

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

## КУЛОНОВСКИЙ ЛОГАРИФМ И ТОРМОЗНАЯ СПОСОБНОСТЬ ИОНОВ В ЧАСТИЧНО-ИОНИЗОВАННОЙ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** В этой работе исследована тормозная способность тяжелых частиц в частично ионизированной водородной плотной плазме, используя эффективные потенциалы взаимодействия частиц. Выполнены вычисления потерь энергии ионов в плазме в зависимости от степени ионизации для различных значений начальной температуры и плазменной плотности. Кроме того, было сделано сравнение с экспериментальными и теоретическими результатами других авторов по тормозной способности иона.

**Ключевые слова:** тормозная способность, кулоновский логарифм, угол рассеяния, эффективный потенциал.

**Тірек сөздер:** тежегіштік қабілет, кулон логарифмы, шашырау бұрышы, тиімділі әлеует.

**Keywords:** stopping power, Coulomb logarithm, scattering angle, effective potential.

**Введение.** Исследование энергетических потерь заряженных частиц в веществе и, в частности, в плазме имеет большое значение для физики плазмы, а также для задач инерциального термо-ядерного синтеза [1-3]. Действительно, прохождение заряженных частиц через вещество мишени сопровождается разнообразными процессами взаимодействия с элементарными частицами, атомами. Характер и результаты этих взаимодействий зависят от типа энергии потока заряженных частиц, а также типа, состояния, плотности, состава и размера мишеней. Поэтому моделирование тяжелых многозарядных ионов для инерциального термоядерного синтеза требует как качественного, так и количественного описания процессов взаимодействия тяжелых частиц с веществом в широком диапазоне параметров плотностей и температур. Особый интерес представляет определение торможения ионов для частично-ионизированной плазмы, поскольку экспериментальное исследование наталкивается на определенные трудности, связанные с плотностью свободных электронов плазмы [4, 5].

В данной работе мы рассматриваем частично-ионизованную водородную плазму: температура плазмы  $T = 10^4 \text{ } \ddot{e} 10^6 \text{ K}$ ; плотность плазмы  $n = n_e + n_i + n_a = 10^{20} \text{ } \ddot{e} 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ , где  $n_e, n_i, n_a$  – плотность электронов, ионов и атомов, соответственно. Используются следующие безразмерные параметры: параметр связи  $\Gamma = Z_\alpha Z_\beta e^2 / ak_B T$ , где  $Z_\alpha e, Z_\beta e$  –

электрические заряды частиц сорта  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $a = (3/4\pi n)^{1/3}$  – среднее межчастичное расстояние между заряженными частицами,  $r_D = \left(k_B T / (4\pi e^2 \mathbf{n}_j Z_j^2)\right)^{1/2}$  – радиус Дебая,  $r_s = a/a_D$  – параметр плотности,  $\lambda_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$  – тепловая длина волны де Бройля,  $m_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta / (m_\alpha + m_\beta)$  – приведенная масса частиц сорта  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $\eta = \frac{|Z_b| e^2}{\hbar v_p}$  – параметр, разделяющий области применимости классической и квантовой формул для кулоновского логарифма.

**Тормозная способность и кулоновский логарифм.** Известно, что тормозная способность – некоторый параметр характеризующий скорость потери средней энергии для быстро движущихся электронов или ионов плазмы. Приближение парных столкновений пригодно для описания тормозной способности в невырожденной квазинейтральной умеренно-плотной плазме [6]. Для пробной частицы, подвергнутой  $N$  парным столкновениям и перемещенной на расстояние  $\delta l$  ее полная потеря энергии есть:

$$\delta E = \sum_{i=1}^N \Delta E_i, \quad (1)$$

где  $\Delta E_i$  – потеря энергии при  $i$ -том столкновении. Тормозная способность  $S$  определяется как  $\int_0^{\delta l} S dl = \delta E$ . При увеличении числа  $N$  столкновений имеем  $\int_0^{\delta l} S dl = S \delta l$ ;  $S = \frac{\delta E}{\delta l}$ .

Потеря энергии в результате соударения пробной частицы и частицами плазмы есть:

$$\Delta E = 4 \frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\beta} \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\hbar} \sin^2 \frac{\theta_c}{2} \frac{E_c}{\hbar}. \quad (2)$$

Здесь  $E_c = \frac{1}{2} \mu_{\alpha\beta} v^2$  – энергия центра масс;  $v$  – относительная скорость пробной частицы;  $\theta_c$  – угол рассеяния центра масс. Для удобства значение потери энергии пробной частицы в одном парном соударении обозначим как  $\Delta E$ . Следовательно, тормозная способность [6, 7]:

$$S = 8\pi n \frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\beta} \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\hbar} \lambda_{\alpha\beta}^2 \frac{E_c}{\hbar}. \quad (3)$$

Здесь  $b_\perp = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{2E_c}$ ;  $\lambda$  – кулоновский логарифм.

В данной работе кулоновский логарифм определяется с помощью угла рассеяния центра масс при парном кулоновском столкновении [6, 7]:

$$\lambda = \frac{1}{b_{\perp 0}^2} \int_0^r \sin^2 \theta_c \frac{1}{2} db. \quad (4)$$

Угол рассеяния центра масс определяется как [6]:

$$\theta_c = \pi - 2b \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2} \sqrt{1 - \frac{\Phi(r)}{E_c} - \frac{b^2}{r^2}}^{-1/2}, \quad (5)$$

где  $\Phi(r)$  – потенциал взаимодействия и  $r_0$  – расстояние максимального сближения, при этом обращается в нуль знаменатель подынтегрального выражения:

$$1 - \frac{\Phi(r_0)}{E_c} - \frac{b^2}{r_0^2} = 0. \quad (6)$$

При расчете кулоновского логарифма был использован эффективный потенциал для электрон-ионного взаимодействия [8], учитывающий эффект экранировки на больших расстояниях и квантово-механические эффекты дифракции и симметрии – на малых:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta}}{\sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}} \frac{1}{r} e^{-Ar} - \frac{e^{-Br}}{r}, \quad (7)$$

где  $A^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}\right)$ ,  $B^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}\right)$ .

При исследовании свойств частично-ионизованной плазмы необходимо также принимать во внимание взаимодействие между заряженными и нейтральными частицами. В качестве взаимодействия заряд-атом используется экранированный потенциал, полученный методом линейного диэлектрического отклика [9]:

$$\Phi(r) = \frac{e^2 \alpha_p}{2r^4 \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2 / r_D^2}} \left( e^{-Br} (1 + Br) - e^{-Ar} (1 + Ar) \right), \quad (8)$$

где  $\alpha_p$  – поляризуемость атома, для водородной плазмы  $\alpha_p = 4.5a_B^3$ .

При начальном давлении плазмы в мишени плотность свободных электронов плазмы определена с помощью уравнения Саха с учетом снижения потенциала ионизации атомов, возникающего вследствие учета взаимодействия частиц [10]:

$$\frac{1 - \alpha}{\alpha^2} = n_0 \tilde{\lambda}^3 \exp \left( \frac{I - \Delta I}{k_B T} \right), \quad (9)$$

где  $I = 13,6 \text{ eV}$  - потенциал ионизации водорода,  $\Delta I$  - снижения потенциала ионизации.

## Результаты расчетов и обсуждение

На рисунке 1 приведено поведение угла рассеяния центра масс в зависимости от прицельного параметра для различных скоростей пробной частицы. Видно, что при малых энергиях налетающей частицы угол рассеяния резко увеличивается при уменьшении прицельного параметра, а также при высоких энергиях налетающей частицы угол рассеяния при центральном (лобовом) столкновении может быть меньше  $180^\circ$ . Это может быть объяснено повышением влияния квантово-механических эффектов дифракции с увеличением скорости налетающей частицы (длина волны де Бройля становится одного порядка как среднее межчастичное расстояние) (рисунок 2). Таким образом, возможная дифракция налетающей частицы при малом прицельном параметре связана с конечным значением эффективного потенциала взаимодействия при малых средних расстояниях между частицами.

Значение кулоновского логарифма наиболее точно определено с использованием псевдопотенциала, учитывающего эффект экранировки на больших расстояниях и квантово-механические эффекты дифракции и симметрии – на малых (рисунки 3 и 4).

На следующих рисунках видно, что чем выше степень ионизации, тем больше значения кулоновского логарифма. Изменение плотности свободных электронов плазмы приводит к изменению кулоновского логарифма, а это в свою очередь приводит к увеличению тормозной способности плазмы.

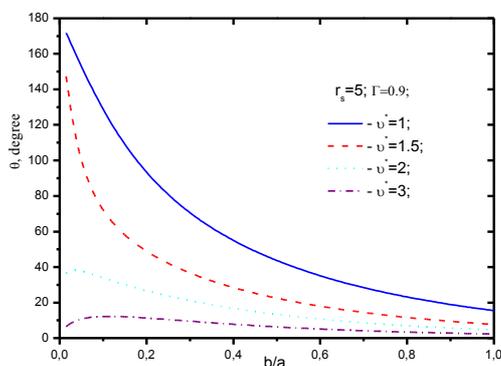


Рисунок 1 – Угол рассеяния центра масс в зависимости от прицельного параметра для различных значений скоростей ионов

$$v^* = v_p / v_{th}$$

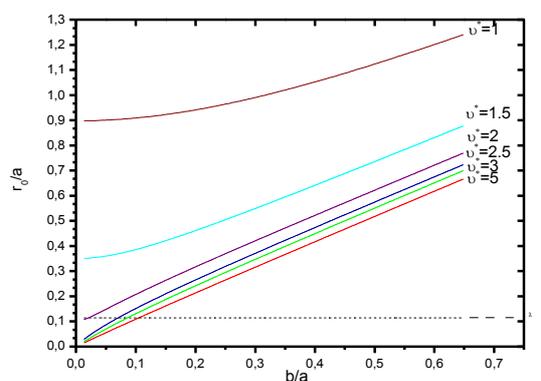


Рисунок 2 – Расстояние максимального сближения

в зависимости от прицельного параметра для различных значений скоростей ионов

$$v^* = v_p / v_{th}$$

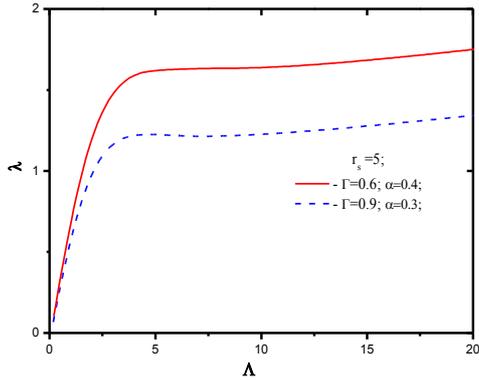


Рисунок 3 – Значение кулоновского логарифма

для различных значений степени ионизации  $\alpha$  при  $r_s = 5$

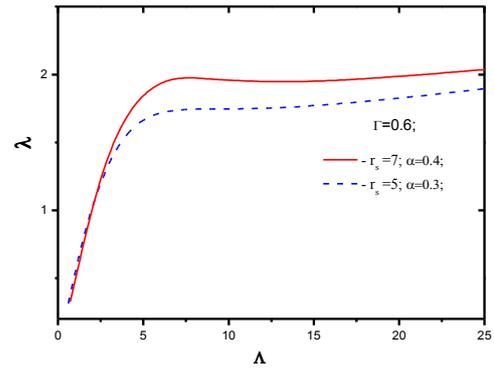


Рисунок 4 – Значение кулоновского логарифма для различных значений степени ионизации  $\alpha$  при  $\Gamma = 0,6$

На основе данных по кулоновскому логарифму вычислена тормозная способность ионов в частично ионизованной плазме. На рисунке 5 и 6 показаны торможения ионов в частично ионизированной плазме для различной степени ионизации при  $\Gamma = 0,9$  и  $r_s = 5$ . Тормозная способность тяжелых частиц увеличивается с увеличением степени ионизации, что связано с увеличением концентрации свободных электронов рассеивающих центров в системе. Чем больше степень ионизации, соответственно больше торможение частиц.

Значение кулоновского логарифма наиболее точно определено с использованием псевдопотенциала, учитывающего эффект экранировки на больших расстояниях и квантово-механические эффекты дифракции и симметрии – на малых. На основе данных по кулоновскому логарифму вычислена тормозная способность ионов в частично ионизованной плазме.

На рисунке 7 и 8 сравнены значения кулоновского логарифма и тормозной способности ионов на основе эффективного потенциала, потенциала Дойча, на основе потенциала Дебая-Хюккеля и Кулона.

На рисунке 7 показано, что кулоновский логарифм на основе потенциалов, которые учитывают эффекты дифракции почти в два раза меньше, чем кулоновский логарифм полученного на основе потенциалов Кулона и Дебая. Соответственно, тормозная способность ионов на основе эффективного потенциала меньше, чем соответствующие значения для потенциалов Кулона, Дебая Дойча за счет ослабления взаимодействия из-за экранирования (рисунок 8).

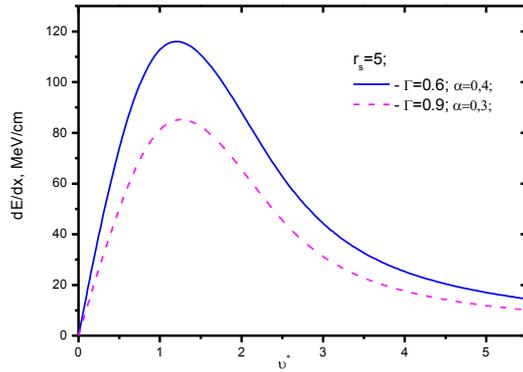


Рисунок 5 – Тормозная способность ионов в зависимости от скоростей налетающей частицы для различных значений степени ионизации  $\alpha$  при  $r_s = 5$

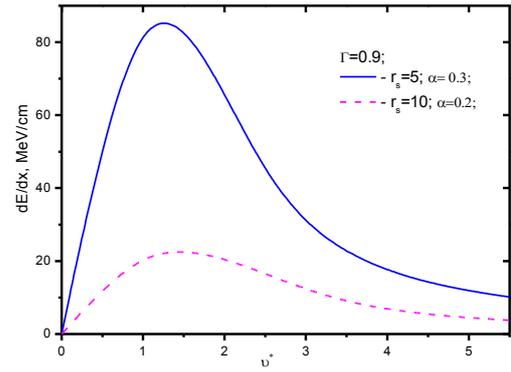


Рисунок 6 – Тормозная способность ионов в зависимости от скоростей налетающей частицы для различных значений степени ионизации  $\alpha$  при  $\Gamma = 0,9$

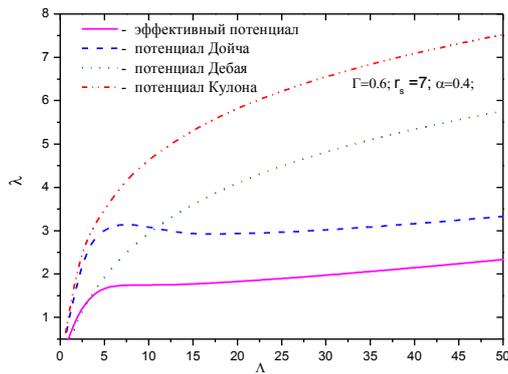


Рисунок 7 – Кулоновский логарифм для различных потенциалов взаимодействия при  $r_s = 5$ ;  $\Gamma = 0,6$

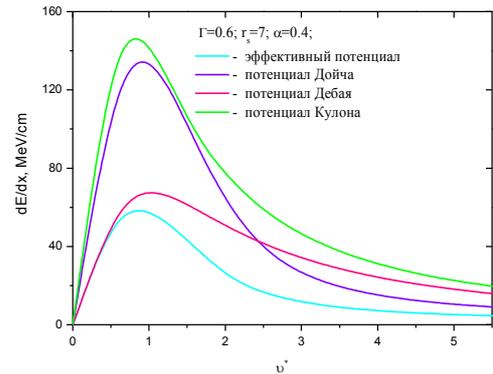


Рисунок 8 – Тормозная способность ионов для различных потенциалов взаимодействия при  $r_s = 5$ ;  $\Gamma = 0,6$

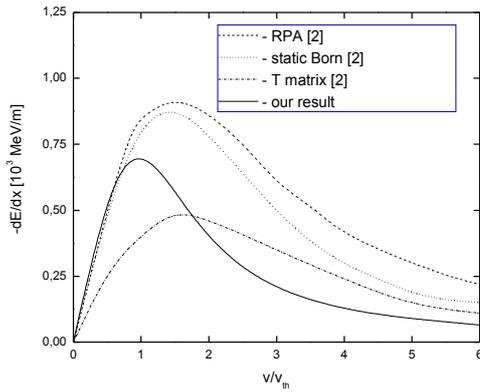


Рисунок 9 – Тормозная способность ионов

с зарядовым числом  $Z_{eff} = 5$  в полностью ионизованной плазме с плотностью частиц  $n = 1,1 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  и температурой  $T = 1,6 \cdot 10^5 \text{ K}$  в зависимости от скорости налетающей частицы

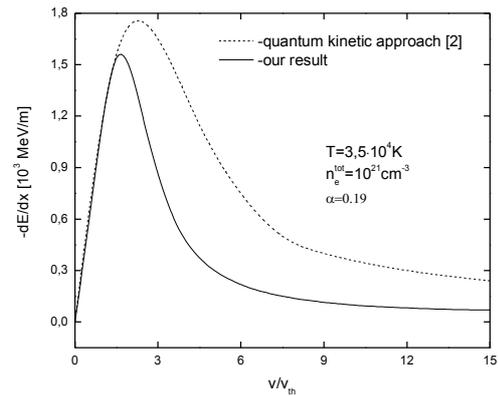


Рисунок 10 – Тормозная способность ионов  $Z_{eff} = 5$

в частично-ионизованной плазме с плотностью частиц  $n = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  и температурой  $T = 3,5 \cdot 10^4 \text{ K}$  в зависимости от скорости налетающей частицы

А также проводится сравнение полученных расчетных данных торможения ионов в полностью ионизованной и частично ионизованной плазме с теоретическими результатами других авторов [11]. Результаты, полученные на основе эффективного потенциала, представлены сплошной кривой (рисунки 9 и 10). Показано, что при малых скоростях наши результаты хорошо согласуются с данными RPA и статического борновского приближения, а с увеличением скорости налетающей частицы быстро уменьшается в отличие от остальных приближений. Если мишень – частично ионизованная плазма, то тормозная способность зависит не только от свободных частиц плазмы, но и от связанных состояний. Рисунок 10 показывает полную тормозную способность ионов в частично ионизованной водородной плазме как функция скорости налетающей частицы при заданных параметрах плазмы и степени ионизации.

**Заключение.** Таким образом, в настоящей работе:

1. Проведен расчет кулоновского логарифма, для которого был использован эффективный потенциал для электрон-ионного взаимодействия.
2. На основе данных по кулоновскому логарифму вычислена тормозная способность ионов в частично ионизованной плазме.

3. Проведено сравнение полученных расчетных данных тормозной способности с результатами на основе кинетического уравнения Больцмана, которые учитывают трехчастичные корреляции.

4. Проведено сравнение полученных данных торможения ионов в полностью ионизованной и частично ионизованной плазме с теоретическими результатами других авторов.

## REFERENCES

1 Zwicknagel G., Toepffer G., Reinhard P.-G. Laser and Particle Beams. 1995. Vol. 13, N 2. P. 311. (In Eng.)

2 Gericke D.O., Schlanges M. Phys. Rev. 1999. Vol. 60, N 1. P. 904. (In Eng.)

3 Young F.G., Mosher D., Stephanakis S.J. et al. Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 549. (In Eng.)

4 Belyaev G.E., Basko M.M. et al. Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53, N 3. P. 2701. (In Eng.)

5 Golubev A., Basko M., Fertman A. et al. Phys. Rev. E. 1998. 57 p. 3363. (In Eng.)

6 Ordonez C.A., Molina M.I. Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. P. 2515. (In Eng.)

7 Ramazanov T.S., Kodanova S.K. Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. P. 5049. (In Eng.)

8 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. Phys. Plasmas. 2002. Vol. 9. P. 3758. (In Eng.)

9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Omarbakiyeva Yu.A. Phys. Plasmas. 2005. Vol. 9. P. 092702. (In Eng.)

10 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T. J. Phys. A: Math. Gen. 2006. 39. (In Eng.)

11 Gericke D.O. Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65. P. 036406. (In Eng.)

## Резюме

*С. К. Қоданова, Т. С. Рамазанов, М. К. Исанова*

ЖАРТЫЛАЙ ИОНДАЛҒАН СУТЕГІ ПЛАЗМАСЫНДА КУЛОНДЫҚ ЛОГАРИФМ  
ЖӘНЕ ИОНДАРДЫҢ ТЕЖЕГІШТІК ҚАБІЛЕТІ

Бұл жұмыста бөлшектердің өзара әсерлесуінің тиімді әлеуетін пайдалана отырып, жартылай иондалған сутекті тығыз плазмада ауыр бөлшектердің тежегіштік қабілеті зерттелді. Бастапқы температура мен плазмалық тығыздықтың әртүрлі мәндеріне арналған иондалу дәрежесіне байланысты плазмадағы иондардың энергия жоғалту есептеулері орындалды. Бұдан басқа, ионның тежегіштік қабілеті бойынша басқа авторлардың эксперименттік және теориялық нәтижелерінің есептеу мәліметтерімен салыстыру жүргізілді.

**Тірек сөздер:** тежегіштік қабілет, кулон логарифмы, шашырау бұрышы, тиімділі әлеует.

## Summary

*S. K. Kodanova, T. S. Ramazanov, M. K. Issanova*

### COULOMB LOGARITHM AND STOPPING POWER OF IONS IN A PARTIALLY IONIZED HYDROGEN PLASMA

In this work investigated the stopping power of heavy particles in a partially ionized hydrogen dense plasma using the effective potentials of particles interaction. Calculations of ions energy losses in the plasma in dependence on ionization degree for different values of the initial temperature and plasma density were carried out. Also, a comparison of the calculated data on ion stopping power with experimental and theoretical results of other authors was done.

**Keywords:** stopping power, Coulomb logarithm, scattering angle, effective potential.

*Поступила 15.10.2013г.*