Б. Д. ДЮЗБЕНБЕТОВ, Б. ЖАКАШБАЕВ

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ ОПЕРАТОРОВ СО СДВИГАМИ ПЕРЕМЕННЫХ В МЛАДШИХ ЧЛЕНАХ

Казахский государственный женский педагогический университет, г. Алматы

В некоторой ограниченной области $Q \in R^n$ с кусочно-гладкой границей ∂Q рассматривается эллиптическое дифференциально-разностное уравнение

$$-\Delta u(x) + Ru(x) = 0\,, \tag{1}$$

где $R : (\overline{Q} \cup \overline{Q}) \to (\overline{Q})$ разностный оператор, определенный по формуле

$$Ru(x) = b_0\, u(x) + \sum_{R\in M} b_R u(x) + h$$

с вещественными коэффициентами, удовлетворяющими условию $b_0 > \sum\limits_{R\in M} |b_h|$, здесь M - конечное множество $\overline{n}$ -мерных векторов целочисленными координатами $0 \notin M$.

Краевые условия задаются на множестве

$$\overline{Q} = \left[\bigcup_{R\in M} (Q+h)/Q \right] U\partial Q \tag{2}$$

$$u(x) = \varphi(x)$$

Функция $\varphi(x) \in Q$ предпологается вещественнозначной.

Дается следующее определение классического решения:

Функцию $u(x) \in C^2(Q) \cap C(Q \cup \overline{Q})$ будем называть классическим решением (1)-(2), если $u(x)$ удовлетворяет уравнению (1) для любого $x \in Q$ и удовлетворяет краевому условию (2). Тогда будет справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $u(x)$ классическое решение задачи (1)-(2) и x_0 – точка глобального максимума модуля, т.е. $|u(x_0)| \geq |u(x)|$, $x \in (Q \cup \overline{Q})$, тогда $x_0 \in \overline{Q}$.

Здесь существенно, что краевые условия задаются не только на границе рассматриваемой области $Q \in R^n$, а на некотором замкнутом множестве, к этой области прилагающем. Кроме того, для рассматриваемого класса задач принцип максимума формулируется в несколько ослабленной формулировке, т.е. в смысле максимума модуля. Обоснованность введенных в формулировке теоремы ограничений иллюстрируется на контрпримерах, построенных для одномерного и двумерного случаев.

Было доказано, что даже при сколь угодно малом возмущении дифференциального оператора, тем не менее, действует принцип максимума в локальной формулировке для эллиптических дифференциальных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1 Скубачевский А.Л. Неклассические краевые задачи // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2007. – Т. 26. – С. 3-132.

2 Шапошноков С.В. О неединственности решений эллиптических уравнений для вероятностных мер // Доклады РАН. – 2008. – Т. 420, № 3. – С. 320-323.

3 Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980, 1993; Физмат. лит., 2002, 2008.

Б. Д. Дүзбенбетов, Б. Жақашбаев

АЙНЫМАЛЫ КІШІ МҮШЕЛЕРДЕГІ ЖЫЛЖЫМАЛЫ
ЭЛЛИПСТІК ДИФФЕРЕНЦИАЛЬДЫҚ-АЙЫРЫМДЫ ОПЕРАТОРЛАР ҮШІН
МАКСИМУМ ҰСТАНЫМЫ

Эллипстік дифференциальдық теңдеулердің шешімі бар және ол шешімнің жалғыз екендігі көрсетілген.

B. D. Dyuzbenbetov, B. Zhakashbayev

PRINCIPLE OF THE MAXIMUM
FOR ELLIPTIC DIFFERENTIAL-DIFFERENCE OPERATORS
WITH SHIFTS OF VARIABLES IN YOUNGER MEMBERS

Elipis differential the equation is shown the uniquencess of it.