А.Т. ИБРАИМОВА[1], Л..М. ЧЕЧИН[2]

(Казахский национальный педагогический университет имени Абая[1],

Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова[2])

УРАВНЕНИЯ ФРИДМАНА
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Аннотация

В работе приведено численное значение угловой скорости Вселенной, составляющее величину порядка $10^{-21} сек^{-1}$. Тем самым обоснована необходимость введения вращающейся системы отсчета для описания динамических свойств Вселенной. Нами выведены уравнения Фридмана во вращающейся системе отсчета и получено соответствующее обобщение постоянной Хаббла.

Показано, что величина постоянной Хаббла вдоль оси вращения Вселенной меньше, чем ее значение в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Разница в этих значениях составляет величину $\Delta H = \frac{\Omega^2}{H^2}$.

Вычислено относительное изменение частоты света (красное смещение) во вращающейся Вселенной, которое составляет величину $\frac{\delta\omega}{\omega_0} \sim 10^{-4}$. Отмечено, что найденный нами эффект доступен измерению.

Ключевые слова: космический вакуум, расширение и вращение Вселенной

Кілт сөздер: ғарыштық вакуум, Әлемнің ұлғаюы мен айналуы

Keywords: cosmic vacuum, Universe expansion and rotation.

Введение

К числу актуальных вопросов современной космологии относится вопрос о вращении Вселенной. Другими словами, вращается ли наша Вселенная?

Одним из первых эту проблему сформулировал Г. Гамов [1], который считал, что и расширение и вращение Вселенной должны иметь одну и ту же физическую причину, в качестве таковой он рассматривал космический вакуум.

И действительно, последующие работы [2-5] доказали справедливость этого утверждения. На настоящий момент можно достаточно уверенно констатировать, что Вселенная вращается со скоростью, не меньшей $\omega_0 \sim 10^{-21} сек^{-1}$ [6].

Расширение Вселенной, как известно, описывается уравнениями Фридмана

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G(\rho_{nb} + 3p_{nb})a, \tag{1}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3} G\rho_{nb} \quad , \tag{2}$$

$$\dot{\rho}_{nb} a + 3(\rho_{nb} + p_{nb})\dot{a} = 0, \tag{3}$$

где $\ddot{a}$ - масштабный фактор; ρ_{nb} и p_{nb} - плотность и давление небарионной материи; k – коэффициент, характеризующий геометрические свойства модели. В дальнейшем будем считать k = 0 – плоская Вселенная.

Но так как Вселенная вращается, то необходимо и соответствующее обобщение уравнения Фридмана.

Целью настоящей работы является обобщение уравнение Фридмана на случай вращающейся Вселенной.

Уравнение Фридмана во вращающейся системе отсчета

Уравнения Фридмана, как показано в работе [7], можно весьма просто вывести из ньютоновой механики следующим образом. Рассмотрим шаровую область радиуса r, внутри которой сосредоточено вещество с плотностью ρ и с распределением скоростей по закону Хаббла ($\ddot{a} = v$; $a = r$) -

$$\vec{v} = H\vec{r} \, . \tag{4}$$

В невращающейся системе отсчета уравнение движения частицы, находящейся на поверхности сферы радиуса r, имеет стандартный вид $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\vec{\eta}$. Здесь все обозначения традиционные: G - гравитационная постоянная, M - масса сферы, $\vec{\eta}$ - единичный радиус-вектор.

Переходя к вращающейся с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$ системе отсчета, получаем следующее уравнение движения

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\vec{\eta} + 2[\vec{\omega}\vec{v}] + [\vec{\omega}[r\vec{\omega}]] \ . \tag{5}$$

В его правой части второе слагаемое представляет собой силу Кориолиса, а третье слагаемое – центробежную силу [8]. Для получения правильных уравнений движения необходимо учесть влияние на них давления вещества. Это, согласно [9], достигается заменой $\rho \to \rho + 3p$. Подставляя теперь (4) в (5) и также имея в виду, что $M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$, в итоге получаем

$$H\frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p)\vec{r} + 2H[\vec{\omega}\vec{r}] + [\vec{\omega}[\vec{r}\vec{\omega}]]. \tag{6}$$

Кроме того, будем считать, что при вращении системы отсчета сферическая симметрия шара не нарушается, а распределение скоростей сохраняет свой вид (4).

Для исследования (6) положим, что вектор угловой скорости направлен вдоль оси z, так что $\omega_x = \omega_y = 0$, а $\omega_z = \omega$. Тогда с учетом того, что $[\vec{\omega}[\vec{r}\vec{\omega}]] = \vec{r}\omega^2 - \vec{\omega}(\vec{\omega}\vec{r})$, в компонентах имеем

$$\left.\begin{aligned}
H\frac{dx}{dt} &= \left(-\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p) + \omega^2\right)x - 2H\omega y,\\
H\frac{dy}{dt} &= \left(-\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p) + \omega^2\right)y + 2H\omega x,\\
H\frac{dz}{dt} &= -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p)z.
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Интегрирование последнего уравнения не вызывает труда, так что

$$z = z_0 \exp\left(-\frac{4\pi G}{3H} (\rho + 3p) \cdot t \right).$$

(8)

Для интегрирования первых двух уравнений введем обозначение $\mathrm{H}^2 = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p) + \omega^2 = H^2 + \omega^2$, которое обобщает обычную постоянную Хаббла. Тогда уравнение (7) можно записать в компактном виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{H^2}{H} x - 2\omega y, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{H^2}{H} y + 2\omega x. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Дифференцируя второе уравнение и подставляя в него первое, получаем

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 2\frac{\mathrm{H}^2}{H}\frac{dy}{dt} + \left(\frac{\mathrm{H}^4}{H^2} + 4\omega^2 \right) y = 0 .$$

(10)

Полагая, что $y = y_0 \exp \chi t$, и вводя его в (10), приходим к квадратному уравнению относительно k -

$$\chi^2 - 2\frac{\mathrm{H}^2}{H}\chi + \left(\frac{\mathrm{H}^4}{H^2} + 4\omega^2 \right) = 0 .$$

(11)

Его корни имеют комплексный вид

$$\chi_{1,2} = \frac{\mathrm{H}^2}{H} \pm \sqrt{\frac{\mathrm{H}^4}{H^2} - \left(\frac{\mathrm{H}^4}{H^2} + 4\omega^2\right)} = \frac{\mathrm{H}^2}{H} \pm 2i\omega \,, \tag{12}$$

так что

$$y = y_0 \exp\left(\frac{\mathrm{H}^2}{H} \cdot t\right) \cos 2\omega t \,. \tag{13}$$

Если же продифференцировать первое уравнение из (9) и подставить его во второе, то получим уравнение, аналогичное (10), т.е.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - 2\frac{\mathrm{H}^2}{H}\frac{dx}{dt} + \left(\frac{\mathrm{H}^4}{H^2} + 4\omega^2\right) x = 0 \tag{14}$$

с решением, аналогичным (13) -

$$x = x_0 \exp\left(\frac{\mathrm{H}^2}{H} \cdot t\right) \cos 2\omega t \,. \tag{15}$$

Из выражений (13) и (15) легко получить расстояние до пробной частицы в плоскости, перпендикулярной оси вращения –

$$a_{\perp} = a_0 \exp\left(\frac{\mathrm{H}^2}{H} \cdot t\right) = a_0 \exp\left(\frac{H^2 + \omega^2}{H} \cdot t\right) = a_0 \exp(H \cdot t) \cdot \exp\left(\frac{\omega^2}{H} \cdot t\right). \tag{16}$$

Расстояние же, параллельное оси вращения, согласно (8), таково

$$a_{\parallel} = a_0 \exp(H \cdot t) \,. \tag{17}$$

Теперь, опираясь на выражения (16) и (17), видно, что

$$a_{\perp} = a_{\parallel} \cdot \exp\left(\frac{\omega^2}{H} \cdot t\right). \tag{18}$$

Отсюда следует, что темп расширения Вселенной в перпендикулярном оси вращения направлении становится больше, чем в параллельном направлении. Поэтому значение постоянной Хаббла в направлении, перпендикулярном оси вращения, будет связано с обычной величиной H следующим соотношением

$$H_{\perp} = H\left(1 + \frac{\omega^2}{H^2}\right).$$

(19)

Разница в этих значениях составляет величину

$$\Delta H = \frac{\omega^2}{H^2},$$

(20)

которая может быть измерена.

Современные наблюдательные данные показывают [9], что постоянная Хаббла имеет величину H = 57(+15\14) км/с/Мпс. Поэтому ошибка составляет примерно (26 – 25)%. Эту ошибку, по-видимому, можно отнести и за счет вращения Вселенной.

ЛИТЕРАТУРА

1 G.Gamov. // Nature. 1946, 158, 549.
2 Shi Chun Su, M.C.Chu. // arXiv: astro-ph 09024575 v.2.
3 Чернин А.Д. Космический вакуум УФН (2001), Том 171, №11
4 Долгачев В.П., Доможилова Л.М., Чернин А.Д. // Астрономический журнал, 2003, 80, 792.
5 Чечин Л.М. Космический вакуум и вращение галактик. Астрономический журнал (2010), Том 87, №8
6 Чернин А.Д. // Успехи физических наук, 2001, 171, 1153; А.Д.Чернин. // Успехи физических наук, 2008, 178, 267.
7 Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной (М.: Наука, 1975)
8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М., ГИФМЛ, 1958.
9 Odman C., Hobson M., Lasenby A., Melchiorri A. Cosmological parameter estimation with large scale structure and supernovae data. // arXiv: astro-ph/0405118v1.

REFERENCES

1 Gamov G. Rotating Universe, Nature 1946, Vol. 158, No 4016, pp. 549. doi:10.1038/158549a0.
2 Su S. C. and Chu M. C. Is the Universe Rotating? , Astrophys. J., Vol. 703, 2009, pp. 354–361.
3 Longo M. J. Does the Universe Have a Handedness? arXiv:1104.2815v1 [astro-ph.CO].
4 Schwarz D. J., Weinhorst B. (An) isotropy of the Hubble Diagram: Comparing Hemispheres, Astron. and Astrophys. Vol. 474, 2007, pp. 717-729.
5 Cooke R. and Lynden-Bell D. Does the Universe Accelerate Equally in all Directions? MNRAS, Vol. 401, issue 3, 2010, pp. 1409-1414.
6 Godlowski W. Global and Local Effects of the Rotation: Observational Aspects, IJMPD, Vol. 20, No 9, 2011, pp. 1643-1674.
7 Ellis J. and Olive K. A. Inflation Can Solve the Rotation Problem, Nature, Vol. 303, N0 5919, 1983, pp. 679-681.

8 Л. М. Чечин, “Космический вакуум и вращение галактик”. Астрономический журнал (2010), Том 87, №8.
9 Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Строение и эволюция Вселенной, М.: Наука, 1975.
10 Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика. М., ГИФМЛ, 1958.
11 Odman C., Hobson M., Lasenby A., Melchiorri A. Cosmological parameter estimation with large scale structure and supernovae data. arXiv:astro-ph/0405118v1.
12 Smoot G. F., Scott D. The Cosmic Background Radiation, astro-ph/9603157, 1996.

Айналмалы санақ жүйесіне арналған Фридман теңдеулері

Ибраимова А.Т.[1], Қазақстан Республикасының Ұлттық Ғылым Академиясының корреспондент мүшесі Чечин Л.М[2].

Резюме

Бұл жұмыста Әлемнің айналу кезіндегі Фридманның космологиялық теңдеулерінің жалпы түрі көрсетілген. Сонымен қатар, олардың бірқатар астрономиялық қосымшалары берілген.

Friedman equations in the rotating frame of reference

A.T. Ibraimova[1], Corresponding Member of National Science Academy of Kazakhstan L.M. Chechin [2]

Summary

In this paper given a generalization of the cosmological Friedmann equations in rotating Universe. Given some astronomical applications.

Поступила 24.06.2013 г.