М. Т. КАЗИЕВ

КВАНТОВЫЙ МЕХАНИЗМ ЗАРОЖДЕНИЯ ВИХРЕОБРАЗОВАНИЙ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ВЯЗКИХ ПОТОКАХ

(Представлена академиком НАН РК О. С. Балабековым)

Описан квантовый механизм зарождения вихревых образований в турбулентных потоках. Установлены граничные значения возникающих в потоке циркуляций, соответствующих началу звихрённости и турбулентности. Получено теоретическое уравнение, описывающее турбулентный профиль.

Явление турбулентность было открыто более 100 лет тому назад О. Рейнольдсом [1]. Исследуя особенности движения вязкой жидкости, он установил наличие двух разных форм её течения. А именно, при малых скоростях движения имел место ламинарный или слоистый тип течения, а при высоких скоростях движения течение самопроизвольно переходило в турбулентное или вихревое. Переход одного типа течения в другое характеризовался безразмерным числом – критерием Рейнольдса. В настоящее время накоплен большой экспериментальный и теоретический материал по закономерностям турбулентных течений, по структуре турбулентных потоков, по турбулентной вязкости [1, 2]. Однако точный механизм возникновения и развития турбулентности пока не установлен.

Анализ экспериментально установленных закономерностей турбулентных течений привёл нас к мысли, что в этих течениях действуют квантовые законы. О том, что квантовые законы могут проявляться и в макроскопических масштабах известно давно [3].

Поэтому данная работа является дальнейшим развитием направления **квантовой макрофизики**. В ней предлагается квантовый механизм возникновения макроскопического процесса турбулентности, который хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Суть механизма в том, что количество и энергия образующихся в турбулентном потоке вихревых образований квантуются. Элементарным квантом завихрённости является величина – $2\pi\frac{h}{m}$ Картина возникновения турбулентности по предлагаемой модели следующая. При высоких скоростях потока градиент скорости у стенки становится достаточным для преодоления сил вязкости и закручивает там вихрь. Образующийся вихрь представляет собой вихревую линию или трубку. Согласно вихревой теореме Гельмгольца такая вихревая трубка не может иметь внутри жидкости ни начала ни конца. Поэтому для неё существует лишь две возможности: она должна быть замкнутой или иметь начало и конец на границах канала. Вариант, когда начало и конец вихревой трубки находится на границах канала, нереален, так как жидкость движется относительно неподвижных стенок канала. В связи с этим реальным вариантом является замыкание вихревой трубки с образованием замкнутого контура. Такое вихревое образование Фейнман назвал ротоном [4].

В круглых трубопроводах это вихревой тор. В каналах других форм образующиеся вихревые ротоны точно воспроизводят поперечный контур канала (рис. 1).

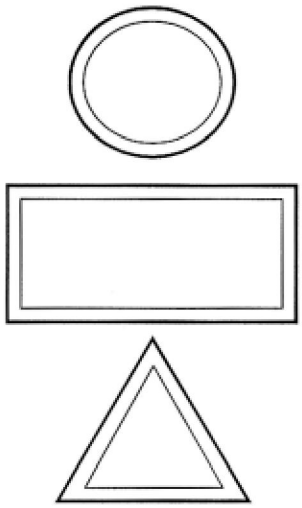

Рис. 1. Тонкими линиями показаны контуры образующихся вихревых ротонов

Условие, при котором возможно начало вихреобразования в потоке, можно выразить следующим уравнением баланса сил [5]

$$f_B \geq f_{TP}, \quad (1)$$

где f_B – сила, которая заставляет вращаться ротон; f_{TP} – сила трения, препятствующая вращению ротона.

Величина f_B обусловлена градиентом скорости в потоке, который зависит от скорости течения потока – υ. Величина f_{TP} обусловлена силами вязкости в текучей среде. Схема действия сил на ротон показан на рис. 2.

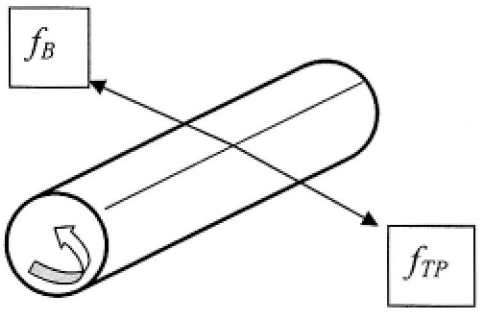

Рис. 2. Силы, действующие на ротон

Пока $f_{TP} > f_B$ вихри не образуются. С увеличением скорости течения потока величина f_B возрастает, так как увеличивается градиент скорости $\Delta\upsilon = d\upsilon/dr$. В момент, когда f_B станет равной f_{TP}, в потоке начнут рождаться вихри.

Удельную энергию вихря, представляющего собой вращающийся цилиндр, выражают следующей формулой

$$e = \frac{\rho \cdot r^2 \cdot \omega^2}{4}, \text{ Дж/м}^3, (\text{Н/м}^2), \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости или газа, кг/м^3; r – радиус сечения вихря, м; ω – угловая частота вращения, 1/с.

Тогда сила заставляющая вращаться вихрь будет равна

$$f_в = \frac{\rho \cdot r^2 \cdot \omega^2}{4} \cdot 2\pi \cdot r \cdot L \text{ , Н}, \quad (3)$$

где L – длина ротона, м; r – радиус сечения ротона, м.

Удельную энергию на преодоление сил трения при вращении вихря можно выразить с использованием закона трения Ньютона.

$$e = -\mu \cdot \frac{d\upsilon}{dr} = \left[2\omega = -\frac{d\upsilon}{dr}\right] = 2\mu \cdot \omega, \text{ Дж/м}^3, \quad (\text{Н/м}^2). \quad (4)$$

Отсюда сила трения, обусловленная вязкостью, составит

$$f_{TP} = 2\mu \cdot \omega \cdot 2\pi \cdot r \cdot L, \text{ Н}. \quad (5)$$

Запишем уравнение баланса сил, при котором начинают зарождаться вихри.

$$f_{TP} = f_B. \quad (6)$$

Подставляя (3), (5) в (6) получим

$$\frac{\rho \cdot r^2 \cdot \omega^2}{4} = 2\mu \cdot \omega. \quad (7)$$

При анализе вихревых движений удобно оперировать величиной циркуляции – Г, поэтому выделим в балансовом уравнении (7) циркуляцию.

$$\frac{\rho \cdot r^2 \cdot \omega^2}{4} = \left[\Gamma = 2\pi \cdot r^2 \cdot \omega\right] = \frac{\rho \cdot \Gamma \cdot \omega}{8\pi}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7) и сократив на ω, получим

$$\frac{\rho \cdot \Gamma}{8\pi} = 2\mu \quad \text{откуда} \quad \Gamma = \frac{16\pi \cdot \mu}{\rho}. \quad (9)$$

Полученная величина Г выражает критическое значение циркуляции, при которой в жидкостях или в газах, начинается вихреобразование. Поэтому в дальнейшем будем обозначать её с индексом «кр».

Как видно из уравнения (9), величина критической циркуляции не зависит от размеров канала и определяется только физическими свойствами среды. Поэтому для конкретной среды её значения, при заданных температурах и давлении, будет величиной постоянной.

При $\Gamma_{кр}$ в потоке начинается вихреобразование. Однако начало вихреобразования не означает наступление турбулентности. Возникающие критические вихри, рождаясь, быстро гаснут. С дальнейшим увеличением скорости потока и, следовательно, энергии в потоке, рождается вихревой ротон, состоящий из множества критических вихрей (рис. 3). Вихревой ротон, отрывается

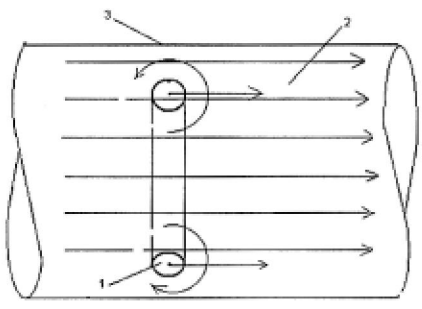

Рис. 3. Движение вихревого ротона в потоке:
1 – вращающийся ротон; 2 – поток жидкости или газа; 3 – канал

от стенки, сжимается к центру и двигается по направлению потока со скоростью потока. На месте оторвавшегося ротона образуется новый ротон и т.д. до тех пор, пока сечение канала не заполнится сжимающимися вихревыми ротонами и в потоке зародится турбулентность. При этом незавихрённая часть потока будет опускаться от центра к стенке канала.

Наступление турбулентности характеризуется определённым граничным значением циркуляции потока. Обозначим её через Γ_T. Нами установлен следующий закон, справедливый для любых жидкостей и газов

$$\frac{\Gamma_T}{\Gamma_{KP}} = 143,$$

где $\Gamma_T = 2\pi r_0 \upsilon$ – граничная циркуляция турбулентного потока; r_0 – радиус канала; υ – средняя скорость потока в канале.

Установленный закон подтверждает квантовые свойства турбулентной структуры. Зная этот закон, можно теоретически получить число Рейнольдса и его граничное значение, при котором начинается турбулентность.

$$\frac{\Gamma_T}{\Gamma_{KP}} = \frac{2\pi \cdot r_0 \cdot \upsilon}{\frac{16 \cdot \pi \cdot \mu}{\rho}} = 143 \text{ или } \frac{\pi \cdot d \cdot \upsilon \cdot \rho}{16\pi \cdot \mu} = 143.$$

После сокращения π и группировки получаем

$$\frac{d \cdot \upsilon \cdot \rho}{\mu} = 143 \cdot 16 = 2288 \text{ или } \mathrm{Re} = 2288.$$

Теперь попытаемся вывести уравнение турбулентной вязкости – τ. Как мы уже отметили выше, при возникновении турбулентности в потоке зарождаются вихревые кольца – ротоны. После отрыва от стенки ротон двигается со скоростью потока. Для того чтобы он так двигался, часть энергии потока тратится на сообщение ему вращательного движения. Эти затраты энергии и есть турбулентные потери. Оценим, сколько энергии содержит вращающийся ротон при движении в трубе. Нижний вихрь сообщает жидкости вращение, которое распространяется до верхнего вихря кольца и за счёт стремлений повернуть кольцо вокруг центральной оси, сообщает ему угловую скорость, вызывающую перемещение его в направлении потока. Аналогично вращение, сообщаемое жидкости верхним вихрем, также заставляет нижний вихрь кольца двигаться в направлении потока. Действуя друг на друга, таким образом, оба вихря (и, следовательно, кольцо) движется по направлению потока со скоростью потока.

Кинетическая энергия вращательного движения вихревого ротона оценивается по известному уравнению

$$E_P = \frac{m \cdot r_к^2 \cdot \omega^2}{4}, \text{ Дж}, \qquad (10)$$

где $r_к$ – радиус кольца ротона; ω – угловая скорость, сообщаемая противоположным вихрям кольца ротона.

Так как объём образовавшегося ротона есть величина постоянная, то с учётом ρ = const, уравнение (10) можно записать так

$$e_P = \frac{\rho \cdot r_к^2 \cdot \omega^2}{4}, \text{ Дж/м}^3 \text{ (Н/м}^2\text{)}. \qquad (11)$$

Теперь уравнение (11) выражает касательное напряжение, вызываемое в потоке вихревым ротоном. Как мы уже отмечали выше, энергия на закручивание вихревого ротона выражает турбулентные потери. С учётом этого выражение (11) можно переписать так.

$$\tau_T = \frac{\rho \cdot r_к^2 \cdot \varpi^2}{4}, \text{ Дж/м}^3 \text{ (Н/м}^2\text{)}. \qquad (12)$$

Продифференцируем это выражение по r. Если дифференцировать в том виде, каком оно есть, то это сложно. Но можно заметить, что среди переменных r, ω имеется константа, выражающая постоянную циркуляцию в потоке - Г. Выделим её. Для этого умножим и разделим (12) на 2π.

$$\tau_T = \frac{\rho \cdot 2\pi \cdot r_к^2 \cdot \omega \cdot \omega}{2\pi \cdot 4} = \left[\Gamma = 2\pi \cdot r_к^2 \cdot \omega\right] = \frac{\rho \cdot \Gamma \cdot \omega}{8\pi}. \qquad (13)$$

Теперь дифференцируем (13) по r.

$$\frac{d\tau_T}{dr} = \frac{\rho \cdot \Gamma}{8\pi} \frac{d\omega}{dr}. \qquad (14)$$

Снова заменим Г его выражением.

$$\frac{d\tau_T}{dr} = \frac{\rho \cdot 2\pi \cdot r_к^2}{2\pi \cdot 4} \cdot \omega \frac{d\omega}{dr} \text{ или}$$

$$\frac{d\tau_T}{dr} = \frac{\rho \cdot r_к^2}{4} \cdot \omega \frac{d\omega}{dr}. \qquad (15)$$

Учитывая, что $\omega = -1/2(d\upsilon/dr)$ и $r_к = r_0 - r$ (расстояние пропорционально расстоянию до стенки) получим

$$\frac{d\tau_T}{dr} = \frac{\rho}{16} \cdot (r_0 - r)^2 \cdot \frac{d\upsilon}{dr} \cdot \frac{d^2\upsilon}{dr^2}. \qquad (16)$$

Выражение (16) описывает, как изменяются турбулентные вязкостные напряжения по сечению канала. С другой стороны распределение касательных напряжений по сечению потока можно записать так:

$$\tau_T = \tau_0 \cdot \frac{r}{r_0}, \qquad (17)$$

где r_0 – радиус трубы; τ_0 – касательные напряжения на поверхности стенки канала.

Величина τ_0 прямо пропорциональна перепаду, давления ΔP сообщаемого потоку текущей жидкости и одинакова по всей длине канала трубы, т.е. является константой для потока текущего с заданной средней скоростью.

Дифференцируем (17) по r

$$\frac{d\tau_T}{dr} = \frac{\tau_0}{r_0}. \qquad (18)$$

Приравняем (16) и (18)

$$\frac{\tau_0}{r_0} = \frac{\rho}{16}(r_0 - r)^2 \cdot \frac{d\upsilon}{dr} \cdot \frac{d^2\upsilon}{dr^2} \text{ или}$$

$$\frac{16 \cdot \tau_0}{\rho \cdot r_0 (r_0 - r)^2} = \frac{d\upsilon}{dr} \cdot \frac{d^2\upsilon}{dr^2}.$$

Замечая, что

$$\frac{d\upsilon}{dr} \cdot \frac{d^2\upsilon}{dr^2} = \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\left(\frac{d\upsilon}{dr}\right)^2\right]$$

получим

$$\frac{32 \cdot \tau_0}{r_0 \cdot \rho \cdot (r_0 - r)^2} = \frac{d}{dr}\left[\left(\frac{d\upsilon}{dr}\right)^2\right]. \qquad (19)$$

Интегрируем (19)

$$\left(\frac{d\upsilon}{dr}\right)^2 = \frac{32 \cdot \tau_0}{r_0 \cdot \rho \cdot (r_0 - r)} + C_1.$$

Постоянную интегрирования C_1 определяем из условия, что при $r = 0$ (центр потока) $\frac{d\upsilon}{dr} = 0$.

После нахождения C_1 и подстановки в уравнение получим

$$\frac{d\upsilon}{dr} = \frac{5.656}{r_0} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{r}{(r_0 - r)}}. \qquad (20)$$

Интегрируя (20), используя методы по частям и замены переменных, получим

$$\upsilon = \frac{5{,}656}{r_0} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \times$$

$$\times \left[\sqrt{r(r_0 - r)} + r_0 \cdot \arcsin\sqrt{\frac{(r_0 - r)}{r_0}}\right] + C_2.$$

Постоянную интегрирования C_2 определяем из условия на границе канала, что при $y = r_0$ $\upsilon = 0$. Из этого условия следует, что $C_2 = 0$. Поэтому распределение скорости по сечению трубы окончательно будет описываться уравнением

$$\upsilon = \frac{5.656}{r_0} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \cdot \left[\sqrt{r(r_0 - r)} + r_0 \arcsin\sqrt{\frac{(r_0 - r)}{r_0}}\right]. \qquad (21)$$

Сопоставление рассчитанных по уравнению (21) значений скорости с экспериментальными данными Никурадзе, представленных в монографиях [1, 7], показало хорошее соответствие.

В отличие от известных уравнений степенного и логарифмического законов, полученное уравнение точно отражает физическую картину течения турбулентного потока в центре канала, а именно, $\frac{d\upsilon}{dr} = 0$.

И всё-таки полученное теоретическое уравнение является приближённым так как не учитывает ламинарный пограничный слой. Однако при турбулентных течениях толщина этого слоя очень мала и влияние его на распределение скоростей практически отсутствует, что и показало хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных.

Заключение

1. Установлено, что при возникновении турбулентности в потоке жидкости или газа закручиваются замкнутые вихреобразования – ротоны. Образующиеся ротоны отрываются от стенки и сжимаются к центру.

2. Циркуляция ротонов квантуется, т.е. она кратна $2\pi\frac{h}{m}$ или критической циркуляции – $\Gamma_{кр}$.

3. Величина $\Gamma_{кр}$ характеризует начало вихреобразования в потоке и обусловлена преодолением внутренней вязкости текущей среды.

4. Установлен 2-х стадийный механизм возникновения турбулентности. Первая стадия – начало вихреобразования в потоке, вторая – зарождение турбулентности.

5. Установлен закон зарождения турбулентности, фиксирующий граничное значение циркуляции потока – $\frac{\Gamma_T}{\Gamma_{KP}} = 143$.

6. На основе анализа потерь на вихреобразование установлено уравнение, описывающее турбулентные напряжения или потери

$$\tau_T = \frac{\rho \cdot r_к^2 \cdot \omega^2}{4}, \text{ Дж/м}^3 \text{ (Н/м}^2\text{)}.$$

7. На основе разработанной модели турбулентности получено теоретическое уравнение, описывающее изменение профиля скорости в турбулентном потоке, которое хорошо согласуется с экспериментальными данными Никурадзе.

$$\upsilon = \frac{5{,}656}{r_0} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \times$$

$$\times \left[\sqrt{r(r_0 - r)} + r_0 \arcsin\sqrt{\frac{(r_0 - r)}{r_0}}\right].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фабрикант Н.Я.* Аэродинамика. Общий курс. М.: Наука, 1964. 814 с.

2. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. (Авт.: М.Х. Ибрагимов, В.И. Субботин, В.П. Бобков, Г.И. Сабелев, Г.С. Таранов). М.: Атомиздат, 1978. 296 с.

3. *Рейф Ф.* Квантовые вихревые кольца в сверхтекучем гелии // Над чем думают физики. Вып. 5. Квантовая макрофизика. М.: Наука, 1967. С. 77-87.

4. *Фейнман Р.* Статистическая механика: Курс лекций / Пер. с англ. Н. М. Плакиды и Ю. Г. Рудого; Под ред. Д. М. Зубарева. 2-е изд. М.: Мир, 1978. 407 с.

5. *Казиев М.Т.* Начало вихреобразования при течении жидкости или газа в каналах // Труды междунар. научно-практ. конф. «Химия в строительных материалах и материаловедение в XXI веке». Т. 3. Шымкент, 2008. С. 171-173.

6. *Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г.* Руководство к решению задач по технической механике. М.: Высшая школа, 1977. 400 с.

7. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

Резюме

Турбуленттіліктің кванттық үлгісі келтірілген. Үлгі бойынша ағында кванталған түйық құйынды құбырша – ротондар түзіледі. Ротондар қабырға маңында түзіліп, орталыққа қарай сығылады. Турбуленттіліктің пайда болуы екі кезеңде өтетіндігі көрсетілген: құйынның басталуы және турбуленттіліктің пайда болуы. Құйын басталатын шектік циркуляция шамасы анықталған. Турбуленттіліктің пайда болу заңы орнатылған Рейнольдс саны және ағында турбуленттілік пайда болатын оның шекаралық мәні теориялық тұрғыдан алынған. Әзірленген үлгі негізінде турбуленттік ағын қимасында жылдамдықтың өзгеруін сипаттайтын теориялық теңдеу алынған. Теңдеу бойынша есептеулер Никурадзенің тәжірибелік мәліметтерімен үйлеседі.

Summary

The quantum model of turbulence is presented. By model the quantum closed vortex tubes-rotons are formed in the stream. Rotons are born at the wall and are compressed to the centre. It is established, that turbulence occurrence takes place in two stages: the beginning of vortex formation and turbulence birth. The size of critical circulation is defined at which begins vortex formation. The origin law of turbulence is established. Reynolds's number and its boundary value is theoretically obtained at which turbulence is born in the stream. On the basis of the developed model the theoretical equation is obtained which describes the change of speed in a section of turbulent stream. The calculations by the equation are well coordinated with experimental data of Nukudze.

УДК 532.517.4

ЮКГУ им М. Ауезова,
г. Шымкент

Поступила 5.05.2011г.