

Л. А. ХАДЖИЕВА, А.Б. УМБЕТКУЛОВА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ОБ АППРОКСИМАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ СЖАТО-СКРУЧЕННОЙ БУРОВОЙ ШТАНГИ ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Аннотация. Рассматриваются буровые штанги неглубинного бурения (до 500 м), используемые в нефтегазодобывающей промышленности. Проведен динамический анализ перемещений вращающейся сжато-скрученной буровой штанги при конечных деформациях. Осевая нагрузка и крутящий момент, действующие на буровую штангу, полагаются переменными во времени. Принято шарнирное опирание штанги на концах. Нелинейные колебания буровой штанги аппроксимируются спектром форм ее изгиба. В результате численного анализа модели установлено влияние числа форм изгиба и технических характеристик буровой штанги на характер движения и амплитуду ее колебаний.

Ключевые слова: буровая штанга, нелинейные колебания, поперечные колебания, амплитуда колебаний, изгиб, перемещения.

Тірек сөздер: бұрғылау қарнағы, сзықсыз ауытқулар, көлденен ауытқулар, ауытқу амплитудасы, бүгіліс, ауыспалылық.

Keywords: drilling rod, nonlinear vibrations, transverse vibrations, the amplitude of vibrations, bending, displacement.

Одной из задач нефтегазодобывающей промышленности является эффективное бурение скважин. Технико-экономические показатели и темпы бурения скважин зависят от совершенства буровых машин и инструментов, режима их работы, который, в свою очередь, зависит в большинстве

случаев от устойчивости и прочности буровых штанг. Известно, что большие деформации буровых штанг, возникающие под действием переменных осевых сил и крутящих моментов, могут привести к потере устойчивости штанги, их поломке или искривлению скважины. В связи с чем моделирование движения буровых штанг с учетом возможных конечных деформаций и ее динамический анализ представляет практический и научный интерес.

Целью работы является исследование нелинейной модели поперечных колебаний сжато-скрученной буровой штанги неглубинного бурения при конечных деформациях и выбор оптимальных параметров буровой штанги, обеспечивающих уменьшение амплитуды колебаний.

Известно, что от рационального сочетания таких параметров, как осевая нагрузка на долото, скорость его вращения, угол закручивания буровой штанги зависят механическая скорость бурения и скорость подачи инструмента к забою [1, 2 и др.]. Оно позволяет, затратив минимальную энергию, получать наибольшую производительность в забое при рациональном выборе необходимых параметров. Поэтому величины осевых нагрузок и крутящих моментов, а также характер их поведения имеют принципиальное значение в моделировании динамики буровых штанг.

Здесь в качестве расчетной схемы буровой штанги достаточно большой длины l принимается гибкий упругий стержень, закрепленный по концам. В процессе бурения на штангу действуют переменные во времени внешние нагрузки, такие как сжимающая осевая нагрузка $N(t)$ и крутящий момент $M(t)$.

Осевая нагрузка $N(t)$ складывается из собственного веса и усилия подачи, которое является периодической функцией времени:

$$N(t) = N_0 + N_t \cdot \Phi(t), \quad (1)$$

где N_0 – продольная сила, обусловленная собственным весом конструкции и постоянной во времени силой сжатия; $\Phi(t)$ – периодическая функция времени, характеризующая режим нагружения; N_t – функция, определяющая вклад переменной составляющей.

При вращении штанги на буровую коронку (долото) действуют силы сопротивления со стороны горной породы. Эти силы, а также силы трения о стенки скважины в случае касания преодолеваются за счет крутящего момента $M(t)$, передаваемого от двигателя:

$$M(t) = M_0 + M_t \cdot \Phi(t), \quad (2)$$

Величина M_0 характеризует номинальный момент, постоянный во времени; M_t – определяет вклад переменной составляющей; $\Phi(t)$ – также периодическая функция времени. Крутящий момент имеет постоянную и переменную во времени составляющие. Периодический характер момента $M(t)$ обусловлен изменением во времени сил сопротивления породы, которые, в свою очередь, зависят от величины продольного усилия $N(t)$.

Характер периодического воздействия зависит от устройства нагружения. Простейший вариант функции $\Phi(t)$ соответствует гармоническому воздействию:

$$\Phi(t) = \cos(\omega t). \quad (3)$$

К внешним нагрузкам относится также центробежная сила C , распределенная по длине вращающейся искривленной штанги. Величина этой силы зависит от угловой скорости ω , и отклонения штанги от оси вращения. Номинальное значение скорости ω постоянно, однако, вследствие периодического характера изменения крутящего момента угловая скорость также будет иметь малые отклонения, переменные во времени.

Под действием указанных факторов и центробежной силы при вращении со скоростью ω , применяя принцип Даламбера, можно записать динамическую модель изогнутой оси для сжато-скрученной буровой штанги при конечных деформациях, в следующем виде:

$$\begin{aligned} EJ_V \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right) \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[M(x, t) \frac{\partial U}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[N(x, t) \frac{\partial V}{\partial x} \right] + K_1 V &= - \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ EJ_U \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right) \right] - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[M(x, t) \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[N(x, t) \frac{\partial U}{\partial x} \right] + K_1 U &= - \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4)$$

где $K_1 = \frac{\gamma F \omega^2}{g}$; $\gamma = \rho \cdot g$ – удельный вес материала штанги; ρ - плотность материала; F - площадь поперечного сечения буровой штанги; g - скорость свободного падения; EJ_u, EJ_v - жесткость штанги относительно осей y, z ; U - перемещение точек упругой линии штанги в плоскости xOy ; V - перемещение точек упругой линии штанги в плоскости xOz ; ω - частота вращения.

Система (4) задает динамическое состояние изогнутой оси буровой штанги. В основе модели лежит гипотеза плоских сечений [3]. Предполагаем, что поперечные сечения стержня при деформации остаются плоскими и перпендикулярными к его деформированной оси, а нормальные напряжения на площадках, параллельных оси, являются пренебрежимо малыми. Растворением оси стержня пренебрегаем.

Для определенности стержень считается шарнирно опертым по концам, что выражает равенство нулю перемещения и изгибающего момента, и задаются следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= v(x, t) = 0 \quad (x = 0, x = l) \\ EJ_u \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} &= EJ_v \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (x = 0, x = l). \end{aligned} \quad (5)$$

Полагается, что жесткость штанги относительно осей y и z постоянна по длине, т.е.

$$EJ_u = EJ_v = EJ = const. \quad (6)$$

Из-за сложности прямого интегрирования нелинейной модели (4) приводим последнюю к виду, удобному для численного интегрирования. Для этого применяется известный метод разделения переменных – метод Бубнова-Галеркина, где форма изгиба оси буровой штанги задается спектром гармонических форм.

Полагая крутящий момент и продольную силу постоянными по длине буровой штанги, то есть функциями только от времени, систему (4) представляем как:

$$\begin{aligned} EJ_v \left[\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} - \frac{3}{2} \left\{ \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 6 \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)^2 \right\} \right] + \\ + M(t) \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + N(t) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + K_1 V = - \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}, \\ EJ_u \left[\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - \frac{3}{2} \left\{ \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 6 \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)^2 \right\} \right] - \\ - M(t) \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + N(t) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + K_1 U = - \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Согласно методу Бубнова-Галеркина решение системы (7) задается в виде:

$$U(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{U}_k(t) \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right), \quad V(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{V}_k(t) \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right). \quad (8)$$

Рассмотрено решение (8) в первом и во втором приближениях.

В первом приближении:

$$U(x, t) = \bar{U}(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right), \quad V(x, t) = \bar{V}(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (9)$$

система с распределенными параметрами (7) приводится к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma F}{g} \bar{V}''(t) + \left[EJ_v \frac{\pi^4}{l^4} - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} + K_1 \right] \bar{V}(t) + \frac{3}{8} EJ_v \frac{\pi^6}{l^6} \bar{V}^3(t) &= 0, \\ \frac{\gamma F}{g} \bar{U}''(t) + \left[EJ_v \frac{\pi^4}{l^4} - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} + K_1 \right] \bar{U}(t) + \frac{3}{8} EJ_v \frac{\pi^6}{l^6} \bar{U}^3(t) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Проведен численный анализ динамической модели буровой штанги (10) с помощью пакета символьной математики Wolfram Mathematica (WM). Все расчеты проведены при следующих значениях параметров: внешний диаметр штанги $D = 0,2$ м, внутренний диаметр $d = 0,12$ м. Исследованы стальные и дюралюминиевые буровые штанги с характеристиками модуля упругости $E_{cm} = 2.1 \cdot 10^5$ МПа и $E_{dop} = 0.7 \cdot 10^5$ МПа, соответственно, и плотностью

$\rho_{cm} = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и $\rho_{dop} = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Буровые штанги испытывают действие переменной продольной силы $N(t) = [2.198 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^3 \sin(\omega t)] H$ и переменного крутящего момента $M(t) = 10^4 \sin(\omega t)$ Нм, скорость вращения штанги $\omega = 25$ об/мин.

На рисунках 1 и 2 представлена времененная часть амплитуды колебаний стальной буровой штанги в первом приближении. Установлено, что увеличение длины буровой штанги вызывает рост амплитуды ее колебаний (рисунок 1), дюралюминиевые буровые штанги подвержены меньшим отклонениям, чем стальные (рисунок 2).

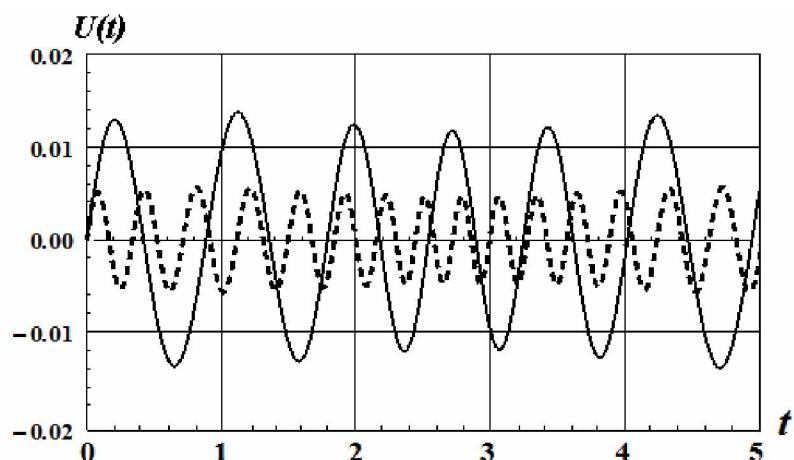


Рисунок 1 – Амплитуды колебаний стальной буровой штанги для первого приближения
(- - - $l = 200$ м, — $l = 450$ м)

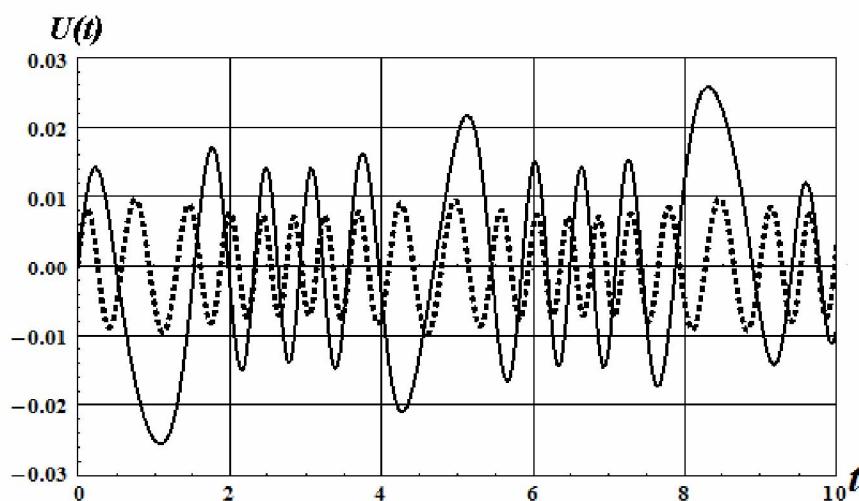


Рисунок 2 – Амплитуды колебаний стальной и дюралюминиевой буровой штанги для первого приближения,
при $l = 250$ м (- - - дюралюминий, — сталь)

Исследовано влияние формы прогиба штанги на амплитуду колебаний, задаваемой составляющими ряда (8).

Для этого рассмотрено решение нелинейной модели (7) во втором приближении:

$$U(x, t) = \overline{U}_1(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \overline{U}_2(t) \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right), \quad V(x, t) = \overline{V}_1(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \overline{V}_2(t) \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right). \quad (11)$$

В этом случае нелинейная модель приводится к виду:

$$\begin{aligned} EJ_V \frac{\pi^4}{l^4} \overline{V}_1(t) - \frac{3}{8} EJ_V \frac{\pi^6}{l^6} \overline{V}_1^3(t) + \frac{32}{3} M(t) \frac{\pi^2}{l^3} \overline{U}_2(t) - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{V}_1(t) + K_1 \overline{V}_1(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{V}_1''(t), \\ 16EJ_V \frac{\pi^4}{l^4} \overline{V}_2(t) - 2^6 \frac{3}{8} EJ_V \frac{\pi^6}{l^6} \overline{V}_2^3(t) + \frac{8}{3} M(t) \frac{\pi^2}{l^3} \overline{U}_1(t) - 4N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{V}_2(t) + K_1 \overline{V}_2(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{V}_2''(t), \\ EJ_U \frac{\pi^4}{l^4} \overline{U}_1(t) - \frac{3}{8} EJ_U \frac{\pi^6}{l^6} \overline{U}_1^3(t) - \frac{32}{3} M(t) \frac{\pi^2}{l^3} \overline{V}_2(t) - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{U}_1(t) + K_1 \overline{U}_1(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{U}_1''(t), \\ 16EJ_U \frac{\pi^4}{l^4} \overline{U}_2(t) - 2^6 \frac{3}{8} EJ_U \frac{\pi^6}{l^6} \overline{U}_2^3(t) - \frac{8}{3} M(t) \frac{\pi^2}{l^3} \overline{V}_1(t) - 4N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{U}_2(t) + K_1 \overline{U}_2(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{U}_2''(t) \end{aligned} \quad (12)$$

Для аппроксимации формы изгиба штанги первым и третьим членом ряда:

$$U(x, t) = \overline{U}_1(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \overline{U}_3(t) \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right), \quad V(x, t) = \overline{V}_1(t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \overline{V}_3(t) \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right), \quad (13)$$

нелинейная модель (7) приводится к виду:

$$\begin{aligned} EJ_V \frac{\pi^4}{l^4} \overline{V}_1(t) - \frac{3}{8} EJ_V \frac{\pi^6}{l^6} \overline{V}_1^3(t) - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{V}_1(t) + K_1 \overline{V}_1(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{V}_1''(t), \\ 3^4 EJ_V \frac{\pi^4}{l^4} \overline{V}_3(t) - EJ_V \frac{\pi^6}{l^6} \left\{ \frac{27}{8} \overline{V}_1^3(t) + \frac{37}{8} \overline{V}_3^3(t) \right\} - 9N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{V}_3(t) + K_1 \overline{V}_3(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{V}_3''(t), \\ EJ_U \frac{\pi^4}{l^4} \overline{U}_1(t) - \frac{3}{8} EJ_U \frac{\pi^6}{l^6} \overline{U}_1^3(t) - N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{U}_1(t) + K_1 \overline{U}_1(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{U}_1''(t), \\ 3^4 EJ_U \frac{\pi^4}{l^4} \overline{U}_3(t) - EJ_U \frac{\pi^6}{l^6} \left\{ \frac{27}{8} \overline{U}_1^3(t) + \frac{37}{8} \overline{U}_3^3(t) \right\} - 9N(t) \frac{\pi^2}{l^2} \overline{U}_3(t) + K_1 \overline{U}_3(t) &= -\frac{\gamma F}{g} \overline{U}_3''(t). \end{aligned} \quad (14)$$

Их решения представлены на рисунках 3 и 4, соответственно.

В обоих случаях видно, что уточнение формы колебаний буровой штанги за счет добавления членов ряда разложения функции перемещения по длине штанги ведет к поправке амплитуды колебаний по основной форме изгиба, увеличивая ее. Данное уточнение амплитуды колебаний приближает решение исследуемой модели к реальности физического процесса, происходящих в буровых штангах.

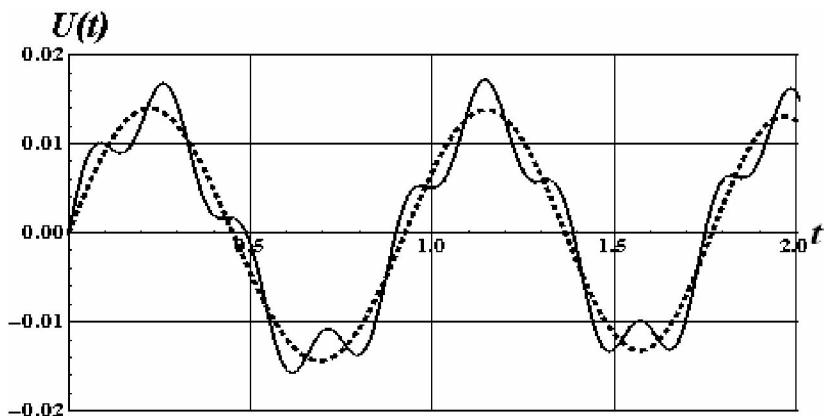


Рисунок 3 – Величина амплитуды колебаний в первом (—) и первых двух приближениях (—) для стальной штанги длиной $l = 400$ метров

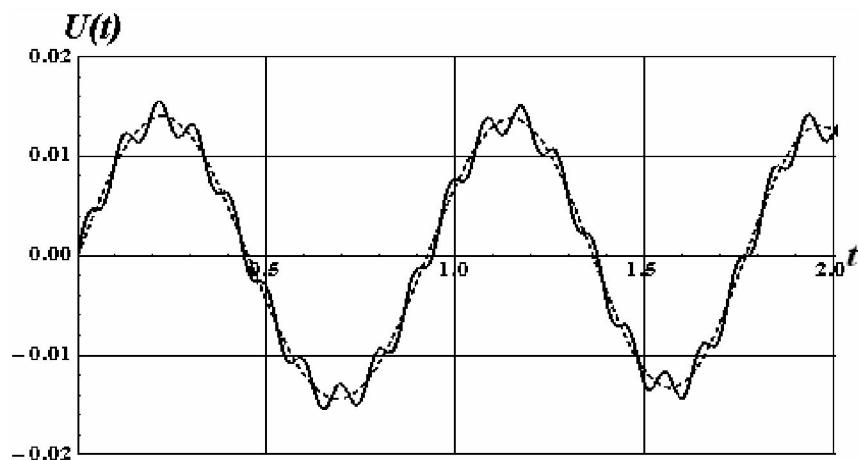


Рисунок 4 – Величина амплитуды колебаний в первом (_____), первом и третьем приближениях (_____) для стальной штанги длиной $l = 400$ метров

Исследовано влияние скорости вращения буровой штанги на амплитуду ее колебаний. Установлено, что увеличение скорости вращения ведет к росту амплитуды колебаний штанги (рисунок 5). Исследовано распределение колебаний по длине штанги. На рисунке 6а) и 6б) представлена форма изгиба штанги в моменты времени $t = 20$ сек и $t = 28$ сек соответственно, при частоте вращения штанги $\omega = 25$ об/мин.

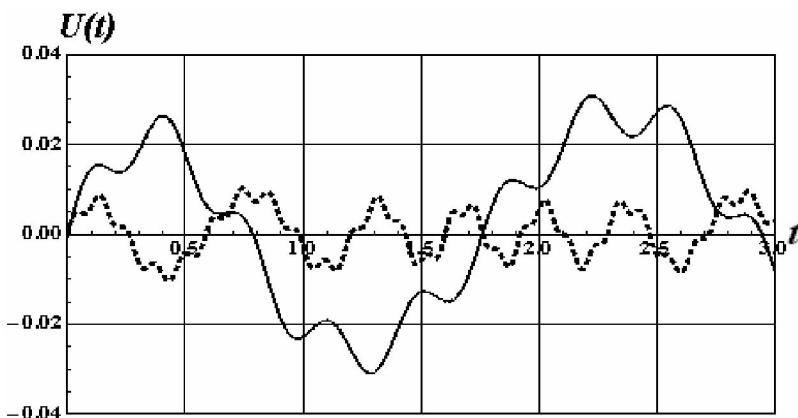


Рисунок 5 – Влияние скорости вращения стальной буровой штанги длиной $l = 100$ м на амплитуду ее колебаний в случае первых двух приближений гармонического ряда _____ $\omega = 50$ об/мин, _____ $\omega = 150$ об/мин

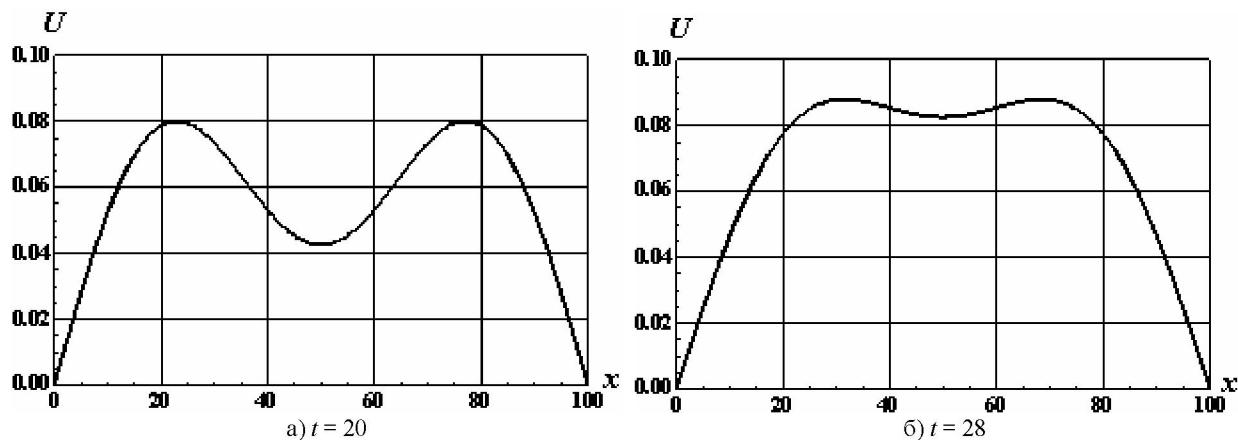


Рисунок 6 а), б) – Плоский изгиб стальной буровой штанги длиной $l = 100$ м для случая первого и третьего приближения гармонического ряда, $\omega = 50$ об/мин в разный момент времени

Из анализа графиков 6 следует, что основной формой изгиба штанги для заданных граничных условий является первая форма. Уточнение решения модели за счет увеличения членов разложения решения в ряд по спектру форм изгиба штанги ведет к количественному изменению искомой величины – ее росту. То есть, уточнение формы колебаний буровой штанги ведет к увеличению амплитуды колебаний, при этом частота колебаний не меняется и, в целом, характер колебаний остается неизменным.

По результатам исследования можно судить о влиянии материала буровой штанги на ее отклонение от прямолинейной формы. Буровые штанги, изготовленные из дюралюминия, подвергаются меньшим изгибным деформациям, чем штанги, изготовленные из стали. Заметно влияние длины и угловой скорости вращения на колебания буровой штанги. Увеличение длины штанги и частоты вращения также влечет за собой возрастание амплитуды поперечных колебаний и длины их волн. По мере удлинения штанги повышается риск ее потери устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1 Wilderman Giles H. Exploration drilling techniques used as a «Field determinator» and data gatherer in mill and plant design // Can. Mining and Met. Bull. – 1973. – N 740. – P. 110-116.

2 Зарипов А.Р., Терметчиков М.К. Прогнозирование оптимальных режимов бурения, обеспечивающих максимальную скорость // Труды Фрунзенского политехнического института. «Механика. Исследование и совершенствование бурильных машин». – Фрунзе, 1974. – Вып. 80. – С. 39-45.

3 Вибрации в технике. Справочник: в 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 352 с.

4 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

REFERENCES

1 Wilderman Giles H. Exploration drilling techniques used as a «Field determinator» and data gatherer in mill and plant design. Can. Mining and Met. Bull. **1973**. N 740. P. 110-116.

2 Zaripov A.R., Termetchikov M.K. Prognozirovanie optimalnyh rezhimov burenija, obespechivayushih maksimalnuyu skorost. Trudy Frunzenskogo politehnicheskogo instituta. «Mechanika. Issledovanie I sovershenstvovanie burilnyh mashin». Frunze, **1974**. Vol. 80. P. 39-45. (in Russ.).

3 Vibracii v tehnike, Spravochnik v 6-ti t. M.: Mashinostroenie, **1978**. T. 1. 352 (in Russ.).

4 Samarskij A.A., Gulin A.V. Chislennye metody, Ucheb. posobie dlja vuzov. M.: Nauka, **1989**. 432 (in Russ.)

Резюме

Л. А. Хаджисеева, А. Б. Үмбетқұлова

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

ТЫҒЫЗДАЛҒАН ЖӘНЕ БҮРАЛҒАН БҮРҒЫЛАУ ҚАРНАҒЫНЫҢ СЫЗЫҚСЫЗ АУЫТҚУЛАРЫНЫҢ ЖУЫҚТАМАСЫ ТУРАЛЫ

Мұнай және газ ұнғымасын бүрғылау үшін қолданылатын терең емес (500 м дейін) бүрғылау қарнектар қарастырылған. Шеткі деформациядағы айналмалы тығыздалған және бүралған бүрғылау қарнағының динамикалық талдауы өткізілген. Бүрғылау қарнағына әсер ететін жүк-салмақ пен бұрау моменті уақыт аралығында өзгермелі болып саналады. Екі жағынан топсалы тірелген карнақ қарастырылады. Бүрғылау қарнағының сыйықсыз ауытқулар өзінің бүтіліс нысанының спектрі бойынша жуықтатылады. Модельдің сандық талдау нәтижесі бойынша бүрғылау қарнақ бүтілісі нысанының саны және техникалық сипаттамының оның көлденен ауытқуына және ауытқу амплитудасына әсері анықталды.

Тірек сөздер: бүрғылау қарнағы, сыйықсыз ауытқулар, көлденен ауытқулар, ауытқу амплитудасы, бүтіліс, ауыспалылық.

Summary

L. Khajiyeva, A. Umbetkulova

(al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan)

ABOUT THE APPROXIMATION OF NONLINEAR FLUCTUATIONS OF COMPRESSED AND TWISTED DRILLING RODS AT THE FINITE DEFORMATION

Drilling rods for shallow drilling (up to 500 m) applied in oil-gas extractive industry is considered. A dynamic analysis of the rotating compressed and twisted drilling rods movement at finite deformations. The axial force and twisting moment acting on the drilling rod are relying time variable. Hinged bearing rod at the ends is accepted. Nonlinear fluctuations of the drilling rod approximated by the spectrum of its bending forms. The numerical analysis of the model established the influence of the number of forms of bending and the technical characteristics of the drilling rod on the nature of its movement and amplitude of fluctuations.

Keywords: drilling rod, nonlinear fluctuations, cross fluctuations, the amplitude of fluctuations, curve, movement.

Поступила 14.01.2014 г.