

Механика

УДК 621.01

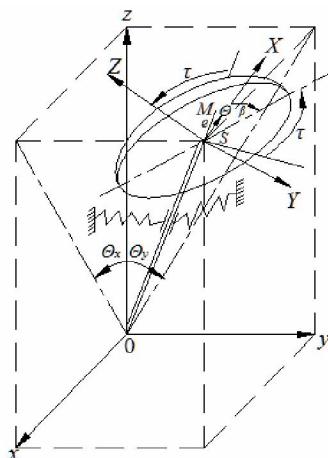
Ж. ИСҚАҚОВ

ЖҰМСАҚ СЕРПІМДІ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС СИПАТТАМАСЫ ЖӘНЕ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ТҮТҚЫР КЕДЕРГІСІ БАР ТІК ҚАТАҢ ТЕҢГЕРІЛМЕГЕН ГИРОСКОПТЫҚ РОТОРДЫҢ РЕЗОНАНСТЫҚ ТЕРБЕЛІСТЕРІ

Алматы энергетика және байланыс университеті

Дискісінің еңкіштігі мен массасының дисбалансы, жұмсақ серпімді сызықты емес сипаттамасы және түтқыр сызықты емес кедергісі бар тік қатаң гироскоптық ротор қаастырылады. Ротордың қозгалысын толық сипаттау үшін машинаның динамикалық моделі құрылды. Ол үшін ротордың кинетикалық энергиясының, диссипаттық сызықты емес функцияның, серпімді тіреғінің геометриялық сызықты емес сипаттамасы ескерілген потенциялық энергиясының, сыртқы күштер моменттерінің орнектері табылады және Лагранж түрінде қозгалыс теңдеулері жазылды. Мәжбүр тербеліс теңдеулерінің шешімдерін Фурье қатарына жіктеу және гармоникалық баланс әдістерімен бас гармониканың амплитудасы мен фазасы анықталып тенгерілмегендіктің, ротор сипаттамасының сызықты еместік шамаларының оның резонанстық тербелістеріне жері зерттелді.

1-суретте ротордың геометриялық сұлбасы ұсынылған. Ротор білігінің ұзындығы L , қатаңдығы EI , төменгі шарнирлі және онан ℓ_0 қашықтықтағы жоғарғы серпімді тіректің көмегімен тік орнатылған. Серпімді тіректе айқын диссипаттық қасиеттерімен ерекшеленетін материалдар, мысалы, резенке пайдаланылады. Біліктің бос ұшына массасы m (салмағы G), үйектік инерция моменті I_p және кез келген бағыт үшін бірдей көлденең инерция моменті I_T болатын диск бекітілген. Біліктің ω айналу жылдамдығының жоғары болғандықтан ротордың қозгалмайтын нүктесі біліктің төменгі нүктесі болатын гироскоп деп қаастыруға болады. Білік қатаң болғандықтан дискінің S геометриялық центрінің x , y координаталарын оның көністіктері ауытқу θ_x , θ_y бұрыштарымен және $\varphi = \omega t$ бұрылу бұрышымен өрнектеуге болады. Сызықты эксцентрикситет e SX осінде жатыр, бұрыштық τ эксцентрикситеттің бағдарынан β бұрышына қалады деп ұғарымыз. Ротор білігінің кіші ауытқуларымен шектелеміз, сол себепті есептеулерде $e, \tau, \theta_x, \theta_y$ аз шамаларына қатысты сызықты мүшелерді ғана ескереміз және ротордың бойлық орын ауыстырулары еленбейді.



1-сурет. Ротордың геометриясы

Жүйенің кинетикалық және потенциялық энергияларының, сыйықты емес диссипаттық функциясының және сыртқы күштердің моменттерінің өрнектерін таба отырып қозғалыс теңдеулерін Лагранж формасында құрамыз. Өлшемсіз параметрлерді келесі формулалар

$$\varepsilon = e/L; \ell = \ell_0/L; \bar{t} = t(2EI/mL^3)^{1/2}; \Omega = \omega(mL^3/2EI)^{1/2}; \bar{I}_p = I_p/mL^2; \bar{I}_T = I_T/mL^2;$$

$$K_1 = k_1(L^3/EI), K_2 = k_2(L^5/EI), P = G(L^2/EI), \mu_1 = \mu_{e1}(1/E \operatorname{Im} L), \mu_2 = \mu_{e2}/mL^2; \quad (1)$$

көмегімен ендіріп, қозғалыс теңдеулерінің он жақтарында

$$M = \sqrt{[(\Omega^2 + P)\varepsilon + H\tau\Omega^2 \cos \beta]^2 + H\tau^2\Omega^4 \sin^2 \beta}$$

(2) мәжбүрлеуші моменттің амплитудасы өрнегінің және оның

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{H\tau\Omega^2 \sin \beta}{(\Omega^2 + P)\varepsilon + H\tau\Omega^2 \cos \beta} \quad (3)$$

- бастапқы фазасы өрнегінің белгілеулерін пайдаланып бір ғана гармониялық функциялармен өрнектеп қозғалыс теңдеулеріне ықшам түр беруге болады

$$(1 + \bar{I}_T)\theta''_x + \bar{I}_p\Omega\theta'_y + \mu_1\theta'_x + \mu_2\theta'^2_x + (K_1\ell^2 - P)\theta_x + K_2\ell^3\theta_x^2 = M \cos(\Omega\bar{t} + \gamma), \quad (4)$$

$$(1 + \bar{I}_T)\theta''_y - \bar{I}_p\Omega\theta'_x + \mu_1\theta'_y + \mu_2\theta'^2_y + (K_1\ell^2 - P)\theta_y + K_2\ell^3\theta_y^2 = M \sin(\Omega\bar{t} + \gamma) \quad (5)$$

Бұл жерде μ_1 -тұтқыр кедергі күшінің сыйықты компонентінің коэффициенті; μ_2 – осы күштің сыйықты емес құраушысының коэффициенті; K_1 – тіректе пайда болатын серпімділік күшінің сыйықты құраушысының коэффициенті; K_2 – серпімділік күшінің сыйықты емес құраушысының коэффициенті; $H = \bar{I}_p - \bar{I}_T$ – дискінің шартты қалыңдығы.

Сонымен қарастырып отырған роторымыздың стационар қозғалыстағы күйі Дуффинг типіндегі дифференциалдық теңдеулер (4) және (5) жүйесімен сипатталады екен.

Әдетте сыртқы эсердің периодына тең периодпен периодтық шешімін қарастыру туралы сөз болғанда (4) және (5) теңдеулерінің шешімдерін коэффициенттері анықталмаған Фурье қатарларына қарапайым жіктеу әдісі қолданылады. Коэффициенттер мүшелерінің шектелген, әдетте көп емес санын ескергенде гармониялық баланс әдісі [1,2] арқылы анықталуы мүмкін.

Сыйықты емес тұтқыр кедергісі және физикалық сыйықты емес серпімді сипаттамасы бар гироскоптық ротор негізгі жиілік бойынша резонансқа зерттеледі. Мұндай ротордың серпімді тірегі пайда болған тербелістердің демпфері ретінде пайдаланылатын физикалық сыйықты емес резенке, каучук және басқа полимерлер түріндегі материалдардан жасалынады. Олардың айқын өрнектелген диссипаттық қасиеттері сыйықты емес тұтқыр кедергімен сипатталады [3].

Мәжбүрлеуші моменттің жиілігіне тең тербеліс жиілігіндегі қарапайым гармониканың негізгі резонансы жағдайында (4)-(5) теңдеулерінің шешімдерін жықтау

$$\theta_x = A_0 + A_1 \cos(\Omega\bar{t} + \alpha_1) \quad (6)$$

$$\theta_y = A_0 + A_1 \sin(\Omega\bar{t} + \alpha_1) \quad (7)$$

теңдеулерін қанағаттандырады. Гармоникалық баланс әдісін [1,2] пайдаланғаннан кейін негізгі резонанстың амплитудалық – және фазалық – жиіліктік (АЖ және ФЖ) тәуелділіктері алынады:

$$(K_1\ell^2 - P)A_0 + K_2\ell^3A_0^2 + \frac{1}{2}(\mu_2\Omega^2 + K_2\ell^3)A_1^2 = 0, \quad (8)$$

$$\{(1-H)(\Omega^2 - \omega_*^2)\}^2 + \mu_1^2\Omega^2 A_1^2 = M^2, \quad (9)$$

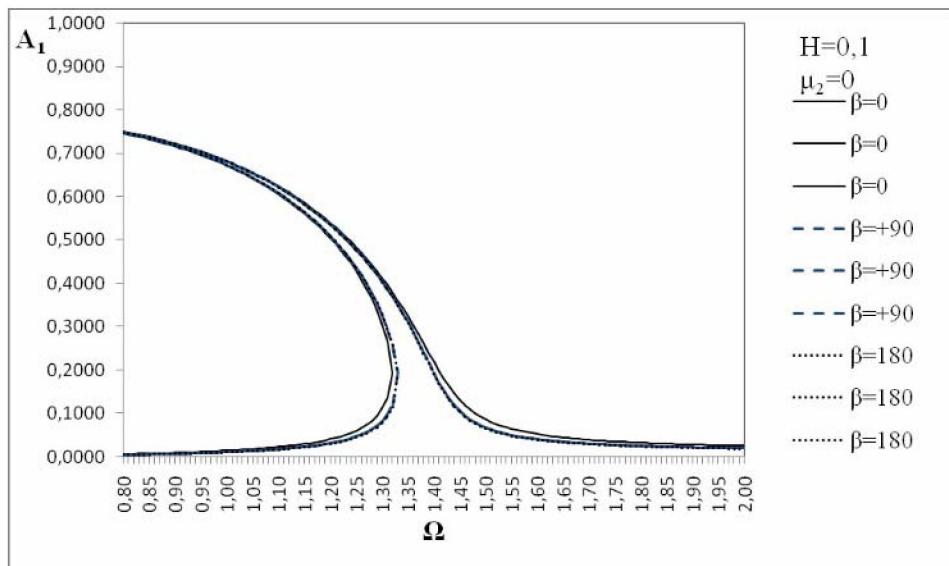
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(1-H)(\Omega^2 - \omega_*^2)}{(1-H)(\Omega^2 - \omega_*^2) - \mu_1\Omega} g\gamma + \mu_1\Omega \quad (10)$$

Бұл жерде

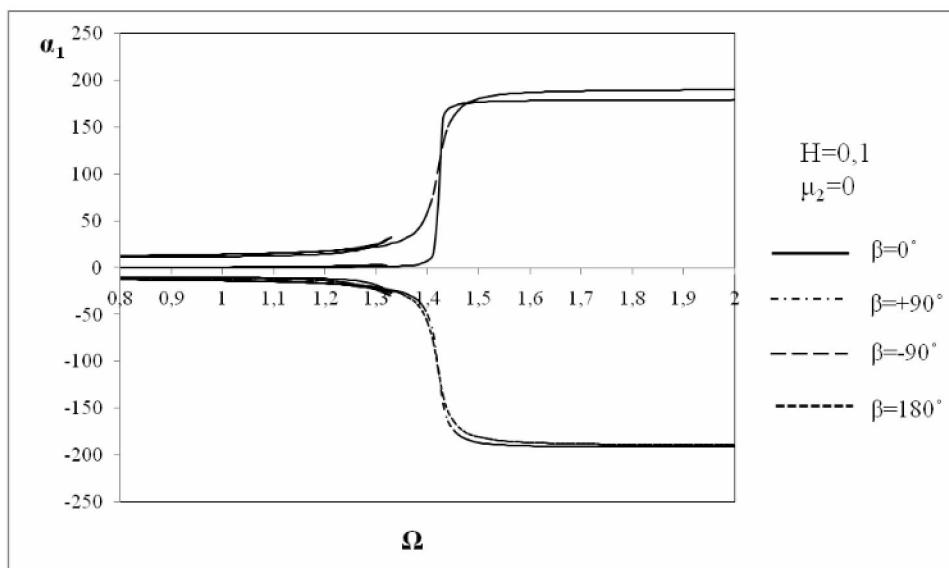
$$\omega_* = \sqrt{\frac{K_1\ell^2 - P}{1 - H} + \frac{2K_2\ell^3}{1 - H} A_0} = \sqrt{\left(\frac{K_1\ell^2 - P}{1 - H}\right)^2 - 2\left(\frac{K_2\ell^3}{1 - H}\right)^2 A_1^2} \quad (11)$$

демпферсіз ротордың гармониялық тербелістерінің меншікті жиілігі.

(4)-(5) сыйыкты емес моделін сыйыктандыру [3] жұмысындағы АЖ және ФЖ сипаттамаларының формулаларына алтып келеді. (8) – (10) тендеулері ротордың келесі параметрлері: $H = +0,1 (\bar{I}_P = 1,008; \bar{I}_T = 0,909)$, $H = -0,1 (\bar{I}_P = 0,909; \bar{I}_T = 1,008)$, $K_2 = 2,25$; $\beta = 0^\circ, \pm 90^\circ, 180^\circ$; $\Omega = 0,8 \div 2$ үшін электрондық есептеуіш машинасында «Maple 11» символдық есептеулер жүйесінде сандық шешілді.



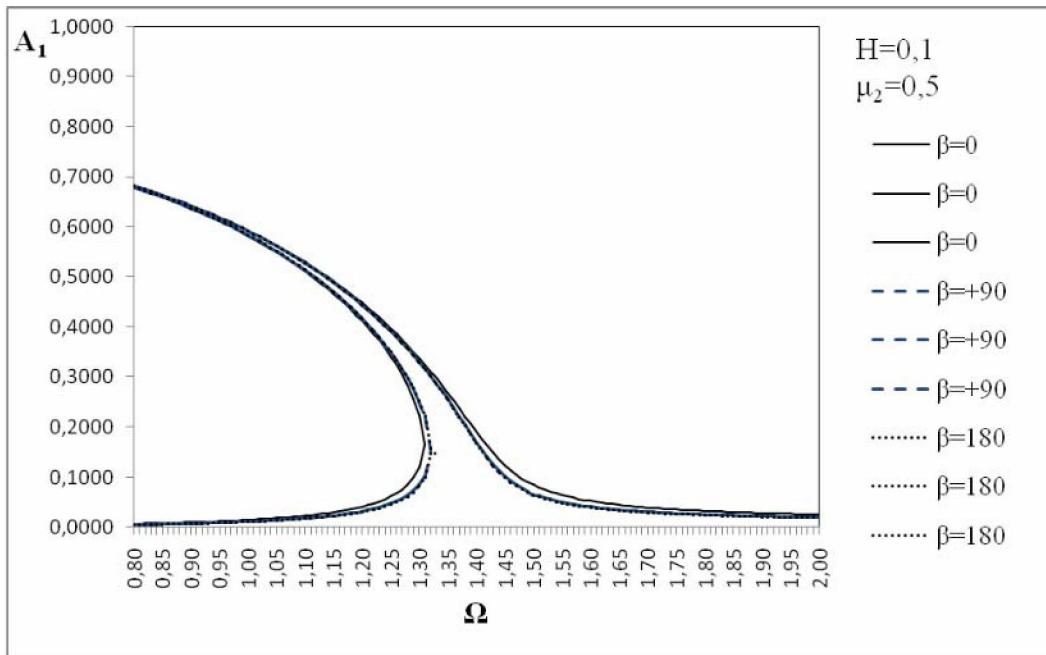
2-сурет. Ротордың жұмсақ сипаттамасының сыйыкты емес құраушысының амплитудалық-жүйліліктік сипаттамасына есептесінде. Жұқа диск жағдайы



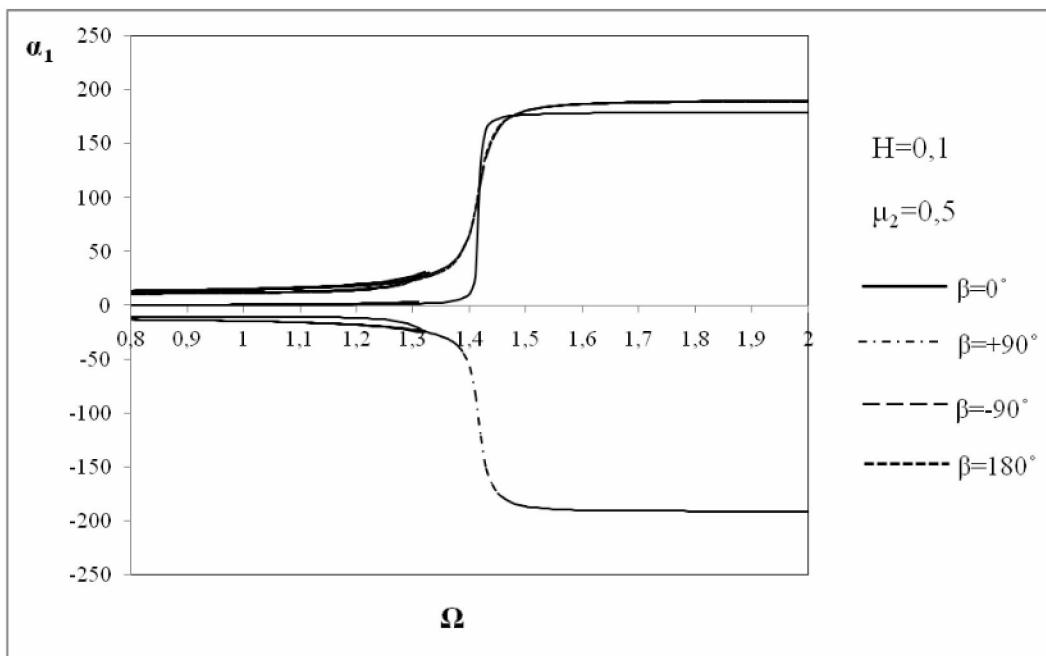
3-сурет. Ротордың жұмсақ сипаттамасының сыйыкты емес құраушысының фазалық-жүйліліктік сипаттамасына есептесінде. Жұқа диск жағдайы

Серпімділік күшінің сыйыкты емес құраушысы өсерінен резонанстық қисықтар солға қарай еңкейіп ұшынан созылады. Сыйыкты еместік шамасы – K_2 үлкен болған сайын бұл нәтижелер де сәйкесті орын алады. Мұны 2-суретте келтірілген серпімділік күшінің жұмсақ сыйыкты емес сипаттамасы бар демпферлі ротордың тербелісінің негізгі гармоникасының жұқа дискілі жағдайдағы амплитудалық-жүйліліктік сипаттамаларынан байқаймыз. Резонанстық A_1 амплитудалардың масса дисбалансы сыйығы мен дискінің ең үлкен еңкіштік сыйығы арасындағы

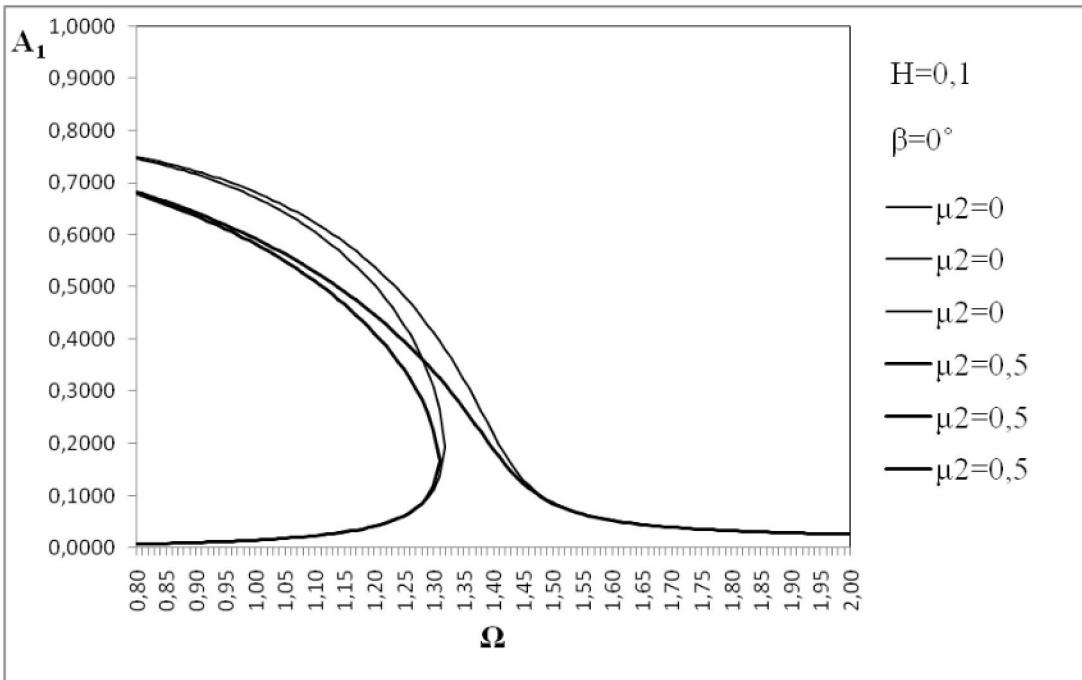
β бұрыштан тәуелділіктері (2,4-суреттер) сзықты модельдегідей [3] болады. Резонанстыққа жақын айналу жиіліктерінде амплитуданың көрі бағыттағы секірістерінің [4] белгілері байқалады. Ротор тербелісі негізгі гармоникасының A_1 амплитудасының екі мәніне сәйкес қисықтар түйықталғанда фазалық-жүйліктік сипаттамаларындағы сәйкесті қисықтар (3,5-суреттер) шектеледі, амплитуданың қалған үшінші мәніне сәйкесті қисықтар сындық жылдамдықта тік жоғары көтеріледі не төмен түседі де онан әрі сәйкесті 180° немесе -180° -тық дәнгейге үмтүлады.



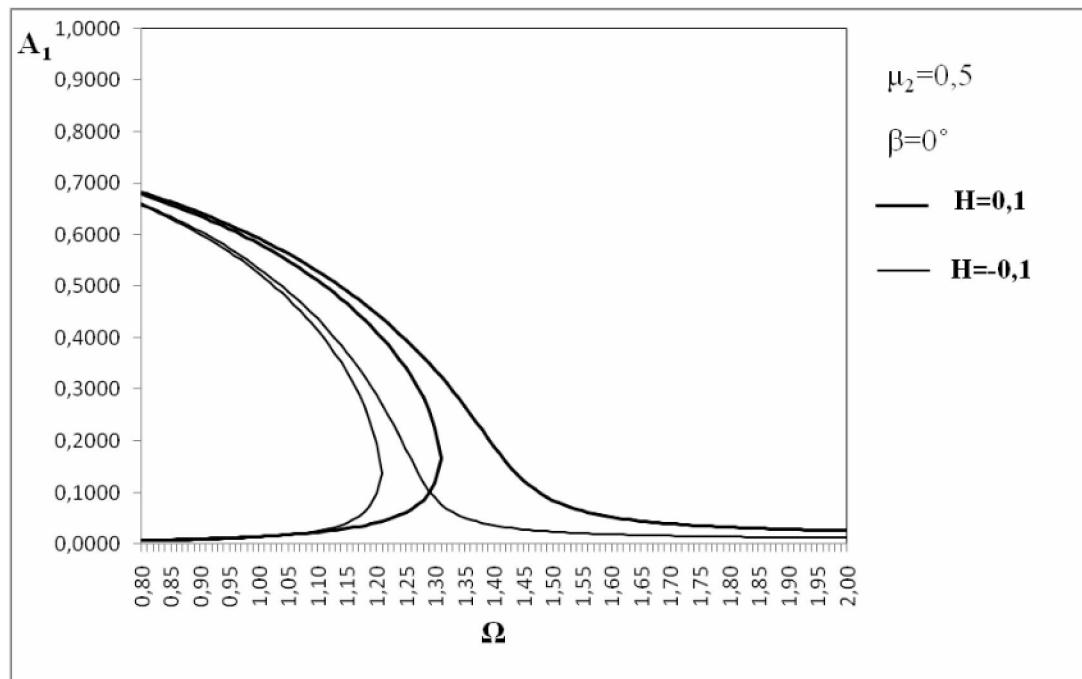
4-сурет. Дисбаланстар бағдарлары арасындағы бұрыштың ротордың амплитудалық-жиіліктік сипаттамасына әсері. Жұқа диск жағдайы



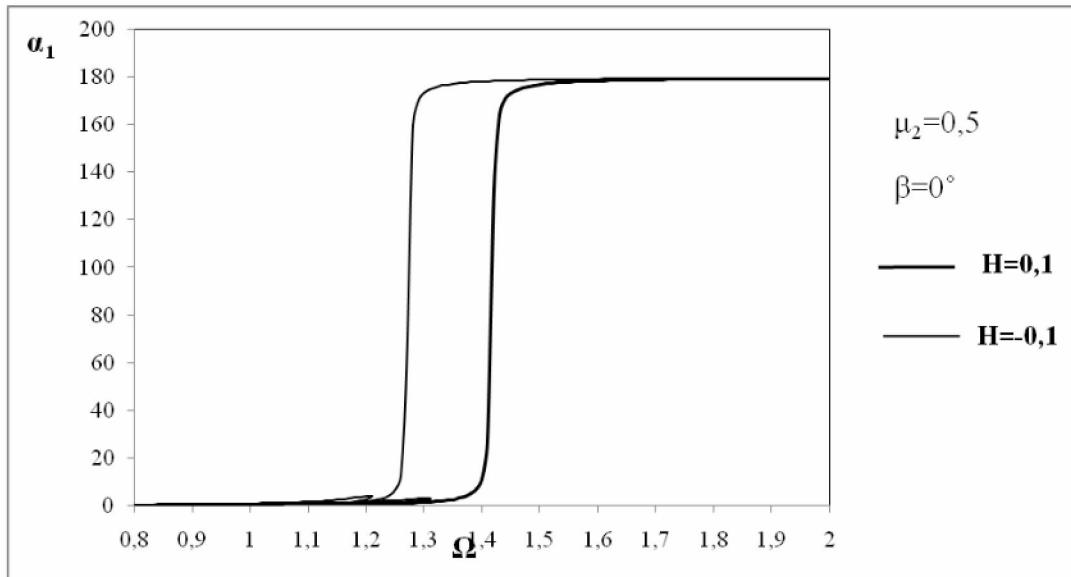
5-сурет. Дисбаланстар бағдарлары арасындағы бұрыштың ротордың фазалық-жиіліктік сипаттамасына әсері. Жұқа диск жағдайы



6-сурет. Тұтқыр кедергінің сыйыпты емес курауышының негізгі жиіліктері резонансқа асері.
Жұка дисқ жағдайы



7-сурет. Диск қалыңдығының негізгі жиіліктегі резонанстық қисыққа әсері



8-сурет. Диск қалыңдығының негізгі жиіліктегі бұрыштық фазалық ығысу қисығына әсері

6-суреттен тұтқыр үйкелістің сыйықты емес құраушысы серпімділік күшінің сәйкесті құраушысының әсеріндей резонанстық қисықты онан әрі солға қарай еңкейтетіндігін байқаймыз. Ротордың фазалық-жиіліктік сипаттамаларына айтарлықтай әсер етпейді, дегенмен $\beta = 180^\circ$ кезінде фаза қарама-қарсыға өзгереді еken. Дискінің қалыңдығының әсерін амплитудалық және фазалық резонанстық қисықтардың ротордың айналу жиілігі өсінде орналасуында және амплитудалық қисықтардың сол жаққа қарай еңкіштігінде (7,8-суреттер) көруімізге болады, сонымен бірге $\beta = \pm 90^\circ, 180^\circ$ жағдайларда диск қалыңдығы жұқадан қалыңға өткенде фазалық ығысу бұрыштары қарама-қарсыға өзгереді.

ӘДЕБИЕТТ

1. Hayasi T. Nelineynie kolebaniya v fizicheskikh sistemah. M.: Mir, 1968.

2. Szemplinska-Stupnicka W. Higher harmonic oscillations in heteronomous nonlinear systems with one degree of freedom // Internal J. Nonlinear Mech. -1968.- Vol.3, N1.-P.17-30.

3. Kidirbekuli A.B. Kolebaniya i ustoychivost' rotornih system i ploskih mehanizmov s nelineyno-uprugimiharakteristikami: Diss.dokt.tehn.nauk:01.02.06.-Almati,2010.-271s.

4. Tuleshov A.K., Iskakov ZH., Kalibaeva A.K. Dinamika vertikal'nogo geroskopicheskogo rotora s perekosom diska i disbalansom massy. // Vestnik KazNPU imeni Abaya. Seriya fiziko – matematicheskikh nauk. – Almaty, 2010. – № 3 (31). – S. 184 – 194.

5. Grobov V. A. Asimtoticheskie metodi rascheta izgibnih kolebaniy valov trubamshin. M.: Izd-vo AN SSSR. 1961. 162 s.

Искаков Ж.

РЕЗОНАНСНОЕ КОЛЕБАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЖЕСТКОГО ГИРОСКОПИЧЕСКОГО РОТОРА С МЯГКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Алматинский университет энергетики и связи

Рассматривается вертикальный жесткий гиросякопический ротор с мягкой нелинейной упругой характеристикой и вязким нелинейным сопротивлением, у которого диск имеет перекос и дисбаланс массы. Для полного описания движения ротора построена динамическая модель машины. Для этого найдены выражения кинетической энергии, диссипативной нелинейной функции, потенциальной энергии ротора с учетом геометрически нелинейной характеристики упругой опоры, моменты внешних сил и записаны уравнения движения в форме Лагранжа. Методом разложения в ряд Фурье решений уравнений

вынужденных колебаний и методом гармонического баланса определены выражения амплитуды и фазы главной гармоники и исследованы влияния неуравновешенности и величин нелинейной характеристики на резонансные колебания ротора.

Iskakov Zh., Kalbayeva A.T., Kurakbayeva S.D., Brener A.M.,

ALGORITHM OF SOLVING PROBLEMS OF A WATER FILTRATION
THROUGH A DAM WITH BREAKS IN THE ORTHOTROPIC MEDIUM

University of energy and connection of Almaty

A vertical hard gyroscopic rotor is examined with soft nonlinear resilient description and viscous nonlinear resistance at that a disk has a defect and imbalance of mass. For complete description of motion of rotor the dynamic model of machine is built. Expressions of kinetic energy, dissipative nonlinear function are found for this purpose, to potential energy of rotor taking into account geometrically nonlinear description of resilient support, moments of external forces and equalizations of motion are written in form Lagrange. Expressions of amplitude and phase of main vibration are certain the method of decomposition in the row of Fourier of decisions of equalizations of the forced vibrations and method of harmonic balance and influences of mental instability and sizes of nonlinear description are investigational on the resonant vibrations of rotor.