

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ РАССЕЙНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ
С УЧЕТОМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭКРАНИРОВКИ**

Аннотация

В работе представлены результаты по исследованию сечений рассеяния заряженных частиц неидеальной квазиклассической плазмы на основе динамической модели взаимодействия частиц. Эта модель учитывает как квантовомеханический эффект дифракции, так и эффект динамической экранировки. Динамическая экранировка зависит от скоростей сталкивающихся частиц. Аналитические выражения для дифференциальных сечений рассеяния получены с помощью метода Борна. Обнаружено, что на угле рассеяния, близком нулю, дифференциальное сечение имеет конечное значение, зависящее от величины волнового вектора налетающей частицы (ее энергии), в то время как модели со статической экранировкой этого не показывали. Сделаны выводы.

Ключевые слова: динамический потенциал взаимодействия, динамическая экранировка, квазиклассическая плазма, сечения рассеяния.

Кілт сөздер: динамикалық әсерлесу әлеуеті, динамикалық экрандалуы, квазиклассикалық плазма, шашырау қималары

Keywords: dynamic interaction potential, dynamic screening, semiclassical plasma, scattering cross sections.

I. Введение. Исследование неидеальной плазмы в настоящее время является бурно развивающимся научным направлением, привлекающим внимание ученых. Необходимо отметить, что неидеальная квазиклассическая плазма является достаточно трудным объектом для изучения экспериментальными, а также теоретическими методами. Прежде всего, это связано с тем, что плазма, находящаяся при высокой температуре и большом давлении, становится термически агрессивной. Ее становится трудно создать и удержать. К тому же традиционные методы диагностики плазмы здесь непригодны. Тем не менее, в настоящее время накоплен довольно большой материал по экспериментальному исследованию различных свойств неидеальной плазмы.

Теоретическое исследование и компьютерное моделирование свойств плазмы представляет непростую задачу, требующую нетривиального подхода для ее решения. Как известно, даже при умеренных плотностях необходимо учитывать коллективное взаимодействие частиц на больших расстояниях, приводящее, в частности, к эффектам экранировки поля заряда в плазме. В связи с этим, при изучении свойств плазмы широкое

применение получил метод эффективных потенциалов или, иначе говоря, псевдопотенциалов.

В работе [1] был предложен эффективный потенциал, учитывающий как эффект экранировки, так и квантовомеханический эффект дифракции:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{\sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}} \frac{3}{\hbar} \frac{e^{-Br}}{r} - \frac{e^{-Ar}}{r} \frac{\psi}{\psi}, \quad (1)$$

$$\text{где } A^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2} \right); \quad B^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2} \right).$$

Здесь $\tilde{\lambda}_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$ – тепловая длина волны Де-Бройля; $m_{\alpha\beta} = m_{\alpha} m_{\beta} / (m_{\alpha} + m_{\beta})$ – приведенная масса частиц сорта α и β .

Этот потенциал экранирован и имеет конечное значение на расстояниях, близких к нулю.

Следует отметить, что традиционно экранировка поля заряда в плазме представляется статической экранировкой Дебая–Хюккеля, это приближение справедливо, если скорости сталкивающихся частиц по-ряду тепловой скорости. Если же скорости превышают тепловую, то такие быстрые частицы при движении не успевают поляризовать окружающую плазму и экранировка их зарядов ослабевает. Экранировка, зависящая от скоростей взаимодействующих частиц, получила название динамической экранировки и в настоящее время часто используется при исследовании свойств неидеальной плазмы. В работе [2] был предложен способ учета динамической экранировки, он сводится к замене статического радиуса Дебая на некоторый эффективный, учитывающий динамическую экранировку:

$$r_0 = r_D \frac{3}{\hbar} \left(1 + \frac{\mathcal{G}^2}{\mathcal{G}_T^2} \right)^{1/2} \frac{\psi}{\psi}, \quad (2)$$

где \mathcal{G} – относительная скорость сталкивающихся частиц; \mathcal{G}_T – тепловая скорость частиц системы. Тогда псевдопотенциал (3), впервые описанный в работе [3], с учетом динамической экранировки в безразмерном виде переписывается как:

$$\Phi_{\alpha\beta}(R) / k_B T = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}} \frac{3}{\hbar} \frac{e^{-BR}}{R} - \frac{e^{-AR}}{R} \frac{\psi}{\psi}, \quad (3)$$

$$\text{где } A^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right); \quad B^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right)$$

$$\delta = \mathcal{G} / \mathcal{G}_T \text{ – параметр относительной скорости сталкивающихся частиц; } \Gamma = \frac{(Ze)^2}{a k_B T} \text{ –}$$

параметр связи; $a = \frac{3}{4\pi n} \frac{\psi}{\psi}^{1/3}$ – среднее расстояние между частицами; $n = n_e + n_i$ –

концентрация электронов и ионов; T – температура плазмы; k_B – постоянная Больцмана,

$r_s = \frac{a}{a_B}$ – параметр плотности определяется как, $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ – радиус Бора; $R = r/a$ –

межчастичное расстояние в единицах среднего расстояния между частицами.

II. Дифференциальные сечения рассеяния. Исследование упругого рассеяние электронов остается интересной проблемой вследствие его влияния на кинетические свойства плазмы и широкого применения при диагностике различных объектов [4-7]. Данные по сечениям рассеяния являются основой для вычисления транспортных коэффициентов плотной плазмы, область использования которой весьма широка. Для высокотемпературной квазиклассической плазмы дифференциальное сечение рассеяния частиц можно качественно исследовать на основе формулы Борна [8]:

$$\sigma(\theta, k) = \frac{4\pi m^2}{h^4} \left| \int \Phi(r) e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{r}} d\vec{r} \right|^2 2\pi \sin \theta d\theta, \quad (4)$$

где $\Phi(r)$ – потенциал взаимодействия сталкивающейся пары частиц; \vec{k}_0 и \vec{k} – волновые векторы налетающей частицы до и после столкновения, при упругом рассеянии $k = k_0$, θ – угол рассеяния, который для упругого рассеяния связан с волновыми векторами следующим соотношением $|\vec{k} - \vec{k}_0| = q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$.

В рамках модели (1), учитывающей как статическую экранировку, так и эффект дифракции, в работах [9, 10] были исследованы столкновительные и транспортные свойства квазиклассической плотной плазмы и была получена формула для дифференциального сечения рассеяния, которую можно переписать в безразмерном виде как:

$$\sigma(\theta, \kappa) / a^2 = \frac{4r_s^2}{\left(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}\right)} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C} \right)^2,$$

$$A = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}}\right), \quad (5)$$

$$B = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}}\right),$$

$$C = 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad k^* = \kappa a.$$

Для расчета дифференциального сечения рассеяния электронов на заряженных частицах в рамках динамической модели взаимодействия (3) с использованием формулы Борна было получено следующее выражение:

$$\sigma(\theta, \kappa) / a^2 = \frac{4r_s^2}{\left(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2 \Gamma)}\right)} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C} \right)^2,$$

$$A = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}}\right), \quad (6)$$

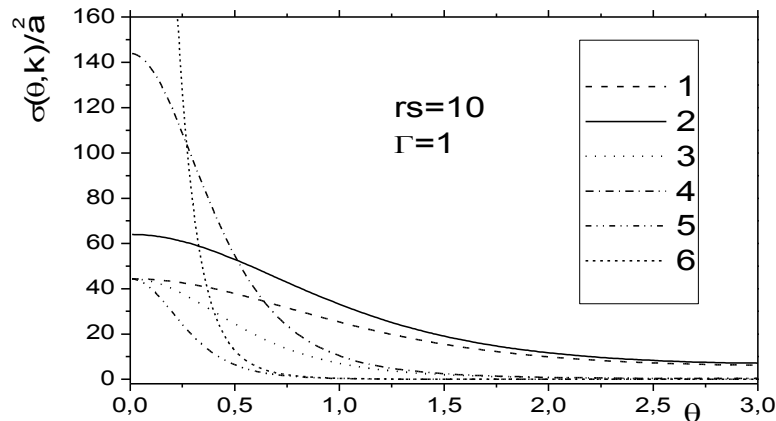
$$B = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}}\right),$$

$$C = 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где отношение квадрата скорости налетающей частицы к квадрату тепловой выражено через параметры связи, плотности и безразмерный волновой вектор, который определяет величину скорости налетающей частицы:

$$\left(\frac{v^2}{v_{Th}^2}\right) = \frac{\Gamma}{r_s} (k^*)^2; \quad k^* = ka. \quad (13)$$

На рисунке 1 приведены сечения рассеяния, рассчитанные по формулам (5) и (6) при разных значениях волнового вектора. Как видно из этого рисунка, сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), имеет одно и то же конечное значение при угле рассеяния равно нулю, так как экранировка в рамках модели (3) не зависит от скорости (импульса) налетающей частицы. Между тем дифференциальное сечение рассеяния, полученное на основе динамического потенциала (3), на малых углах рассеяния имеет конечное значение, зависящее от скорости налетающей частицы. Чем больше волновой вектор, тем, естественно, быстрее убывает сечение с ростом угла рассеяния, а конечное значение при $\theta \rightarrow 0$ становится больше, что связано с ослаблением экранировки. Из сравнения рисунков 2 и 3 видно, что при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния сечение рассеяния имеет конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремится к данным на основе потенциала (3). При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на близкие к данным, полученным на основе потенциала Дойча.

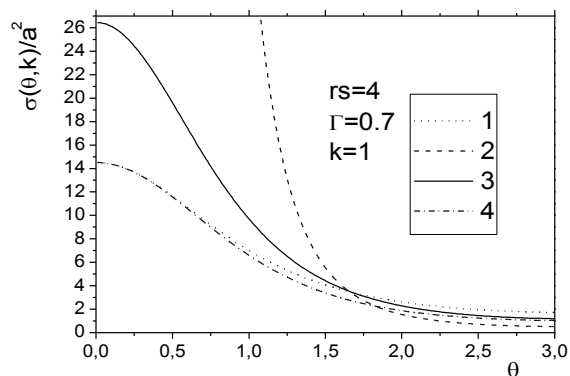


1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3) $k = 1$; 2 – на основе потенциала (9) $k = 1$;

3 – на основе потенциала (3) $k = 2$; 4 – на основе потенциала (9) $k = 2$,

5 – на основе потенциала (3) $k = 4$; 6 – на основе потенциала (9), $k = 4$.

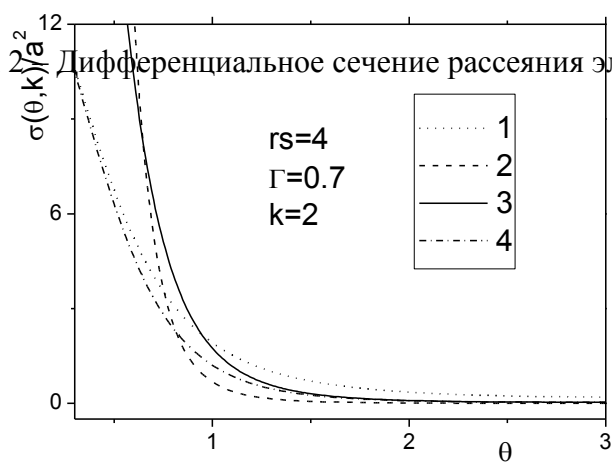
Рисунок 1 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля;

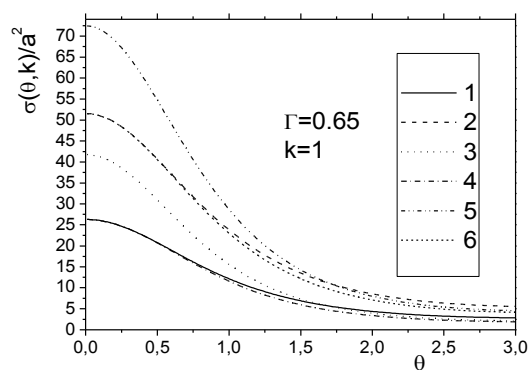
2 – на основе потенциала Дойча; 3 – на основе потенциала (9); 4 – полученное на основе потенциала (3).

Рисунок 2 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля;
 2 – на основе потенциала Дойча; 3 – на основе потенциала (9); 4 – на основе потенциала
 (3).

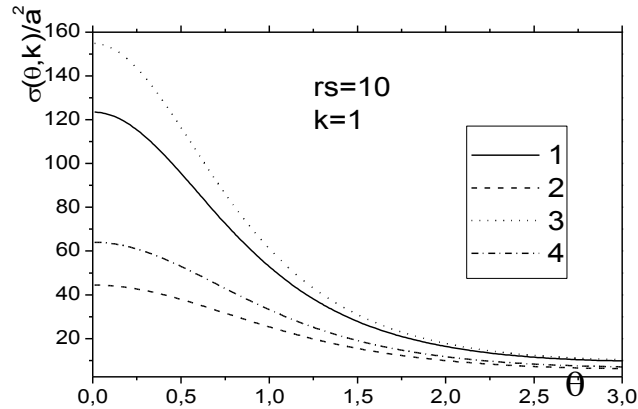
Рисунок 3 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля при $r_s = 5$; 2 – на
 основе

потенциала Дебая-Хюккеля при $r_s = 7$; 3 – на основе потенциала (9) $r_s = 5$; 4 – на основе потенциала (3) $r_s = 5$; 5 – на основе потенциала (9) при $r_s = 7$; 6 – на основе потенциала (3) при $r_s = 7$.

Рисунок 4 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3) при $\Gamma = 0,6$; 2 – на основе потенциала (3) при $\Gamma = 1$; 3 – на основе потенциала (9) $\Gamma = 0,6$; 4 – на основе потенциала (9) при $\Gamma = 1$.

Рисунок 5 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона

Заключение. В рамках полученной динамической модели были исследованы важные характеристики столкновительных процессов, такие как дифференциальные сечения рассеяния. Анализ полученных результатов показал, что дифференциальные сечения рассеяния на основе динамического потенциала при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния имеют конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремятся к данным на основе потенциала Дойча, учитывающему квантовый эффект дифракции заряда. При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на всех углах рассеяния близки к данным, полученным на основе потенциала Дойча.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K. N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys. Plasmas. 2002. – Vol. 9. – P. 3758-3761.

2 Kremp D., Schalgés M., Kraeft W. D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas. – Berlin: Springer, 2005. – 326 p.

3 Джумагулова К.Н., Габдуллина Г.Л., Шаленов Е.О. Динамические потенциалы взаимодействия частиц квазиклассической плазмы // Вестник КазНУ. Серия физическая. – 2012. – № 3-4(42-43).

4 [Khakoo](#) M.A., [Hong](#) L., [Kim](#) B., [Winstead](#) C., [McKoy](#) V. Elastic electron scattering by ethyl vinyl ether // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 022720.

5 **Li X., Barry E.A., Zavada J.M., Buongiorno Nardelli M., and Kim K.W.** Influence of electron-electron scattering on transport characteristics in monolayer graphene // Appl. Phys. Lett. – 2010. – 97, 082101.

6 [Khakoo](#) M.A., [Muse](#) J., [Ralphs](#) K., [da Costa](#) R. F., [Bettega](#) M.H.F., and [Lima](#) M.A.P. Low-energy elastic electron scattering from furan // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 062716.

7 **Kruchinin S.Yu., Fedorov A.V., Baranov A.V., Perova T.S., Berwic K.** Electron-electron scattering in a double quantum dot: Effective mass approach // J. Chem. Phys. – 2010. – 133 104704.

8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). Издание 4-е. – М.: [Наука](#), 1989. – 768 с.

9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbarov A.Zh., Nigmatova G.N. Thermodynamic and transport properties of nonideal complex plasmas on the basis of pseudopotential models // Contr. Plasma Physics. – 2007. – Vol. 47. – P. 262-266.

10 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Akbarov A.Zh., Gabdullin M.T. The scattering cross sections and radial distribution functions for a dense semiclassical plasma // PLTP. – Kiev: Naukova dumka, 2004. – P. 5.9.103.

REFERENCES

1 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K. N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys. Plasmas. – 2002. – Vol. 9. – P. 3758-3761.

2 Kremp D., Schalgés M., Kraeft W.D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas. – Berlin: Springer, 2005. – 326 p.

3 K.N. Dzhumagulova, G.L. Gabdullina, E.O. Shalenov. Dynamic potential of interaction of semiclassical plasma particles // Vestnik KazNU. – 2012. – № 3-4(42-43) (in Russ).

4 [Khakoo](#) M.A., [Hong](#) L., [Kim](#) B., [Winstead](#) C., [McKoy](#) V. Elastic electron scattering by ethyl vinyl ether // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 022720.

5 Li X., Barry E.A., Zavada J.M., Buongiorno Nardelli M., and Kim K.W. Influence of electron-electron scattering on transport characteristics in monolayer graphene // Appl. Phys. Lett. – 2010. – 97, 082101.

6 [Khakoo](#) M.A., [Muse](#) J., [Ralphs](#) K., [da Costa](#) R. F., [Bettega](#) M.H.F., and [Lima](#) M.A.P. Low-energy elastic electron scattering from furan // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 062716.

7 **Kruchinin S.Yu., Fedorov A.V., Baranov A.V., Perova T.S., Berwic K.** Electron-electron scattering in a double quantum dot: Effective mass approach // J. Chem. Phys. – 2010. – 133 104704.

8 Landau L.D., Lifshis E.M. Quantum mechanics. – M.: Nauka, [1989](#). – 768 p. (in Russ.).

9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbarov A.Zh., Nigmatova G.N. Thermodynamic and transport properties of nonideal complex plasmas on the basis of pseudopotential models // Contr. Plasma Physics. – 2007. – Vol. 47. – P. 262-266.

10 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Akbarov A.Zh., Gabdullin M.T. The scattering cross sections and radial distribution functions for a dense semiclassical plasma // PLTP. – Kiev: Naukova dumka, 2004. – P. 5.9.103.

Резюме

Қ. Н. Жұмағұлова, Г. Л. Ғабдуллина, Е. О. Шаленов

(ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ДИНАМИКАЛЫҚ ЭКРАНДАЛУДЫ ЕСКЕРГЕН КЕЗДЕГІ КВАЗИКЛАССИКАЛЫҚ ПЛАЗМА ЭЛЕКТРОНДАРЫНЫҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ШАШЫРАУ ҚИМАЛАРЫ

Бұл жұмыста идеал емес квазиклассикалық плазманың зарядталған бөлшектері әсерлесуінің динамикалық үлгісі негізінде зарядталған бөлшектердің шашырау қималарын зерттеу нәтижелері ұсынылған. Бұл үлгіде дифракцияның квант-механикалық әсерлері және динамикалық экрандалу әсері ескеріледі. Динамикалық экрандалу соқтығысатын бөлшектердің жылдамдығына байланысты болады. Борн әдісінің көмегімен дифференциалдық қималар үшін аналитикалық өрнектер алынды. Нөлге жуық шашырау бұрышында ұшып келе жатқан бөлшектің толқындық векторы шамасына байланысты дифференциалдық қиманың шамасы шекті мәнге ие болатындығы байқалды. Бұл жағдай статистикалық экрандалу үлгілерінде байқалмады. Қорытынды жасалды.

Кілт сөздер: Динамикалық әсерлесу әлеуеті, динамикалық экрандалуы, квазиклассикалық плазма, ша-шырау қималары.

Summary

K. N. Dzhumagulova, G. L. Gabdullina, E. O. Shalenov

(IETP, al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

THE DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS FOR ELECTRON SCATTERING SEMICLASSICAL PLASMA SUBJECT TO DYNAMIC SCREENING

The paper presents the results on the cross sections of charged particles of strongly coupled semiclassical plasmas based on the dynamic model of particle interaction. This model takes into account both the quantum mechanical effects of diffraction, and the effect of dynamic screening. Dynamic screening depends on the velocities of colliding particles. Analytical expressions for the differential cross sections were obtained using the method of Born. It was found that at the scattering angle that is close to zero the differential cross section has a finite value which depends on the wave vector of the incident particle (its energy), while the model with static screening does not show it. Conclusions were made.

Keywords: Dynamic interaction potential, dynamic screening, semiclassical plasma, scattering cross sections.

Поступила 27.03.2013г.