

УДК 550.385; 533.95

В.В.ЛЯХОВ

О НОВОЙ РАВНОВЕСНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ТОКОВОГО СЛОЯ

Введение

Теоретическое исследование вопросов пересоединения и диссипации магнитного поля в магнитонейтральных токовых слоях распадается на две стадии: во-первых, поиск равновесного (стационарного) решения для слоя токовой плазмы, разделяющей области с антипараллельными магнитными полями и, во-вторых, исследование устойчивости полученной равновесной пограничной конфигурации. Неустойчивость её относительно некоторых мод и, прежде всего, относительно тириング-мод, может приводить к пересоединению силовых линий магнитного поля.

При исследовании неустойчивости токового слоя и, в частности, тириング-неустойчивости в качестве равновесной функции распределения всегда используется распределение Харриса [1-4]:

$$f_{0\alpha}(W, P_y, P_x) = \left(\frac{m_\alpha}{2\pi\theta_\alpha} \right)^{\frac{3}{2}} n_0 \exp \left\{ -\frac{m_\alpha}{2\theta_\alpha} [\beta_1^2 + (\beta_2 - V_\alpha)^2 + \beta_3^2] \right\}, \quad (1)$$

где z

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 &= v_z^2 - \frac{2e_\alpha}{m_\alpha c} v_y A_y - \frac{e_\alpha^2}{m_\alpha^2 c^2} A_y^2 + \frac{2e_\alpha}{m_\alpha} \phi, \\ \alpha_2 &= v_y + \frac{e_\alpha}{m_\alpha c} A_y, \\ \alpha_3 &= v_x. \end{aligned}$$

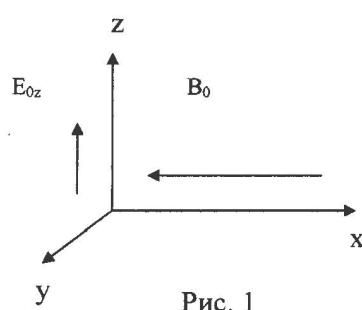


Рис. 1

Все величины зависят от переменной z , см. Рис.1.

Уравнения для потенциалов самосогласованного электромагнитного поля имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dz^2} &= -4\pi e n_0 \left[\exp\left(\frac{eV_i}{\theta_i c} A_y - \frac{e}{\theta_i} \phi\right) - \right. \\ &\quad \left. - \exp\left(-\frac{eV_e}{\theta_e c} A_y + \frac{e}{\theta_e} \phi\right) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_y}{dz^2} &= -\frac{4\pi e n_0}{c} \left[V_i \exp\left(\frac{eV_i}{\theta_i c} A_y - \frac{e}{\theta_i} \phi\right) - \right. \\ &\quad \left. - V_e \exp\left(-\frac{eV_e}{\theta_e c} A_y + \frac{e}{\theta_e} \phi\right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Всегда можно перейти в систему координат, где выполняется соотношение:

$$\frac{V_i}{\theta_i} = -\frac{V_e}{\theta_e}. \quad (4)$$

В этой системе координат электрического поля нет ($\phi(z) = 0$), что упрощает дальнейшее исследование. Решение уравнения (3) в этой системе с учетом граничного условия

$$A_y(z=0) = 0, B_0(z=0) = 0 \quad (5)$$

имеет вид:

$$B_0(z) = B_{0\max} \operatorname{th}\left(\frac{z}{\lambda}\right). \quad (6)$$

Постановка задачи

Для описания равновесия токового слоя можно выбрать равновесную функцию распределения, отличную от распределения Харриса (1), а именно:

$$\begin{aligned} f_{0\alpha} &= \frac{m_\alpha}{2\pi\theta_\alpha} n_0 (1 + \alpha_\alpha)^{\frac{1}{2}} \exp \left[\frac{m_\alpha}{2\theta_\alpha} (1 + \alpha_\alpha) U_\alpha^2 \right] \cdot \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{W_\alpha}{\theta_\alpha} - \frac{\alpha_\alpha P_{y\alpha}^2}{2\theta_\alpha m_\alpha} + U_\alpha (1 + \alpha_\alpha) \frac{P_{y\alpha}}{\theta_\alpha} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$W_\alpha = \frac{m_\alpha}{2} (V_{\alpha x}^2 + V_{\alpha y}^2) + q_\alpha \phi, \quad (8)$$

$$P_{y\alpha} = m_\alpha V_{y\alpha} + \frac{q_\alpha}{c} A_y, \quad (9)$$

$$\alpha_\alpha = \frac{\theta_\alpha}{\theta_{\alpha y}} - 1 \text{ - степень анизотропии температуры,} \quad (10)$$

U_α – макроскопическая скорость, направленная вдоль оси y . (11)

В качестве граничного условия выберем:

$$\phi(z=0) = A_y(z=0) = 0. \quad (12)$$

Функция распределения (7) на границе $z=0$ представляет собой анизотропное сдвинутое максвелловское распределение:

$$f_{0\alpha} = \frac{m_\alpha}{2\pi\theta_\alpha} n_0 (1+\alpha_\alpha)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m_\alpha}{2\theta_\alpha} [V_{\alpha z}^2 + (1+\alpha_\alpha)(V_{\alpha y} - U_\alpha)^2] \right]. \quad (13)$$

Вычислив плотность частиц и плотность тока для равновесной функции распределения (7), можно получить уравнения для потенциалов:

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = -4\pi e n_0 [\exp(-\frac{e\phi}{\theta_i} + \frac{eU_i A_y}{\theta_i c} - \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_i m_i c^2}) - \exp(\frac{e\phi}{\theta_e} - \frac{eU_e A_y}{\theta_e c} - \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_e m_e c^2})], \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_y}{dz^2} = & -\frac{4\pi e n_0}{c} [(U_i - \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{eA_y}{m_i c}) \exp(-\frac{e\phi}{\theta_i} + \frac{eU_i A_y}{\theta_i c} - \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_i m_i c^2}) - \\ & - (U_e + \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{eA_y}{m_e c}) \exp(\frac{e\phi}{\theta_e} - \frac{eU_e A_y}{\theta_e c} - \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_e m_e c^2})]. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения (14), (15) совпадают с уравнениями Харриса (2), (3) в случае изотропной плазмы $\alpha_e = \alpha_i = 0$. Если в плазме отсутствует сдвиг скоростей $U_\alpha = 0$, то уравнения (14), (15) принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dz^2} = & -4\pi e n_0 [\exp(-\frac{e\phi}{\theta_i} - \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_i m_i c^2}) - \\ & - \exp(\frac{e\phi}{\theta_e} - \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_e m_e c^2})], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_y}{dz^2} = & -\frac{4\pi e n_0}{c} [(-\frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{eA_y}{m_i c}) \exp(-\frac{e\phi}{\theta_i} - \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_i m_i c^2}) - \\ & - (\frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{eA_y}{m_e c}) \exp(\frac{e\phi}{\theta_e} - \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{e^2 A_y^2}{2\theta_e m_e c^2})]. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (16), (17) совпадают с уравнениями Никольсона [5].

Получить электронейтральное решение задачи для магнитного потенциала (15) с граничным условием (12) можно, только наложив условия на параметры задачи:

$$\frac{U_e}{\theta_e} = -\frac{U_i}{\theta_i}, \quad (18)$$

$$\frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{1}{\theta_e m_e} = \frac{\alpha_i}{(1+\alpha_i)} \frac{1}{\theta_i m_i}. \quad (19)$$

Первое условие совпадает с условием Харриса [1], второе – с условием Никольсона [5].

Численное исследование решения для токового слоя

Для получения нейтрального решения теперь недостаточно перейти в систему координат, где выполняется только условие (18), как это справедливо для решения Харриса. Электронейтральное решение имеет место только для узкого круга значений параметров, связанных условием (19). Найдем это электронейтральное решение. Подставив условия (18), (19) в уравнение для магнитного потенциала (15), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_y}{dz^2} = & 4\pi e n_0 (1 + \frac{\theta_e}{\theta_i}) [\frac{U_e}{c} + \\ & + \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{eA_y}{m_e c^2}] \exp[-\frac{eA_y}{\theta_e} (\frac{U_e}{c} + \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{eA_y}{2m_e c^2})]. \end{aligned} \quad (20)$$

Введя безразмерные величины

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} \frac{eA_y}{m_e c^2} = a, \quad \frac{U_e}{c} = \omega_e, \quad \frac{m_e c^2}{\theta_e} \frac{(1+\alpha_e)}{\alpha_e} = \lambda_e, \\ \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e c^2} \frac{\alpha_e}{(1+\alpha_e)} (1 + \frac{\theta_e}{\theta_i}) z^2 = \xi^2, \end{aligned} \quad (21)$$

преобразуем уравнение (20) к виду

$$\frac{d^2 a}{d\xi^2} = (\omega + a) \exp[-\lambda_e a (\omega_e + \frac{a}{2})]. \quad (22)$$

Решение этого уравнения, полученное в пакете MATHCAD, представлено на рис.1. Реше-

ние получено при значениях $\omega = 10^2$, $\lambda_e = 10^{-2}$. Видно, что профиль магнитного поля токового слоя в этом случае совпадает с решением Харриса.

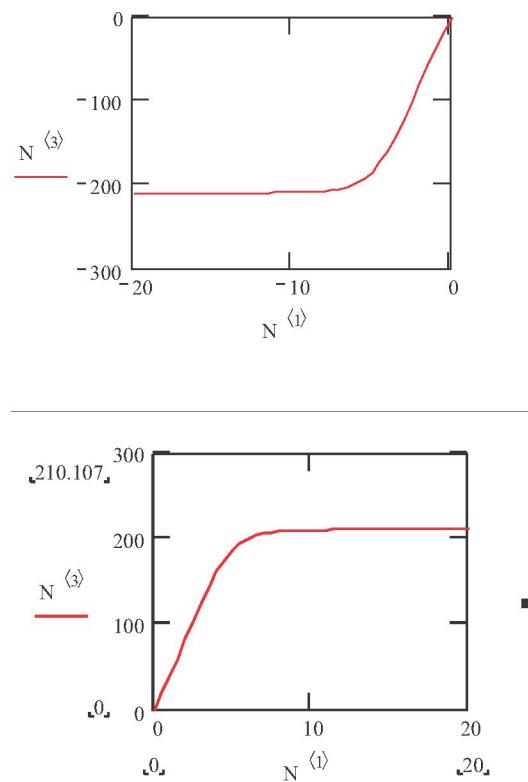


Рис.1. Профиль магнитного поля токового слоя. По оси x отложена безразмерная длина, по оси y – безразмерное магнитное поле (21).

Заключение

Обе функции распределения (1) и (7) позволяют получить точное решение кинетического уравнения с самосогласованным электромагнитным полем. Но для описания токового слоя предпочтение следует отдать равновесной функции распределения (7) по сравнению с широко используемой сейчас функцией распределения Харриса (1), потому что распределение (7) позволяет описывать более общую ситуацию, когда температуры компонент плазмы токового слоя анизотропны.

Равновесие токового слоя в общем случае, когда параметры плазмы не удовлетворяют условиям (18), (19), является неэлектронейтральным. Это электрическое поле поляризации плазмы токового слоя необходимо учитывать при исследовании устойчивости токового слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Harris E.G. On a Plasma Sheath Separating Regions of Oppositely Directed Magnetic Field // Nuovo Cim. V. XXIII. № 1. P. 115 – 121. 1962.
2. Coppi B., Laval G., Pellat R. Dynamics of the Geomagnetic Tail // Phys. Rev. Lett. V. 16. № 26. P. 1207-1210. 1966.
3. Галеев А.А., Зеленый Л.М. Нелинейная теория неустойчивости диффузного нейтрального слоя // ЖЭТФ. Т. 69. № 3(9). С. 882-895. 1975.
4. Мингалев О.В., Мингалев И.В., Малова Х.В., Зеленый Л.М. Численное моделирование плазменного равновесия в одномерном токовом слое с ненулевой нормальной компонентой магнитного поля // Физика плазмы. Т. 33. № 10. С. 1-15. 2007.
5. Nicholson R.B. Solution of the Vlasov Equations for a Plasma in an Externally Uniform Magnetic Field // Phys. Fluids. V. 6. № 11. P. 1581-1586. 1963.

Резюме

Ток қабатын сипаттау үшін таралудың тепе-тендіктері функциясы құрастырылған. Таралудың осы функциясына артықшылықпен қарау қажет екендігі көрсетілген, себебі ол ток қабаты плазмасының компоненттерінің температурасы анизотропты болған жағдайда жалпы ситуацияны сипаттауға мүмкіндік береді. Жалпы жағдайда ток қабатының еркін параметрлерінің тепе-тендігі электронейтралды емес болып табылады.

Summary

The equilibrium distribution function for description of a current layer has been constructed. It is shown that the preference should be given to this distribution function because it allows description of the general situation where temperatures of plasma components of the current layer are anisotropic. Equilibrium of a current region in the general case with arbitrary parameters is not electroneutral.

Департамент «Институт ионосферы»,
г. Алматы Поступила 13.07.2009 г.