

УДК 534.1

А.Б. КЫДЫРБЕКУЛЫ

О РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И МЯГКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Исследуются резонансные колебания по основной частоте нелинейных систем с нелинейно-вязким сопротивлением и мягкой характеристики. Проведен их численный анализ. Рассмотрено влияние параметров системы на резонанс по основной частоте.

Исследуются резонансные колебания по основной частоте механических систем с осложняющими нелинейными факторами. В качестве последних рассматриваются нелинейная характеристика системы мягкого типа и нелинейно-вязкое сопротивление.

Нелинейные характеристики мягкого типа встречаются в системах с физически нелинейными свойствами материалов с ярко выраженным диссипативными свойствами, например, резина, каучук и резинокордные материалы. Нелинейно-вязкое сопротивление может быть обусловлено силами конструкционного трения в подвижных и неподвижных соединениях системы, силами трения в материале элементов системы, силами сопротивления среды при движении системы в жидкой или вязкой среде, либо на высоких скоростях и др. В отличие от дозеронансных режимов движения системы, когда допустимы линеаризация нелинейно-вязкого сопротивления, либо полное пренебрежение им, исследование резонансных режимов существенно зависит от нелинейных факторов, влияющих на виброброхарактеристики системы и представляет практический интерес.

В работе исследуются резонансные колебания по основной частоте в нелинейных системах вида:

$$\ddot{x} + K_1 \dot{x} + K_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 = F_0 + F_1 \cos \Omega t, \quad (1)$$

где K_1 и K_2 – коэффициенты составляющих нелинейно-вязкого сопротивления;

α_1 и α_2 – коэффициенты линейной и нелинейной составляющих восстанавливающей силы, соответственно;

Ω – частота возмущающей силы;

F – амплитуда внешней силы.

Одним из методов решения подобных задач является метод разложения уравнения движения

(1) в ряд Фурье с неопределенными коэффициентами, которые могут быть определены методом гармонического баланса при учете конечно-го и обычно небольшого числа членов ряда [1]. В данном случае аппроксимация решения (1) простой гармоникой с частотой колебаний, равной частоте возмущающей силы, является удовлетворительной:

$$x(t) = r_0 + r_1 \cos(\Omega t - \varphi_1). \quad (2)$$

В резонансных случаях разность фаз между собственными колебаниями и внешним воздействием может оказывать существенное влияние на изменение амплитуды и частоты колебаний.

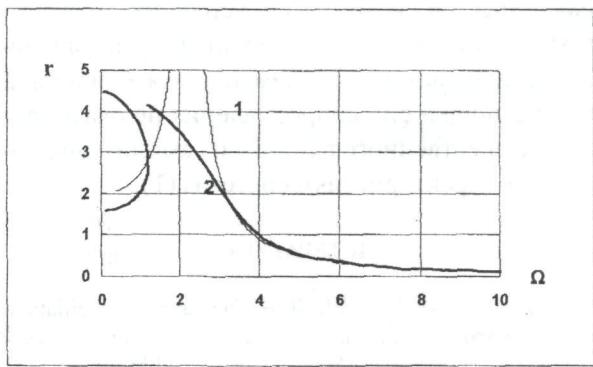
В работе [2] рассматривалось моделирование резонанса в нелинейных системах с мягкой характеристикой и нелинейно-вязким сопротивлением. Получены амплитудно-частотные зависимости основного резонанса и определена фаза колебаний:

$$r_1^2 \left[(-\Omega^2 + \alpha_1 + 2\alpha_2 r_0)^2 + k_1^2 \Omega^2 \right] = F_1^2; \\ \alpha_1 r_0 + \alpha_2 r_0^2 + 0,5(k_2 \Omega^2 + \alpha_2) r_1^2 = F_0, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{K_1 \Omega}{-\Omega^2 + \alpha_1 + 2\alpha_2 r_0} \quad (4)$$

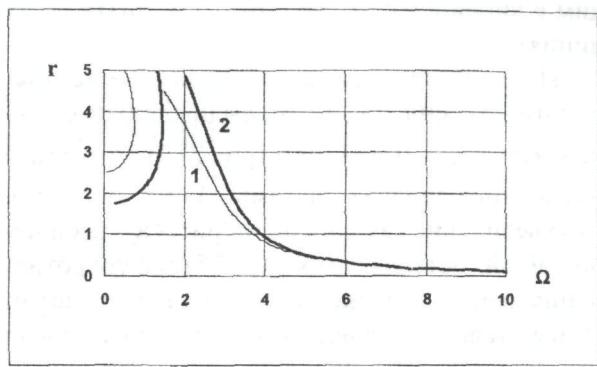
Здесь исследуется влияние нелинейных факторов системы на резонансные колебания по основной частоте. Проведен их численный анализ.

Установлено, что усиление мягкости характеристики, то есть нелинейной составляющей восстанавливающей силы ведет к снижению величин критических частот в сравнении с линейным случаем (рис. 1а, кривая 2). Усиление же линейной составляющей характеристики (рис. 1 б) сопровождается увеличением жесткости системы и смещением резонансных частот, близ-



a)

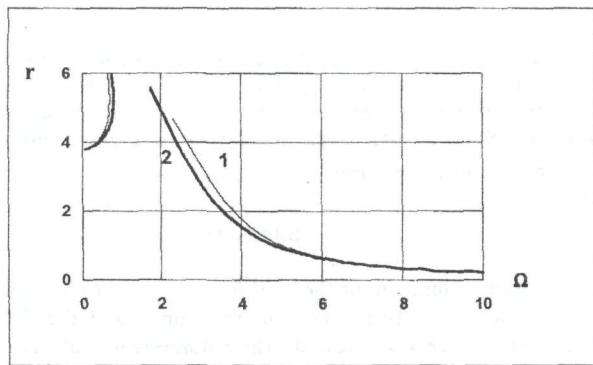
---- $\alpha_2 = 0; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; F_0 = 5; F_1 = 10;$
 _____ $\alpha_2 = 1; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; F_0 = 5; F_1 = 10;$



б)

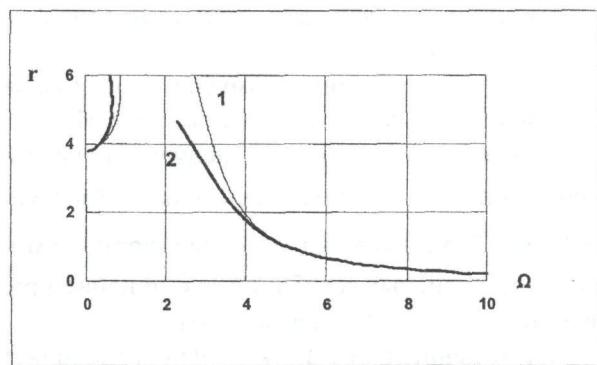
---- $\alpha_1 = 3; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 10;$
 _____ $\alpha_1 = 5; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 10;$

Рис.1. Влияние нелинейной характеристики системы на резонанс по основной частоте



а)

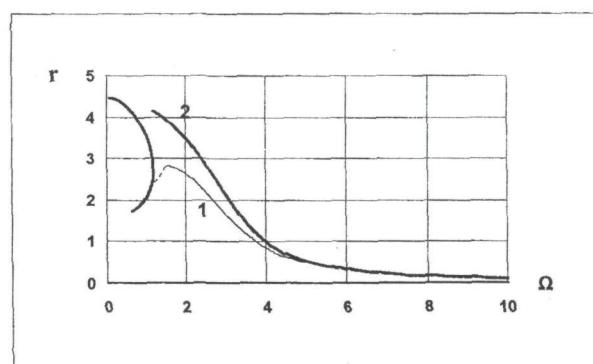
---- $K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 20;$
 _____ $K_1 = 3; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 20;$



б)

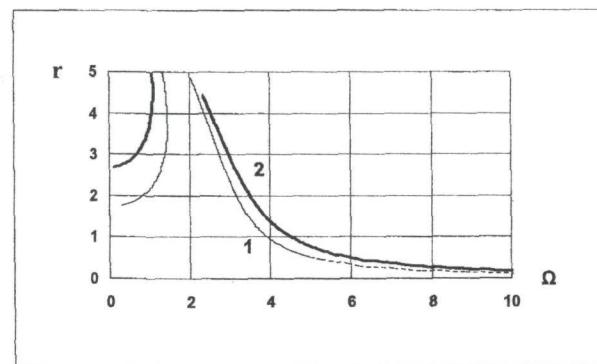
---- $K_2 = 0; K_1 = 0; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 20;$
 _____ $K_2 = 0,2; K_1 = 0; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5; F_1 = 20;$

Рис.2. Влияние нелинейно-вязкого сопротивления на резонанс по основной частоте



а)

---- $F_0 = 0; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 1; F_1 = 10;$
 _____ $F_0 = 5; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 1; F_1 = 10;$



б)

---- $F_1 = 10; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5;$
 _____ $F_1 = 15; K_1 = 0; K_2 = 0,2; \alpha_1 = 5; \alpha_2 = 0,5; F_0 = 5;$

Рис.3. Влияние возмущающей силы на резонанс по основной частоте

ким к линейному случаю (рис. 1 а, штриховая линия).

Исследовано влияние нелинейно-вязких диссипативных сил. Рассмотрены предельные случаи, когда $K_1 = 0$ и $K_2 = 0$ (рис.2). В результате численного анализа системы (1) установлено, что увеличение как линейной (рис.2 а), так и нелинейной составляющих (рис.2 б) сил сопротивления ведет к понижению резонансных частот. В значительной степени это относится к случаю нелинейно-вязкого сопротивления. Для линейной составляющей сил сопротивления оно менее выражено. Таким образом, можно отметить, что нелинейно-вязкое сопротивление усиливает мягкость характеристики системы и ведет к появлению резонанса на более низких частотах в сравнении с линейными системами (рис.2 б, штриховая линия).

Рассмотрено влияние возмущающей силы на резонанс системы по основной частоте. Из численного анализа системы (1) следует, что увеличение амплитуд возмущающей силы F_0 (рис.3 а) и F_1 (рис.3б) сопровождается увеличением амплитуд резонансных колебаний со смещением резонансных частот в область низких.

Проведенный анализ системы (1) позволяет путем подбора параметров системы отстраивать ее рабочие режимы от нежелательных резонансных явлений. Установлено, что увеличение нелинейно-вязкого сопротивления, как и амплитуд возмущающей силы, ведет к усилению нелиней-

ных эффектов системы, т.е. усилинию мягкости характеристики, сопровождающейся уменьшением резонансных частот. Изменение же линейной составляющей сил сопротивления не оказывает столь существенного влияния на амплитудно-частотные характеристики системы (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Szemplinska-Stupnicka W. Higher harmonic oscillations in heteronomous nonlinear systems with one degree of freedom. Int. J. Nonlinear Mech., 1968. vol. 3 N 1.

2. Масанов Ж.К., Хаджисеева Л.А., Кыдырыбекулы А.Б. Численное моделирование резонанса и устойчивости нелинейных колебаний в механических системах с мягкой характеристикой и нелинейно-вязким сопротивлением // Вычислительные технологии. 2004. Т.9. Ч.3. С.51-57.

Резюме

Сызықты емес тұтқырлы кедергісі мен жұмсақ сипаттамасы бар сызықты емес жүйенің негізгі жиіліктегі резонанстық тербелістері зерттелінеді. Осының сандық талдауы істелген. Жүйе параметрлерінің негізгі жиіліктегі резонанстың әсері қарастырылған.

Summary

Resonant vibrations on the basic frequency of the nonlinear systems with non-linear viscous resistance and the soft characteristic are investigated. Their numerical analysis is carried out. Influence of the system parameters on a resonance on the basic frequency is considered.

Казахский национальный
университет им. аль-Фараби,
г. Алматы

Поступила 15.03.2008 г.