УДК 517.9

Б.Н. ЕСКЕНДИРОВ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ РАЗДЕЛЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С НАЧАЛЬНЫМ СКАЧКОМ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Работа посвящена построению равномерной асимптотики решения сингулярно возмущенной краевой задачи, исследованию явления начального скачка.

Постановка задачи. Рассмотрим следующее линейное дифференциальное уравнение третьего порядка:

$$\varepsilon y''' + A(t)y'' + B(t)y' + C(t)y = f(t) \qquad (1)$$

с общими краевыми условиями вида:

$$\begin{aligned} &\mathrm{H}_i y(t,\varepsilon) \equiv \alpha_{i0} y(0,\varepsilon) + \alpha_{i1} y'(1,\varepsilon) = a_i, \quad i = 1,2, \\ &\mathrm{H}_3 y(t,\varepsilon) \equiv \alpha_{30} y(1,\varepsilon) + \alpha_{31} y'(1,\varepsilon) + \alpha_{32} y''(1,\varepsilon) = a_3 \end{aligned} \qquad (2)$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $\alpha_{ij}, a_i, i = 1,2,3,$ $j = 0,1,2$ - известные постоянные, линейные формы $\mathrm{H}_i y(t,\varepsilon)$, $i = 1,2$ от $y(0,\varepsilon), y'(0,\varepsilon)$, линейно независимы.

Пусть:

1°. $A(t), B(t), C(t), F(t) \in C^{N+3}(J), J = [0,1]$;

2°. $A(t) \geq \gamma > 0$, $t \in J$;

В работе [1] рассмотрена сингулярно возмущенная краевая задача (1),(2) обладающая явлением начального скачка, получены асимптотические оценки решения этой задачи. Целью данной работы является построение равномерной асимптотики решения этой задачи с точностью до произвольного порядка.

Построение асимптотики. Решение задачи (1),(2) ищем в виде [2, 3]

$$y(t,\varepsilon) = y_\varepsilon(t) + \varepsilon W_\varepsilon(\tau), \ \tau = t/\varepsilon. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (1):

$$\begin{aligned} &\varepsilon y_\varepsilon'''(t) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{d^3 W_\varepsilon}{d\tau^3} + A(t)\left(y_\varepsilon''(t) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{d^2 W_\varepsilon}{d\tau^2}\right) + \\ &+ B(t)\left(y_\varepsilon'(t) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{dW\varepsilon}{d\tau}\right) + \\ &+ C(t)(y_\varepsilon(t) + \varepsilon W_\varepsilon(\tau)) = F(t) \end{aligned} \qquad (4)$$

Теперь, приравнивая в (4) выражения зависящие от t и τ по отдельности, получаем

$$\varepsilon y_\varepsilon'''(t) + A(t)y_\varepsilon''(t) + B(t)y_\varepsilon'(t) + C(t)y_\varepsilon(t) = f(t), \qquad (5)$$

$$\frac{d^3 W_\varepsilon}{d\tau^3} + A(\varepsilon\tau)\frac{d^2 W_\varepsilon}{d\tau^2} + \varepsilon B(\varepsilon\tau)\frac{dW_\varepsilon}{d\tau} + \varepsilon^2 C(\varepsilon\tau)W_\varepsilon(\tau) = 0 \qquad (6)$$

Решение уравнения (5) ищем в виде разложения

$$y_\varepsilon(t) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \varepsilon^2 y_2(t) + \ldots, \qquad (7)$$

а решение (6) в виде

$$W_\varepsilon(\tau) = W_0(\tau) + \varepsilon W_1(\tau) + \varepsilon^2 W_2(\tau) + \ldots. \qquad (8)$$

Подставляя (7) в (5) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, получаем

$$A(t)y_0''(t) + B(t)y_0'(t) + C(t)y_0(t) = f(t), \qquad (9)_0$$

$$A(t)y_k''(t) + B(t)y_k'(t) + C(t)y_k(t) = -y_{k-1}'''(t) \qquad (9)_k$$

Теперь, подставляя (8) в (6), представляя $A(\varepsilon\tau), B(\varepsilon\tau), C(\varepsilon\tau)$ в ряды по степеням ε и приравняем выражения стоящих при одинаковых степенях ε:

$$\frac{d^3 W_0}{d\tau^3} + A_0\frac{d^2 W_0}{d\tau^2} = 0 \qquad (10)_0$$

$$\frac{d^3 W_k}{d\tau^3} + A_0\frac{d^2 W_k}{d\tau^2} = \Phi_k(\tau), \ k = 1,2,\ldots, \qquad (10)_k$$

где

$$\Phi_1(\tau) = -\frac{A'(0)\tau}{1!}\ddot{W}_0(\tau) - B(0)\dot{W}_0(\tau), \qquad (11)$$

$$\begin{aligned} \Phi_k(\tau) = &-\sum_{j=1}^{k} -\frac{A^{(j)}(0)\tau^j}{j!}\ddot{W}_{k-j}(\tau) - \sum_{j=0}^{k-1}\frac{B^{(j)}(0)\tau^j}{j!}\dot{W}_{k-1-j}(\tau) - \\ &- \sum_{j=0}^{k-2}\frac{C^{(j)}(0)\tau^j}{j!}W_{k-2-j}(j). \end{aligned} \qquad (12)$$

Здесь точки сверху означают производные по τ.

Обратимся к $(10)_0$. Интегрируя $(10)_0$ от 0 до τ, получаем

$$\ddot{W}_0(\tau)=\ddot{W}_0(0)e^{\mu\tau},\mu=-A(0)<0,\ddot{W}(0)=\frac{d^2W_0}{d\tau^2},\tau=0. \quad (13)$$

Из (13) находим

$$\dot{W}_0(\tau)-\dot{W}_0(0)=\frac{\ddot{W}_0(0)}{\mu}\left(e^{\mu\tau}-1\right), \quad (14)$$

откуда в силу требования $\dot{W}_0(\tau)\to 0$ при $\tau\to+\infty$ следует

$$\dot{W}_0(0)=\frac{\ddot{W}_0(0)}{\mu}. \quad (15)$$

С учетом (15) из (14) имеем

$$\dot{W}_0(\tau)=\frac{\ddot{W}_0(0)}{\mu}e^{\mu\tau}. \quad (16)$$

Интегрируя (16) с помощью дополнительного условия $W_0(\tau)\to 0$ при $\tau\to+\infty$,

находим

$$W_0(\tau)=\frac{\ddot{W}_0(0)}{\mu^2}e^{\mu\tau}, \quad (17)$$

$$W_0(0)=\frac{\ddot{W}_0(0)}{\mu^2}. \quad (18)$$

Из формул (13),(16),(17) для $W_0(\tau),\dot{W}_0(\tau),\ddot{W}_0(\tau)$ получим экспоненциальную оценку

$$\left|\overset{(j)}{W}_0(\tau)\right|\le Ke^{-\nu\tau},\ j=0,1,2. \quad (19)$$

Итак построены члены асиптотики нулевого порядка, но начальные значения $W_0(\tau),\dot{W}_0(\tau),\ddot{W}_0(\tau)$ пока не определены.

Для $W_1(\tau)$ из $(10)_1$ получаем уравнение

$$\frac{d^3W_1}{d\tau^3}+A_0\frac{d^2W_1}{d\tau^2}=\Phi_1(\tau) \quad (20)$$

здесь функция $\Phi_1(\tau)$ в силу (11),(13),(16) представима в виде

$$\Phi_1(\tau)=\Phi_1^0(\tau)e^{\mu\tau},$$

где $\Phi_1^0(\tau)=\ddot{W}_0(0)\left(-A'(0)\tau-\frac{B(0)}{\mu}\right)$ - многочлен первой степени.

Из (20) имеем

$$\ddot{W}_1(\tau)=\ddot{W}_1(0)e^{\mu\tau}+e^{\mu\tau}\Phi_1^1(\tau), \quad (21)$$

где $\Phi_1^1(\tau)=\int_0^\tau\Phi_1^0(s)ds$ - многочлен второй степени.

Интегрируем (21) от 0 до τ и используем дополнительные условия

$\dot{W}_1(\tau)\to 0,W_1(\tau)\to 0$ при $\tau\to+\infty$.

Тогда находим

$$\dot{W}_1(\tau)=\frac{\ddot{W}_1(0)}{\mu}e^{\mu\tau}+e^{\mu\tau}\Phi_1^2(\tau),$$
$$W_1(\tau)=\frac{\ddot{W}_1(0)}{\mu^2}e^{\mu\tau}+e^{\mu\tau}\Phi_1^3(\tau), \quad (22)$$

$$\dot{W}_1(0)=\frac{\ddot{W}_1(0)}{\mu}-\int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_1^1(s)ds,$$
$$W_1(0)=\frac{\ddot{W}_1(0)}{\mu^2}-\int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_1^2(s)ds, \quad (23)$$

где

$$e^{\mu\tau}\Phi_1^2(\tau)=-\int e^{\mu s}\Phi_1^1(s)ds,$$

$$e^{\mu\tau}\Phi_1^3(\tau)=-\int e^{\mu s}\Phi_1^2(s)ds.$$

Из формул (21),(22) вытекает оценка для $\overset{(j)}{W}_1(\tau),\ j=0,1,2$

$$\left|\overset{(j)}{W}_1(\tau)\right|\le Ke^{-\nu\tau},\ \tau\ge 0. \quad (24)$$

таким образом, определены члены разложения (8) с номером 1.

Определение следующих членов асимптотики проходит по такой же схеме для любого $k\ge 2$. Допустим, что уже определены все члены с номерами до $k-1$ включительно, причем для функций $W_i(\tau),\dot{W}_i(\tau),\ddot{W}_i(\tau),i=0,1,\dots,k-1$ и для $W_i(0),\dot{W}_i(0)$ получаются выражения типа (21),(22),(23):

$$\overset{(j)}{W}_i(\tau)=\frac{\ddot{W}_i(0)}{\mu^{2-j}}e^{\mu\tau}+e^{\mu\tau}\Phi_i^{3-j}(\tau),\ j=0,1,2;\ i=1,\dots,k-1, \quad (25)$$

$$\overset{(j)}{W}_i(0)=\frac{\ddot{W}_i(0)}{\mu^{2-j}}e^{\mu\tau}-\int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_i^{2-j}(s)ds,\ j=0,1;\ i=1,\dots,k-1 \quad (26)$$

где

$$e^{\mu\tau}\Phi_i^{(j+1)}(\tau)=-\int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_i^{(j)}(s)ds,\ j=1,2;i=1,\dots,k-1,$$

$$\Phi_i^1(\tau)=\int_0^\tau\Phi_i^0(s)ds.$$

отсюда последовательно получаем, что функции

$\overset{(j)}{W}_1(\tau), j=0,1,2; i=0,1,...,k-1$ будут убывающими при $\tau \to +\infty$ как $e^{-\nu\tau}$:

$$\left|\overset{(j)}{W}_1(\tau)\right| \le Ke^{-\bar{\nu}\tau},\ j=0,1,2; i=1,...,k-1, \qquad (27)$$

где $\bar{\nu}$ - некоторое число, удовлетворяющее неравенству $A(0) > \nu > \bar{\nu} > 0$.

Рассмотрим $\Phi_k(\tau)$ из (12), где $\Phi_k(\tau)$ выражается через $\overset{(j)}{W}_1(\tau), j=0,1,2; i=0,1,...,k-1$. Тогда с учетом (13),(16),(21),(22),(25) функция $\Phi_k(\tau)$ записывается в виде

$$\Phi_k(\tau) = e^{\mu\tau}\Phi_k^{(0)}(\tau), \qquad (28)$$

где $\Phi_k^{(0)}(\tau)$ - некоторый многочлен относительно τ. С учетом (28) из $(10)_k$ для $W_k(\tau)$ получаем уравнение

$$\frac{d^3W_k}{d\tau^3} + A(0)\frac{d^2W_k}{d\tau^2} = e^{\mu\tau}\Phi_k^{(0)}(\tau). \qquad (29)$$

Решая (29), принимая во внимание условия $\overset{(j)}{W}_k(\tau) \to 0$ при $\tau \to \infty$,

$\overset{(j)}{W}_k(\tau) = \overset{(j)}{W}_k(0)$ при $\tau \to 0$, $j=0,1,2$, получаем решение

$$\overset{(j)}{W}_k(\tau) = \frac{\ddot{W}_k(0)}{\mu^{2-j}}e^{\mu\tau} + e^{\mu\tau}\Phi_k^{3-j}(\tau),\ j=0,1,2, \qquad (30)$$

где

$$\overset{(j)}{W}_k(0) = \frac{\ddot{W}_k(0)}{\mu^{2-j}}e^{\mu\tau} - \int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_k^{2-j}(s)ds,\ j=0,1, \qquad (31)$$

$$e^{\mu\tau}\Phi_k^{(j+1)}(\tau) = -\int_0^\infty e^{\mu s}\Phi_i^{(j)}(s)ds,\ j=1,2,$$
$$\Phi_k'(\tau) = \int_0^\tau \Phi_i^0(s)ds. \qquad (32)$$

В силу (19),(24),(25),(26), вытекает сходимость интегралов (31),(32) и справедливость оценки

$$\left|\overset{(j)}{W}_k(\tau)\right| \le Ke^{-\nu\tau},\ \tau \ge 0. \qquad (33)$$

Таким образом члены $W_k(\tau)$ разложения (8) при всех $k=1,2,...$ построены.

Для однозначного определения $y_k(t)$ и $W_k(\tau)$ разложения (3),(7),(8) подставим в краевые условия (2):

$$\begin{aligned}
&\alpha_{10}[y_0(0)+\varepsilon y_1(0)+\varepsilon^2 y_2(0)+...+\varepsilon W_0(0)+\varepsilon^2 W_1(0)+\\
&+\varepsilon^3 W_2(0)+...]+\alpha_{11}[y_0'(0)+\varepsilon y_1'(0)+\varepsilon^2 y_2'(0)+...\\
&...+\varepsilon\dot{W}_0(0)+\varepsilon^2\dot{W}_1(0)+\varepsilon^3\dot{W}_2(0)+...]=a_i,\ i=1,2\\
&\alpha_{30}[y_0(1)+\varepsilon y_1(1)+\varepsilon^2 y_2(1)+\varepsilon^3 y_3(1)+...]+\\
&+\alpha_{31}[y_0'(1)+\varepsilon y_1'(1)+\varepsilon^2 y_2'(1)+\varepsilon^3 y_3'(1)+...]+\\
&+\alpha_{32}[y_0''(1)+\varepsilon y_1''(1)+\varepsilon^2 y_2''(1)+\varepsilon^3 y_3''(1)+...]=a_3
\end{aligned} \qquad (34)$$

Приравнивая в (34) коэффициенты при нулевой степени ε, получим

$$H_i y_0 = a_i - \alpha_{i1}\dot{W}_0(0),\ i=1,2,\ H_3 y_0 = a_3. \qquad (35)$$

Уравнение $(9)_0$ вместе с условием (35) является задачей восстановления. Введем определители $\bar{J} = \begin{vmatrix} H_1 y_{10} & H_1 y_{20} & \alpha_{11} \\ H_2 y_{10} & H_2 y_{20} & \alpha_{21} \\ H_3 y_{10} & H_3 y_{20} & \alpha_{31} \end{vmatrix}$, Δ_{30},

где y_{10}, y_{20} -фундаментальная система решений однородного уравнения $A(t)\bar{y}'' + B(t)\bar{y}' + C(t)\bar{y} = 0$, Δ_{30}-определитель получаемый из $\bar{J}$ заменой 3-го столбца столбцом

$$a_1,\ a_2,\ a_3 - p_3 - \alpha_{32}\frac{f(1)}{A(1)},\ p_3 = \sum_{j=0}^{2}\alpha_{3j}\int_0^1 \frac{\overline{K}_t^{(j)}(1,s)}{A(s)}f(s)ds.$$

4^0. Пусть $\bar{J} \ne 0, \Delta_{30} \ne 0$.

Тогда задача восстановления $(9)_0$,(35) имеет решение [3]:

$$\begin{aligned}
y_0(0) &= a_1\overline{\Phi}_1(t) + a_2\overline{\Phi}_2(t) + a_3\overline{\Phi}_3(t) - \alpha_{32}\frac{f(1)}{A(1)}\overline{\Phi}_3(t) -\\
&- \Phi_3(t)\sum_{j=0}^{2}\alpha_{3j}\int_0^1 \frac{\overline{K}_t^{(j)}(t,s)}{A(s)}F(s)ds + \int_0^t \frac{\overline{K}(t,s)}{A(s)}F(s)ds,
\end{aligned} \qquad (36)$$

$$\dot{W}(0) = \frac{\Delta_{30}}{\bar{J}}, \qquad (37)$$

где $\Phi_k(t)$ - граничные функции, а $\overline{K}(t,s)$- начальная функция [2, 3].

Тогда используя (37) из (15),(18) определим начальное значение $W_0(0), \ddot{W}_0(0)$ в виде

$$\ddot{W}_0(0) = \mu\dot{W}_1(0),$$
$$W_0(0) = \frac{\dot{W}_1(0)}{\mu}. \qquad (38)$$

Приравняем теперь, коэффициенты при степенях ε^k в обеих частях равенства (34):

$$H_i y_k = -[\alpha_{i0}W_{k-1}(0) + \alpha_{i1}\dot{W}_k(0)],$$
$$i=1,2,3, k=1,2,...,\ H_3 y_k = 0. \qquad (39)$$

Уравнение (9) вместе с условием (39) определяет решение $\left(\overset{k}{y}_k(t), \dot{W}_k(0)\right)$:

$$y_k(t) = -\sum_{k=1}^{2}\alpha_{i0}W_{k-1}(0)\overline{\Phi}_k(t) - \alpha_{32}\frac{f(1)}{A(1)}\overline{\Phi}_3(t) -$$

$$-\overline{\Phi}_3(t)\sum_{j=0}^{2}\alpha_{3j}\int_0^1\frac{\overline{K}_t^{(j)}(1,s)}{A(s)}F(s)ds$$

$$+\int_0^t\frac{\overline{K}(t,s)}{A(s)}F(s)ds\ ,$$

$$\dot{W}_k(0) = \frac{\Delta_{3k}}{\overline{J}}\ , \qquad (40)$$

где Δ_{3k} -определитель, получаемый из $\overline{J}$ заменой 3-го столбца столбцом

$$-\alpha_{10}W_{k-1}(0),\ -\alpha_{20}W_{k-1}(0), -p_3 - \alpha_{32}\frac{F(1)}{A(1)},\ p_3 = \sum_{j=0}^{2}\alpha_{3j}\int_0^1\frac{K_t^{(j)}(1,s)}{A(s)}F(s)ds.$$

Тогда используя (40) из (31), определим начальные данные

$$\ddot{W}_k(0) = \mu\left[\dot{W}_k(0) + \int_0^\infty e^{is}\Phi_k^1(s)ds\right],$$

$$W_k(0) = \frac{\dot{W}_k(0) + \int_0^\infty e^{is}\Phi_k^1(s)ds}{\mu} - \int_0^\infty \Phi_k^2(s)ds. \qquad (41)$$

Теперь используя (37),(38),(40),(41) из (13),(16),(17),(21),(22),(29) можем, окончательно определить $\overset{(j)}{W}_k(\tau)$, $j = 0,1,2$ при каждом k.

Обоснование асимптотики. Определим члены разложения (3),(7),(8) до номера $N+3$ включительно и образуем частичную сумму $Y_N(t,\varepsilon)$ разложения (3):

$$Y_N(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{N}\varepsilon^k y_k(t) + \varepsilon\sum_{k=0}^{N+1}W_k\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\varepsilon^k \qquad (42)$$

Лемма. Пусть выполнены условия 1^0-4^0. Тогда функция $Y_N(t,\varepsilon)$, выражаемая формулой (42), удовлетворяет сингулярно возмущенную задачу (1),(2) с точностью порядка $O(\varepsilon^{N+1})$ при $\varepsilon \to 0$:

$$L_\varepsilon Y_N(t,\varepsilon) - F(t) = O(\varepsilon^{N+2}),$$

$$0 \le t \le 1,\ H_i Y_N - a_i = O(\varepsilon^{N+2}),\ i = 1,2,3. \quad (43)$$

Доказательство леммы непосредственно следует из самого способа построения функций $y_k(t), W_k(\tau)$.

Теорема Пусть выполнены условия 1^0-4^0. Тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ на сегменте $0 \le t \le 1$ решение задачи (1),(2) существует, единственно и удовлетворяет оценке

$$y^{(j)}(t,\varepsilon) = \overline{Y}_N^{(j)}(t,\varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}),\ 0 \le t \le 1,\ j = \overline{0,n-1} \quad (44)$$

где

$$\overline{Y}_N^0 = \sum_{k=0}^{N}\varepsilon^k y_k + \sum_{k=1}^{N+1}\varepsilon^k W_{k-1}\left(t/\varepsilon\right),\ \overline{Y}_N^1 =$$

$$= \sum_{k=0}^{N+1}\varepsilon^k y_k' + \sum_{k=1}^{N+1}\varepsilon^k \dot{W}_k\left(t/\varepsilon\right),$$

$$\overline{Y}_N^2 = \sum_{k=0}^{N}\varepsilon^k y_k'' + \sum_{k=1}^{N}\varepsilon^k \ddot{W}_{k+1}\left(t/\varepsilon\right)$$

Доказательство Положим $R(t,\varepsilon) = y(t,\varepsilon) - Y_N(t,\varepsilon)$, где $y(t,\varepsilon)$ решение задачи (1),(2), $Y_N(t,\varepsilon)$-частичная сумма (42). Подставим

$$y(t,\varepsilon) = R(t,\varepsilon) + Y_N(t,\varepsilon) \qquad (45)$$

в задачу (1),(2). Тогда для остаточного члена $R(t,\varepsilon)$ получим задачу:

$$L_\varepsilon R = \varepsilon R''' + A(t)R'' + B(t)R' + C(t)R = F(t,\varepsilon) \quad (46)$$

$$H_i R = \alpha_{i0}R(0,\varepsilon) + \alpha_{i1}R'(0,\varepsilon) = \tilde{a}_i\ , i = 1,2,$$
$$H_3 R = \alpha_{30}R(1,\varepsilon) + \alpha_{31}R'(1,\varepsilon) + \alpha_{32}R''(1,\varepsilon) = \tilde{a}_3\ , \quad (47)$$

где

$$F(t,\varepsilon) = F(t) - (\varepsilon Y_N''' + A(t)Y_N'' + B(t)Y_N' + C(t)Y_N),$$

$$\tilde{a}_i = a_i - (\alpha_{i0}Y_N(0,\varepsilon) + \alpha_{i1}Y_N(0,\varepsilon) + \sum_{j=0}^{2}\alpha_{ij}Y_N^{(j)}(1,\varepsilon),$$

$$\tilde{a}_3 = 0,$$

которые в силу (43) удовлетворяют при достаточно малых ε оценкам:

$$F(t,\varepsilon) = O(\varepsilon^{N+1}),\ 0 \le t \le 1,\ \tilde{a}_i = O(\varepsilon^{N+1}). \qquad (48)$$

Задача (46),(47) удовлетворяет всем условиям теорем 1 и 2 работы [1, 3]. Применяя теперь утверждения теорем 1 и 2 работы [3] к краевой задаче (46),(47) и оценку (48) получим, что при достаточно малых ε решение задачи (46),(47) существует, единственно и удовлетворяет неравенству

$$\left|R^{(j)}(t,\varepsilon)\right| \le K\varepsilon^{N+1} \qquad (49)$$

Тогда из (45) с учетом (49) получаем оценку (44).

Теорема доказана.

Из доказанной теоремы следует, что в точке $t = 0$ производная $y''(t,\varepsilon)$ имеет полюс по ε:

$$y''(0,\varepsilon)=O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right),$$

$y'(t,\varepsilon)$ обладает явлением начального скачка:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y'(0,\varepsilon)-y_0'(0)=\frac{\Delta_{30}}{\bar{J}},$$

причем

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon)=y_0(t),\ 0\le t\le 1,$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y^{(j)}(t,\varepsilon)=y_0^{(j)}(t),\ 0<t\le 1,\ j=1,2.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Касымов К.А., Нургабыл Д.Н., Ескендиров Б.Н.* //Вестник МОН НАН РК, Алматы,2002,с.54-62.

2. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* //Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений.,М.,1990

3. *Касымов К.А., Нургабыл Д.Н.*// Дифференциальные уравнения. 2004, т.40,№4, с.597-607.

Резюме

Бастапқы секіріс құбылысы бар шеттік есептің сингулярлы ырғатылған бірқалыпты асимптотикалық жіктелуі құрылады.

Summary

The given work is devoted to construction uniform асимптотики decisions singular the indignant regional task, to research of the phenomenon of initial jump.

Поступила 17.01.08