial}_\rho^2\right) e^{-i(p_1x_1 - p_2x_2 - p_3x_3 + p_4x_4)} \left\{ ie_q[I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c[I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \right\} \\
 &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{4q}^\mu(p_1, \dots, p_4) e^{-i(p_1 - p_2 - p_3 + p_4)x} \int d\vec{\rho} \delta^{(4)}(\vec{\rho}) e^{-i\vec{\rho}\vec{\omega}} \\
 &\times \tilde{\Phi}_X\left(\vec{D}_\rho^2\right) \left\{ ie_q[I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c[I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \right\} \\
 J_{J/\psi-em}^\mu &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{2q}^\mu(p_1, p_2) \int d\rho \delta^{(4)}(\rho) \tilde{\Phi}_{J/\psi}\left(\tilde{\partial}_\rho^2\right) e^{i(p_1x_1 - p_2x_2)} ie_q[I_x^{x_1} - I_x^{x_2}] \\
 &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{2q}^\mu(p_1, p_2) e^{-i(p_1 - p_2)x} \int d\rho \delta^{(4)}(\rho) e^{-i\rho\omega} \tilde{\Phi}_{J/\psi}\left(D_\rho^2\right) ie_q[I_x^{x_1} - I_x^{x_2}]
 \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$\begin{aligned}
 D_{\rho_i}^\mu &= \partial_{\rho_i}^\mu - i\omega_i^\mu, & D_\rho^\mu &= \partial_\rho^\mu + ip^\mu. \\
 \omega_1 &= c_{11}p_1 - c_{21}p_2 - c_{31}p_3 + c_{41}p_4, & \omega_2 &= c_{12}p_1 - c_{22}p_2 - c_{32}p_3 + c_{42}p_4, \\
 \omega_3 &= c_{13}p_1 - c_{23}p_2 - c_{33}p_3 + c_{43}p_4, & p &= \frac{1}{2}(p_1 + p_2)
 \end{aligned} \tag{16}$$

Наконец, используем следующее тождество, доказательство которого можно найти в работе [17]:

$$F(-D_{\rho_j}^2)I_x^{x_i} = \sum_{n=0}^{\infty} (-)^n \frac{F^{(n)}(0)}{n!} D_x^{2n} I_x^{x_i}.$$

Имеем

$$D_{\rho_j}^2 I_x^{x_i} = (\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i)) - 2i(\omega_j^\nu A_\nu(x_i))c_{ij} - \omega_j^2 I_x^{x_i}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 (D_{\rho_j}^2)^2 I_x^{x_i} &= (D_{\rho_j}^2 - \omega_j^2)(\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i)) - 2i(\omega_j^\nu A_\nu(x_i))c_{ij} + (-\omega_j^2)^2 I_x^{x_i}, \\
 (D_{\rho_j}^2)^3 I_x^{x_i} &= ((D_{\rho_j}^2)^2 - D_{\rho_j}^2 \omega_j^2 + \omega_j^4)(\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i)) - 2i(\omega_j^\nu A_\nu(x_i))c_{ij} + (-\omega_j^2)^3 I_x^{x_i},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (D_{\rho_j}^2)^n I_x^{x_i} &= \sum_{k=0}^n (D_{\rho_j}^2)^{n-1-k} (-\omega_j^2)^k ((\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i)) - 2i(\omega_j^\nu A_\nu(x_i)))c_{ij} + (-\omega_j^2)^n I_x^{x_i} = \\
 &= n \int_0^1 d\tau [D_{\rho_j}^2 \tau - \omega_j^2 (1-\tau)^{n-1}] ((\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i)) - 2i(\omega_j^\nu A_\nu(x_i)))c_{ij} + (-\omega_j^2)^n I_x^{x_i}.
 \end{aligned}$$

В конце получаем тождество

$$\begin{aligned}
 F(-D_{\rho_j}^2)I_x^{x_i} &= \int_0^1 d\tau F(-\tau D_{\rho_j}^2 + (1-\tau)\omega_j^2)c_{ij}(\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i) - 2i\omega_j^\nu A_\nu(x_i)) + F(\omega_j^2)I_x^{x_i} \\
 &= \int dq A_\mu(q) \left\{ (q^\mu + 2p^\mu) e^{iqx_i} \int_0^1 d\tau F[(\omega_j + q)^2 \tau + \omega_j^2(1-t)] + F(\omega_j^2) \int_x^{x_i} dz^\mu e^{-iqz} \right\}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Заметим, что последнее слагаемое равно нулю из-за дельты $\delta(x_i - x)$ функции в лагранжиане.

Окончательно получаем

$$\begin{aligned}
 J_{X_q-em}^\mu(x) &= \prod_{i=1}^4 \int d^4x_i \int d^4y J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) A_\rho(y) E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y), \\
 E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y) &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4p_i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4r}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(x-x_1)+ip_2(x-x_2)+ip_3(x-x_3)-ip_4(x-x_4)-ir(x-y)} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r), \\
 \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) &= \int_0^1 d\tau \sum_{j=1}^3 \left\{ e_c \left[-\tilde{\Phi}'_X(-z_{1j}) l_{1j}^\rho + \tilde{\Phi}'_X(-z_{2j}) l_{2j}^\rho \right] + e_q \left[-\tilde{\Phi}'_X(-z_{4j}) l_{4j}^\rho + \tilde{\Phi}'_X(-z_{3j}) l_{3j}^\rho \right] \right\} \\
 l_{ij} &= c_{ij}(c_{ij}r + 2\omega_j) \quad (i = 1, \dots, 4; \quad j = 1, \dots, 3), \\
 z_{i1} &= \tau(c_{i1}r + \omega_1)^2 + (1-\tau)\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2, \quad z_{i2} = (c_{i1}r + \omega_1)^2 + \tau(c_{i2}r + \omega_2)^2 + (1-\tau)\omega_2^2 + \omega_3^2, \\
 z_{i3} &= (c_{i1}r + \omega_1)^2 + (c_{i2}r + \omega_2)^2 + \tau(c_{i3}r + \omega_3)^2 + (1-\tau)\omega_3^2. \\
 J_{J/\psi-em}^\mu &= \int d^4y_1 \int d^4y_2 \int d^4z J_{2q}^\nu(y_1, y_2) A_\rho(z) E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z), \\
 E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z) &= \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(y_1-y)+ip_2(y_2-y)+iq(z-y)} \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q), \\
 \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q) &= e_c \int_0^1 d\tau \left\{ -\tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_-) l_-^\rho - \tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_+) l_+^\rho \right\} \\
 z_\mp &= \tau \left(p \mp \frac{1}{2}q \right) - (1-\tau)p^2, \quad l_\mp = p \mp \frac{1}{4}q, \quad p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)
 \end{aligned} \tag{19}$$

2.3. Калибровочная инвариантность матричного элемента $V \rightarrow \gamma$ -перехода. Продемонстрируем выполнение калибровочной инвариантности на примере вычисления матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$, где V есть векторный мезон.

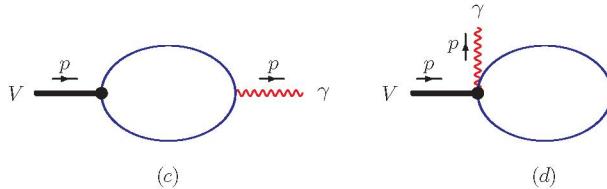


Рис. 1. Диаграммы, описывающие переход $V \rightarrow \gamma$

Матричный элемент перехода $V \rightarrow \gamma$, вычисленный вне массовой поверхности, должен удовлетворять условию калибровочной инвариантности $p_\nu M_{V \rightarrow \gamma}^{\mu\nu}(p) = 0$. Каждая по отдельности диаграмма рис. 1 не является калибровочно-инвариантной. Лишь в сумме происходит сокращение калибровочно-неинвариантных частей и восстанавливается калибровочная инвариантность. После взятия Т-произведений и перехода к импульсному пространству, вклад от диаграммы (c) записывается в виде:

$$\begin{aligned}
 M_c^{\mu\nu} &= \int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \Phi_\rho(-k^2) \text{tr} \left(\gamma^\mu S \left(k + \frac{1}{2}p \right) \gamma^\nu S \left(k - \frac{1}{2}p \right) \right) \\
 &= g^{\mu\nu} [I_c^{(1)}(p^2) + I_c^2(p^2)] + (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) I_c^\perp(p^2).
 \end{aligned} \tag{20}$$

Для диаграммы (d) аналогичные вклады имеют вид:

$$\begin{aligned}
 M_d^{\mu\nu}(p) &= - \int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \left(2k + \frac{1}{2}p \right) \int_0^1 d\alpha \Phi'_\pi \left(-\alpha \left(k + \frac{1}{2}p \right)^2 - (1-\alpha)k^2 \right) \text{tr}(\gamma^\nu S(k)) \\
 &= g^{\mu\nu} I_d^{(3)}(p^2) + (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) I_d^\perp(p^2),
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$I_d^{(3)}(p^2) = \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \left[-\frac{1}{s+t} - \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t} \frac{p^2}{4} \right],$$

$$I_d^\perp(p^2) = \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t}, \quad z_3 = tm^2 - \left(1 - \frac{s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{4} p^2.$$

Здесь $s = 1/\Lambda_\nu^2$. Как мы сейчас покажем, калибровочно-неинвариантные части $I_c^{(1,2)}$ и $I_d^{(3)}$ в сумме сокращаются. Во-первых, можно выразить подынтегральные выражения в интегралах $I_c^{(2)}$ и $I_d^{(3)}$ через производные от показателей экспоненты z_2 и z_3 , соответственно, см. обзор [13]. Далее, можно выполнить интегрирование по α с учётом граничных условий $z_2(\alpha=1) = z_2(\alpha=0) = z_3(\alpha=1) = z_1$.

Окончательное калибровочно-инвариантное выражение для матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$ имеет вид:

$$M_{V \rightarrow \gamma}^{\mu\nu}(p) = (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) M_{V \rightarrow \gamma}(p^2) \quad (22)$$

$$M_{V \rightarrow \gamma}(p^2) = \int_0^{1/\lambda^2} \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_2} \left[\frac{1}{2} - \frac{2t^2}{(s+t)^2} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \int_0^{1/\lambda^2} \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t}.$$

Здесь мы ввели инфракрасное обрезание, гарантирующее конфайнмент кварков.

3. Однофотонный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$. Однофотонный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ описывается набором диаграмм Фейнмана, изображённых на рис. 2.

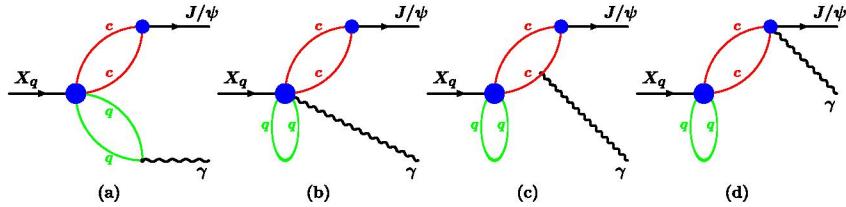


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана для $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ распада

Инвариантный матричный элемент записывается в виде:

$$M(X_q(p) \rightarrow J/\psi(q_1)\gamma(q_2)) = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - q_1 - q_2) \epsilon_X^\mu \epsilon_\gamma^\rho \epsilon_{J/\psi}^\nu T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2), \quad (23)$$

где

$$T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2) = \sum_{i=a,b,c,d} T_{\mu\rho\nu}^{(i)}(q_1, q_2), \quad (24)$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(a)} = 6\sqrt{2} g_X g_{J/\psi} e_q \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X \left(-\left(k_1 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 \right) \times \frac{1}{2} \text{tr} [\gamma_5 S_c(k_1) \gamma_\nu S_c(k_1 + q_1) \gamma_\mu S_q(k_2) \gamma_\rho S_q(k_2 + q_2) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu)],$$

$$K_a^2 = \frac{1}{2} \left(k_1 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 + \frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{1}{2} q_2 \right)^2 + \frac{1}{4} (\omega_q q_1 - \omega_c q_2)^2,$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(b)} = 6\sqrt{2} g_X g_{J/\psi} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_{J/\psi} \left(-\left(k_2 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 \right) \tilde{E}_{X\rho}(p_1, \dots, p_4, r) \times \frac{1}{2} \text{tr} [\gamma_5 S_q(k_1) \gamma_\nu S_c(k_2) \gamma_\mu S_c(k_2 + q_1) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu)],$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= k_2, & p_2 &= k_2 + q_1, & p_3 = p_4 &= -k_1, & r &= -q_2, \\
 T_{\mu\rho\nu}^{(c)} &= 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} e_c \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X(-K_c^2) \tilde{\Phi}_{J/\psi} \left(-\left(k_2 + q_2 + \frac{1}{2}q_1 \right)^2 \right) \\
 &\times \frac{1}{2} \text{tr} [\gamma_5 S_q(k_1) \gamma_\mu S_c(k_2) \gamma_\rho S_c(k_2 + q_2) \gamma_\nu S_c(k_2 + p) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu)] \\
 K_c^2 &= \frac{1}{2} k_1^2 + \frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{1}{2} p \right)^2 + \frac{1}{4} \omega_q^2 p^2, \\
 T_{\mu\rho\nu}^{(d)} &= 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} e_c \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X(-K_c^2) \tilde{E}_{J/\psi\rho}(p_1, p_2, q) \\
 &\times \frac{1}{2} \text{tr} [\gamma_\mu S_q(k_1) \gamma_5 S_c(k_2) \gamma_\nu (k_2 + p) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu)]
 \end{aligned}$$

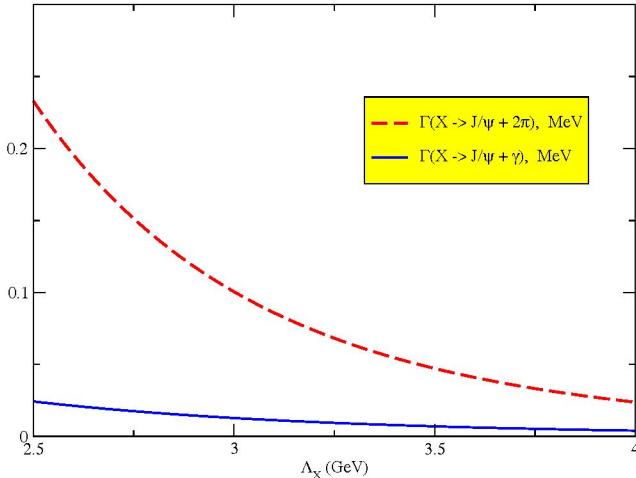


Рис. 3. Зависимость ширины распадов $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)$ и $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)$ от параметра Λ_X

На рис. 3 показан график зависимости ширины распада $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)$, а так же для сравнения ширины распада $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)$, от параметра Λ_X . Отметим, что радиационная ширина распада состояния $X_h = -X_u \sin \theta + X_d \cos \theta$ почти на порядок меньше чем для состояния $X_l = X_u \cos \theta + X_d \sin \theta$. Если взять $\Lambda_X \in (3, 4)$ ГэВ со среднем значением $\Lambda_X = 3.5$ ГэВ, тогда наши предсказания для отношений ширин записываются следующим образом:

$$\left. \frac{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \right|_{meop} = 0.15 \pm 0.03, \quad (25)$$

что очень хорошо согласуется с экспериментальными данными полученных коллаборацией Belle [6]

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + 2\pi)} = \begin{cases} 0.14 \pm 0.05 & \text{Belle[8]} \\ 0.22 \pm 0.06 & \text{BARAR[13]} \end{cases} \quad (26)$$

Заключение. Обсуждено введение электромагнитного взаимодействия в развивающем подходе. Эта задача является нетривиальной ввиду нелокальности адрон-кваркового взаимодействия. Данная задача решена путём использования известного метода Р-экспоненты и определения её производной путём независимым образом. Построены явные представления для лагражиана, описывающего адрон-фотон-кварковое взаимодействие, линейное по электромагнитному полю.

Продемонстрировано выполнение калибровочной инвариантности на примере вычисления матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$.

Вычислены однофотонные распады X(3872)-мезона, рассматриваемого как связанное состояние из четырёх夸克-тетраквакка с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{++}$. Вычисление амплитуд процессов в рамках нашего подхода требует значительных усилий, поскольку приходится вычислять трёхпетлевые фейнмановские диаграммы. Показано, что для разумных значений параметра Λ_X , характеризующего размер X-мезона, теоретические значения для ширин распадов находятся в согласии с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Choi S. K. et al. [Belle Collaboration]. // Phys. Rev. Lett.- 2003.- Vol.91.- P.262001.
2. Nakamura K. et al. [Particle Data Group Collaboration]. // J. Phys. G G. - 2010.- Vol.37.- P.075021.
3. Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. // Phys. Rev. Lett. - 2004.- Vol.93.- P.041801.
4. Acosta D. E. et al. [CDF Collaboration]. // Phys. Rev. Lett.- 2004.- Vol.93. -P.072001.
5. Abazov V. M. et al. [D0 Collaboration] . // Phys. Rev. Lett.- 2004.-Vol.93. -P.162002.
6. Abe K. et al. [Belle Collaboration]. // arXiv:hep-ex/0505037
7. Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. // Phys. Rev. D. -2006.- Vol.74.- P.071101.
8. Klempert E. and Zaitsev A. Glueballs, // Phys. Rept. -2007.- Vol.454. P.1.
9. Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. // Phys. Rev. Lett. - 2009. -Vol.102.-P.132001.
10. Thomas C. E. and Close F. E. // Phys. Rev. D. -2008. -Vol.78.- P.034007.
11. Barnes T. and Godfrey S. // Phys. Rev. D.-2004. -Vol.69.- P.054008.
12. Bignamini C., Grinstein B., Piccinini F., Polosa A. D., Riquer // Phys. Lett. B. 2010. V.684. P.228
13. M.Dineykh, M.A.Ivanov, G.G.Saidullaeva//Phys. of Particles and Nuclei, 2012, V.43, №3. p.749-782
14. Mandelstam S. // Annals Phys. 1962. V.19. P.1.
15. Terning J. // Phys. Rev. D. 1991. V.44. P.887.
16. Dorokhov A. E. and Broniowski W. // Eur. Phys. J. C. 2003. V.32. P.79.
17. Ivanov M. A.,Locher M. P. and Lyubovitskij V. E. // Few Body Syst. 1996. V.21. P.131

M. Дінейхан, С. А. Жаугашева, Г. Г. Сайдуллаева

X(3872) МЕЗОННЫҢ РАДИАЦИЯЛЫҚ ҮДҮРСАУЫ КОВАРИАНТТЫҚ КВАРКТІК ҮЛГІДЕ

Ковариантты кварктік үлгі аясында Мандельстамның P-экспонент көмегімен электромагниттік өріс арқылы әсерлесу енгізілген. Бірфотонды $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ ауысудың матрицалық элементі анықталды және оның калибрлік инварианттылығы дәлелденді.

M. Dineykh, S. A. Zhaugasheva, G. G. Saidullaeva

RADIATIVE DECAY OF X (3872) MESONS IN THE COVARIANT QUARK MODEL

The single-photon decay $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ is then analyzed. To introduce electromagnetic interactions, a nonlocal effective Lagrangian, which describes an interaction of X(3872) meson with its four constituent quarks, is gauged by using the P-exponential path-independent formalism. The matrix element of the transition $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ is evaluated and its gauge invariance is proved.