

(Московский физико-технический институт, Москва, Россия)

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ БАЛКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ УДАРЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ НАГРУЗКОЙ

Аннотация. Проведены исследования нестационарных процессов в балке при действии нормальной к её поверхности нагрузки, движущейся с постоянной скоростью. Установлено, что наибольшие напряжения реализуются в закреплённом сечении балки в различные моменты времени в зависимости от скорости перемещения внешней нагрузки. С увеличением скорости перемещения нагрузки наибольшие напряжения в области закреплённого конца балки снижаются, в то время как уровни локальных нормальных и сдвиговых напряжений в районе границ её действия возрастают в большей мере, приближаясь к предельным значениям в соответствии с известным экспериментальным фактом: при высоких скоростях разрушение балки обусловлено напряжениями среза.

Ключевые слова: балка, главное, нормальное, сдвиговое напряжение, интерференция, дифракция, отражение, разрушение.

Тірек сөздер: аркалык, басты, қалыпты, жылжу кернеуі, интерференция, дифракция, шағылысу, қирау.

Keywords: beam, main, normal, shear stress, interference, diffraction, reflection, destruction.

1. Введение. Анализ работ, посвященных нестационарным задачам в пространственных конструкциях, показывает, что в подавляющем большинстве из них исследуются проблемы распространения продольных волн. Однако важные теоретические и прикладные результаты, полученные в них, не охватывают отдельные особенности динамических явлений, происходящих при поперечном ударе по телу. В последнем случае усиливаются эффекты отражения, дифракции, интерференции, т.е. взаимодействия различных типов волн и выявление наиболее опасных их сочетаний с точки зрения работоспособности конструкции становится актуальной задачей. Влияние взаимодействия различных типов волн осложняется и усиливается при действии локальной нагрузки и особенно в том случае, когда область действия локальной нагрузки перемещается по поверхности исследуемого тела с определенной скоростью. Актуальность динамической задачи в такой постановке определяется не только научным интересом, но и прикладной ценностью. В самом деле, можно привести множество примеров, когда область действия внешней нагрузки перемещается по поверхности тела. Это, прежде всего, мосты с многовековой историей развития расчетных методов [1]. Действие волн на силовые конструкции причалов, действия ветряных порывов на

строительные сооружения, на лопасти ветроколес, цунами – на береговые сооружения, смерчи и т.д. Одним из примеров является удар птицы по рабочей лопатке вентилятора, встречающийся при эксплуатации авиационных двигателей. Этот перечень проблем подтверждает научную и техническую актуальность задачи о динамическом изгибе бруса конечных размеров поперечной нагрузкой, перемещающейся по ширине его поверхности с определенной скоростью.

Изгиб заземленной балки при ударных нагрузках исследовался в [2]. Для анализа изгиба поло-го бруса прямоугольного сечения из линейно-деформируемых, вязко-упругих и упруго-пластических тел в [3] использовался численный метод характеристических поверхностей. Динамический изгиб консольно-закрепленной ортотропной балки методом бихарактеристик изучался в [4]. Из-за неустойчивости разработанного численного алгоритма задача считалась на малых промежутках времени, когда явления отражения, дифракции, интерференции волн не проявляются в полной мере. В [5] была улучшена устойчивость разностной схемы, а также метод пространственных бихарактеристик развит на упруго-пластические задачи. Из сказанного следует, что особый интерес представляют случаи, когда удар осуществляется по локальной поверхности балки и площадка удара перемещается по ее ширине с некоторой скоростью. Предварительный анализ показывает, что механизм сопротивления бруса существенно зависит от скорости c° передвижения площадки F действия ударной нагрузки. При высоких скоростях c° вязко-пластические характеристики материала не успевают проявиться. Материал бруса в этом случае может рассматриваться как линейно-деформируемый материал. Настоящая работа выполнена в этих рамках и для этого случая разработан и описан алгоритм численного интегрирования уравнений динамики упругого тела, а также представлены и обсуждены отдельные результаты исследования напряженности трехмерного бруса с прямоугольным поперечным сечением. При низких скоростях c° перемещения площадки F удара, по-видимому, можно пренебречь динамическими эффектами и задачу следует рассмотреть в квазистатической постановке. Наконец, некоторые скорости c° могут оказаться близкими к критическим, связанным с автоколебаниями бруса.

Исследуется сопротивление ударным нагрузкам консольно-закрепленной балки в форме параллелепипеда с прямоугольным поперечным сечением. Все остальные поверхности свободны от внешних воздействий за исключением части боковой поверхности, где с постоянной скоростью c° перемещается ограниченная площадка F , на которую действует нормально распределенная нагрузка куполообразной формы. Решение трехмерной задачи Коши для тела конечных размеров при нулевых начальных и описанных краевых условиях отыскивается численно на основе конечно-разностных уравнений динамики линейно деформируемого тела. Последние получены на основе сочетаний методов пространственных бихарактеристик и расщепления. Разработанный ранее [5] алгоритм решения динамических задач здесь обобщен на случай задач с движущимися граничными условиями. Результаты решения задачи представлены графиками и особенности протекания нестационарных процессов подробно обсуждаются. Проанализирован возможный характер разрушения балки при перемещениях области воздействия динамической нагрузки и исследовано влияние скорости c° перемещения нагрузки на уровень максимальных (опасных с точки зрения работоспособности) напряжений.

2. Постановка задачи. Рассматривается балка призматической формы с размерами $0 \leq x_\alpha \leq L_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, 3$). Расчетные исследования выполняются на основе разрешающих уравнений, представленных в безразмерных координатах

$$t^* = tc_1/L_2; \sigma_{\alpha\beta}^* = \sigma_{\alpha\beta}/(\rho c_1^2); v_\alpha^* = v_\alpha/c_1; c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho. \quad (1)$$

Здесь t – время, L_2 – продольная длина балки, ρ , λ , μ – плотность и параметры Ламэ материала балки, c_1 – скорость распространения продольной волны, $\sigma_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) – компоненты тензора напряжений, v_α – компоненты вектора скорости частицы. Разрешающая система из девяти уравнений относительно безразмерных компонент вектора скоростей частиц v_α и тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ состоит из уравнений движения и физических соотношений (при написании последующих соотношений верхние индексы * опущены)

$$\begin{aligned} \partial v_\alpha / \partial t - \sigma_{\alpha\beta,\beta} &= 0, \\ \partial \sigma_{\alpha\beta} / \partial t - \lambda v_{\gamma,\gamma} \delta_{\alpha\beta} - \mu(v_{\alpha,\beta} + v_{\beta,\alpha}) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) по одинаковым индексам подразумевается суммирование, а запятая перед индексом означает операцию дифференцирования по соответствующей переменной.

Отыскивается решение системы уравнений (2) при нулевых начальных условиях для всей балки

$$v_\alpha = 0, \quad \sigma_{\alpha\beta} = 0 \quad (3)$$

и следующих граничных условиях. Грань $x_2 = L_2$ жестко закреплена, т.е.

$$v_\alpha = 0. \quad (4)$$

Все оставшиеся грани балки свободны от напряжений и только в пределах полосы $x_2 \in [x_2^\circ - b_1, x_2^\circ + b_1]$ по грани $x_3 = 0$ в моменты времени $t > 0$ перемещается вдоль оси x_1 с постоянной скоростью c° локально распределенное нормальное напряжение

$$\sigma_{33}(x_1, x_2; t) = A \times [(x_1 - c^\circ t) \times (x_1 + 2a_1 - c^\circ t)]^2 \times (x_2^2 - b_1^2)^2 / (a_1 b_1)^4 \quad \text{при} \quad c^\circ t - 2a_1 \leq x_1 \leq c^\circ t. \quad (5)$$

Здесь $2a_1$ – протяженность области действия локальной нагрузки по оси x_1 . Точка с координатами $x_1 = c^\circ t$, $x_2 = x_2^\circ$ на грани $x_3 = 0$ является центром куполообразной перемещающейся нагрузки с максимальным значением A .

3. Метод решения. Девять линейных уравнений в частных производных (2) относительно трёх компонент вектора скорости перемещения частиц v_α и шести компонент тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ являются уравнениями гиперболического типа и задачи Коши с начальными (3) и граничными условиями (4), (5) имеют единственные решения [6]. Для построения эффективного алгоритма решения трехмерной динамической задачи проведено расщепление системы уравнений (2) по пространственным переменным [4]

$$\begin{cases} \partial v_\alpha / \partial t - \sigma_{\alpha\beta,\beta} = A_{\alpha\beta}, \\ \partial \sigma_{\alpha\beta} / \partial t - [\mu + (\lambda + \mu)\delta_{\alpha\beta}] v_{\alpha,\beta} = B_{\alpha\beta}. \end{cases} \quad (6)$$

В (6) введены обозначения

$$A_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\gamma,\gamma} - \sigma_{\alpha\beta,\beta}, \quad B_{\alpha\beta} = [\lambda(v_{\gamma,\gamma} - v_{\alpha,\beta}) - \mu v_{\alpha,\beta}] \delta_{\alpha\beta} + \mu v_{\beta,\alpha}. \quad (7)$$

Здесь индексы α и β фиксированы, а по γ ведется суммирование.

Три ($\alpha = 1,2,3$) группы уравнений, каждая из которых состоит из системы двух разрешающих уравнений (6) (при $\beta = 1,2,3$) описывает одномерный процесс распространения волн в плоскости, образованной осью времени t и текущей пространственной координатой x_α . Уравнения (6) адекватно описывают динамические явления, охватываемые системой уравнений (2). В каждой из указанных групп другие компоненты вектора скорости частиц и тензора напряжений оказывают влияние на динамический процесс распространения одномерной волны величинами (7), которые находятся в правой части системы уравнений (6). Система уравнений (6) имеет две действительные бихарактеристики

$$dx_\alpha = \pm a_{\alpha\beta} dt, \quad a_{\alpha\beta} = [\mu + (\lambda + \mu)\delta_{\alpha\beta}]^{0.5} \quad (8)$$

и соответствующие дифференциальные условия на них

$$d\sigma_{\alpha\beta} \mp dv_\beta = (B_{\alpha\beta} \pm a_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta}) dt. \quad (9)$$

Здесь $a_{\alpha\beta}$ – собственные значения матрицы системы уравнений (6). Таким образом, уравнениями (8), (9) в каждой из трех плоскостей x_α, t ($\alpha = 1,2,3$) определяются три семейства бихарактеристик положительного и отрицательного направлений и дифференциальные условия на них.

4. Конечно-разностные уравнения. Численное решение строится на слоях по времени, ограниченных гиперплоскостями $t = \text{const}$ в четырехмерном пространстве $x_\alpha (\alpha=1,2,3), t$. Рассматриваемое тело разбивается плоскостями $x_\alpha = \text{const}$ на элементарные призмы, вершины которых $x_\alpha = n_\alpha \cdot h_\alpha, t = k \cdot \tau$ являются узловыми точками. Здесь h_α, τ – шаги по пространственной и временной координатам; n_α ($1 \leq n_\alpha \leq N_\alpha$) и k – текущие номера координат узлов и гиперплоскости. При решении динамической задачи используется явная двухслойная разностная схема. Она позволяет установить компоненты скоростей частиц v_α и тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ в узловых точках x_α в моменты времени $t = (k+1) \cdot \tau$ по их значениям на гиперплоскости $t = k \cdot \tau$. Для получения расчетных соотношений из узла с координатами $x_\alpha, t = (k+1) \cdot \tau$ проводятся бихарактеристики с наклонами $a_{\alpha\beta}$ (см. (8)) до пересечения с гиперплоскостью $t = k \cdot \tau$. Проинтегрировав соотношения (9) вдоль соответствующих бихарактеристик и исключив из получившихся равенств $\sigma_{\alpha\beta}$ и v_α , можно получить зависимости для определения частных производных $\sigma_{\alpha\beta,\beta}$ и $v_{\alpha,\beta}$ на гиперплоскости $t = (k+1) \cdot \tau$

$$\alpha_{\alpha\beta}^2 v_{\alpha,\beta} + \alpha_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta,\beta} = f(\pm \alpha\beta). \quad (10)$$

Здесь правая часть $f(\pm\alpha\beta)$ определяется значениями искомым функций и значениями их производных только на гиперплоскости $t = k \cdot \tau$ в точках пересечения с бихарактеристиками, угол наклона которых составляет $\pm a_{\alpha\beta}$

$$f(\pm\alpha\beta) = (B_{\alpha\beta})^{\pm} - (\partial\sigma_{\alpha\beta}/\partial t)^0 \pm a_{\alpha\beta} [(\partial v_{\alpha}/\partial t)^0 - (A_{\alpha\beta})^{\pm}] + (2/\tau) \{ (\sigma_{\alpha\beta})^{\pm} - (\sigma_{\alpha\beta})^0 \pm a_{\alpha\beta} [(v_{\alpha})^0 - (v_{\alpha})^{\beta\pm}] \} \quad (11)$$

Здесь верхний индекс β - указывает направление интерполяции.

В [4] для вычисления неизвестных величин $(\sigma_{\alpha\beta})^{\pm}$ и $(v_{\alpha})^{\beta\pm}$ используется квадратичное интерполирование, а величины $(B_{\alpha\beta})^{\pm}$ и $(A_{\alpha\beta})^{\pm}$ находятся линейным интерполированием. Расчетные схемы, в которых используются операции интерполирования по узловым точкам в направлении соответствующих координатных осей, проявляют признаки неустойчивости решения при отражениях и интерференциях волн. В целях улучшения устойчивости разностной схемы в [5] операция интерполирования заменена разложением искомым величин в ряд Тейлора в окрестности узловых точек с сохранением принятой точности аппроксимации. При этом

$$f(\pm\alpha\beta) = a_{\alpha\beta}^2 [(v_{\alpha,\beta})^0 + \tau(\sigma_{\alpha\gamma,\gamma\beta})^0] \pm a_{\alpha\beta} \{ (\sigma_{\alpha\beta,\beta})^0 + \tau[\lambda(v_{\gamma,\gamma\beta})^0 \delta_{\alpha\beta} + \mu(v_{\alpha,\alpha\beta} + v_{\beta,\beta\alpha})^0] \}. \quad (12)$$

Производные функции в правой части выражения (12) в текущем внутреннем и граничном узле исследуемой области аппроксимировались центрированными и односторонними разностями. Подставляя выражения (12) в (10), найдены производные $v_{\alpha\beta}$ и $\sigma_{\alpha\beta,\beta}$ на гиперплоскости $t = (k+1) \cdot \tau$. Затем, учитывая найденные значения производных и интегрируя уравнения (6) по времени, были получены значения искомым функций v_{α} и $\sigma_{\alpha\beta}$ на гиперплоскости $t = (k+1) \cdot \tau$. Способы получения разрешающих уравнений на граничных поверхностях, ребрах и в вершинах трехгранных углов подробно описаны в [5, 7]. При реализации описанного алгоритма шаги h_{α} и τ пространственно-временной сетки выбирались в соответствии с условием устойчивости [8]

$$\max \left(\sum_{\alpha=1}^3 |a_{\alpha\beta}| \tau / h_{\alpha} \leq 1 \right). \quad (13)$$

5. Некоторые результаты и их обсуждение. Ниже представлены результаты решения упругой динамической задачи для балки в форме параллелепипеда с прямоугольным сечением и относительными размерами $L_1=0.4$, $L_2=1.0$, $L_3=0.15$. Задача решалась на сетке $17*41*7$ ($h_1= h_2= h_3= = h=0.025$, $\tau=0.00625$). Скорость распространения продольной волны $c_1 = 5000$ м/сек. Параметры Ламе материала балки составляют $\lambda=115.4$ ГПа, $\mu=76.7$ ГПа. В расчетах полагали, что относительное значение амплитуды внешней нагрузки A (см. (5)) равно -0.5413 . Центральная линия действия внешней нагрузки $x_2 = 10h$, полуширина $b_1= 2h$ и протяженность $2a_1$ нагрузки по оси x_1 равна $6h$. В перечисленных числовых условиях исследовалось влияние скорости перемещения нагрузки c° на распределение динамических напряжений в балке с определением максимальных значений компонентов напряжения, которые могли бы быть опасными с точки зрения разрушений. В расчетах рассматривались следующие восемь значений скорости c° перемещения нагрузки (5)

$$c^\circ = c_1/4 = 1250 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/5 = 1000 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/8 = 625 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/10 = 500 \text{ м/с},$$

$$c^\circ = c_1/16 = 312.5 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/20 = 250 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/40 = 125 \text{ м/с}, c^\circ = c_1/80 = 62.5 \text{ м/с}.$$

Надежность работы элемента конструкции в заданных условиях его эксплуатации обеспечивается соблюдением условия прочности. По критерию прочности по наибольшим напряжениям используются главные нормальные напряжения. Определение величины главных напряжений описаны в [9, 10].

Перед анализом влияния скорости c° перемещения нагрузки (5) на состояние балки обсуждаются результаты расчетов при одной скорости.

5.1. Распределение напряжений при одной скорости c° . Типичные события, имеющие место в балке при действии на неё движущейся нагрузки, рассматриваются в случае средней скорости ($c^\circ = c_1/16$) перемещения нормальной нагрузки (5) по грани $x_3 = 0$. В этом случае нормальная нагрузка σ_{33} (5) начинает действовать на балку с момента времени $t > 0$, постепенно увеличивая площадку своего действия. В промежутке времени от $t = 192 \cdot \tau$ и до $t = 1316 \cdot \tau$ нормальная нагрузка σ_{33} (5) действует по всей площади $2a_1 \times 2b_1$ и только в момент времени $t = 1408 \cdot \tau$ заканчивается ее действие.

Первое еще слабое динамическое возмущение достигает противоположную по толщине по-верхность $x_3 = 6h$ в момент времени $t = 24\tau$ и успевает многократно отразиться от граничных поверхностей ($x_3 = 0, x_3 = 6h$). Таким образом, отраженные от поверхности $x_3 = 6h$ волны напряжений и динамическое возмущение от движущейся по поверхности $x_3 = 0$ нагрузки уже с моментов времени $t > 24\tau$ накладываются друг на друга, определяя сложное напряженное состояние в точке в текущий момент времени.

На рисунке 1 представлено распределение главных нормальных напряжений σ_1 в тыльной поверхности $x_3 = 6h$ в моменты времени $t = 192\tau(a)$ и $t = 512\tau(b)$. Наибольшие значения главных напряжений достигаются на линии $x_2 = 10h$ (линия по которой проходит минимальное значение внешней нагрузки) и с возрастанием времени перемещается по этой линии вглубь по x_1 . На рисунке 2, 3 представлены распределение касательных напряжений σ_{23} в плоскости $x_2 = 8h$ и $x_3 = 2h$ в моменты времени $t = 192\tau(a)$ и $t = 512\tau(b)$. Максимальные значения касательных напряжений σ_{23} реализуются в плоскости $x_2 = 8h$ приблизительно на глубине $x_3 \in (2h, 3h)$ и с возрастанием времени перемещается вглубь по x_1 . Из распределения напряжений в плоскости $x_3 = 2h$ видно при переходе

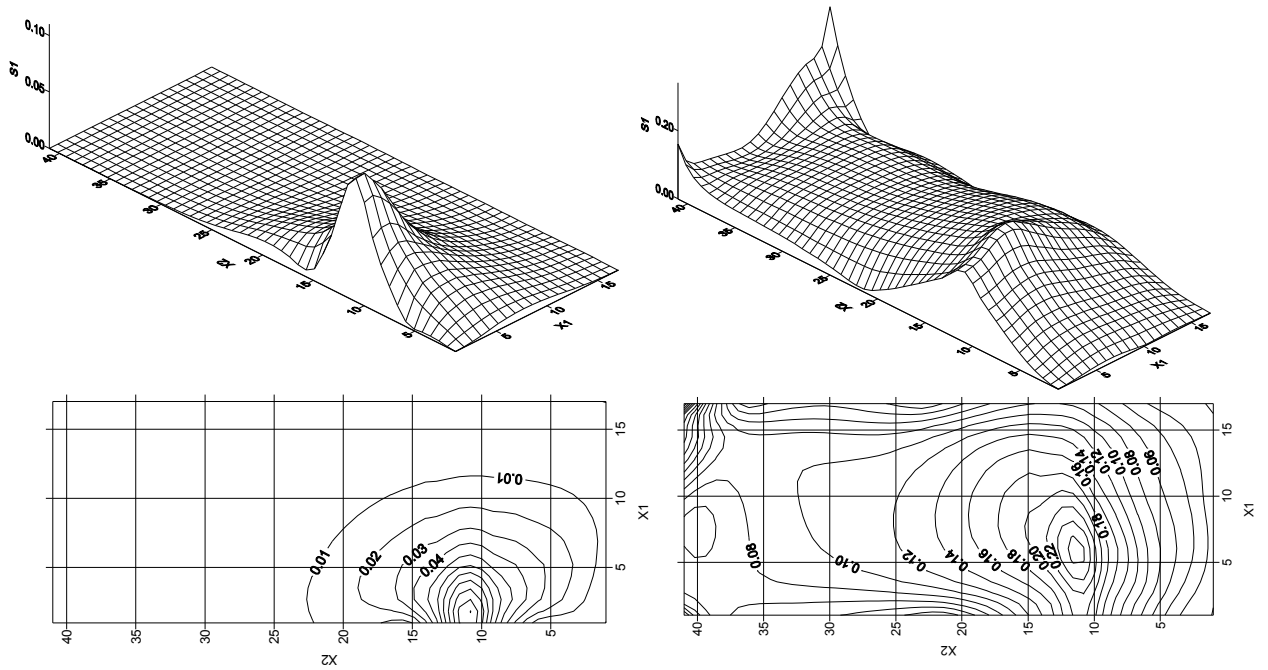


Рисунок 1 – Распределение главного напряжения σ_1 на поверхности $x_3=6h$

а в момент времени $t=192\tau$ (а), $t=512\tau$ (б) при $c^0=0.0625$

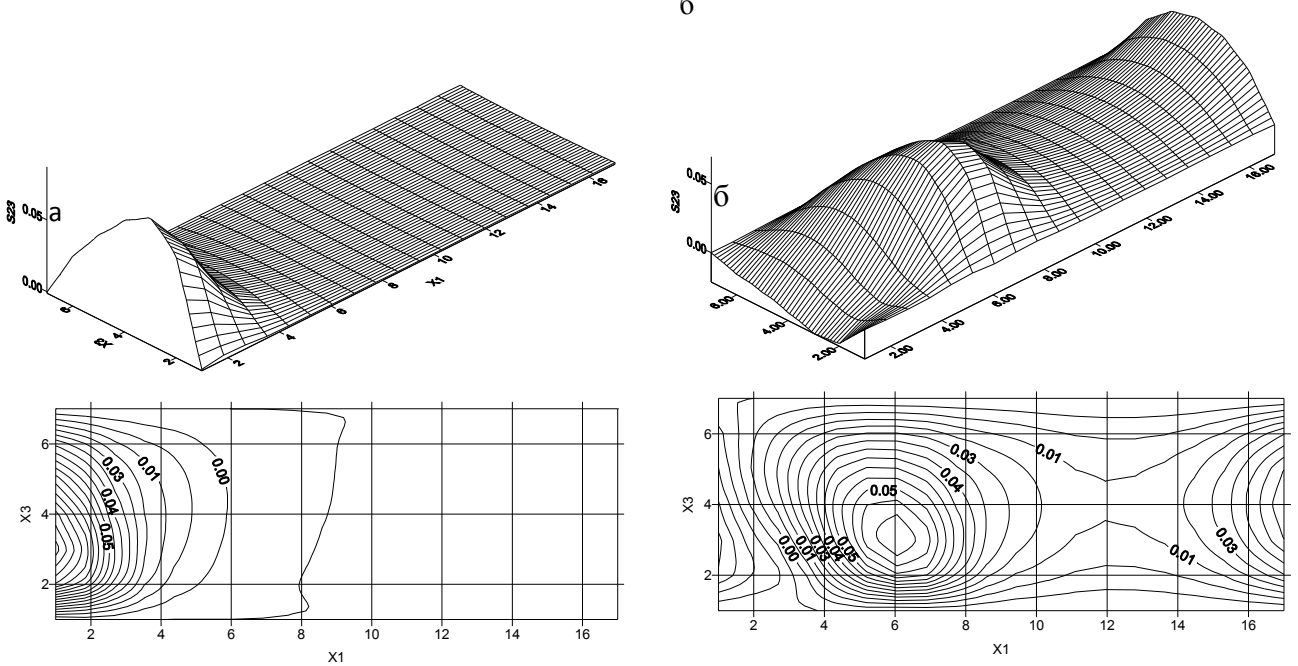


Рисунок 2 – Распределение касательных напряжений σ_{23} в плоскости $x_2=8h$

в моменты времени $t = 192\tau$ (а) и $t = 512\tau$ (б) при $C^0=0.0625$

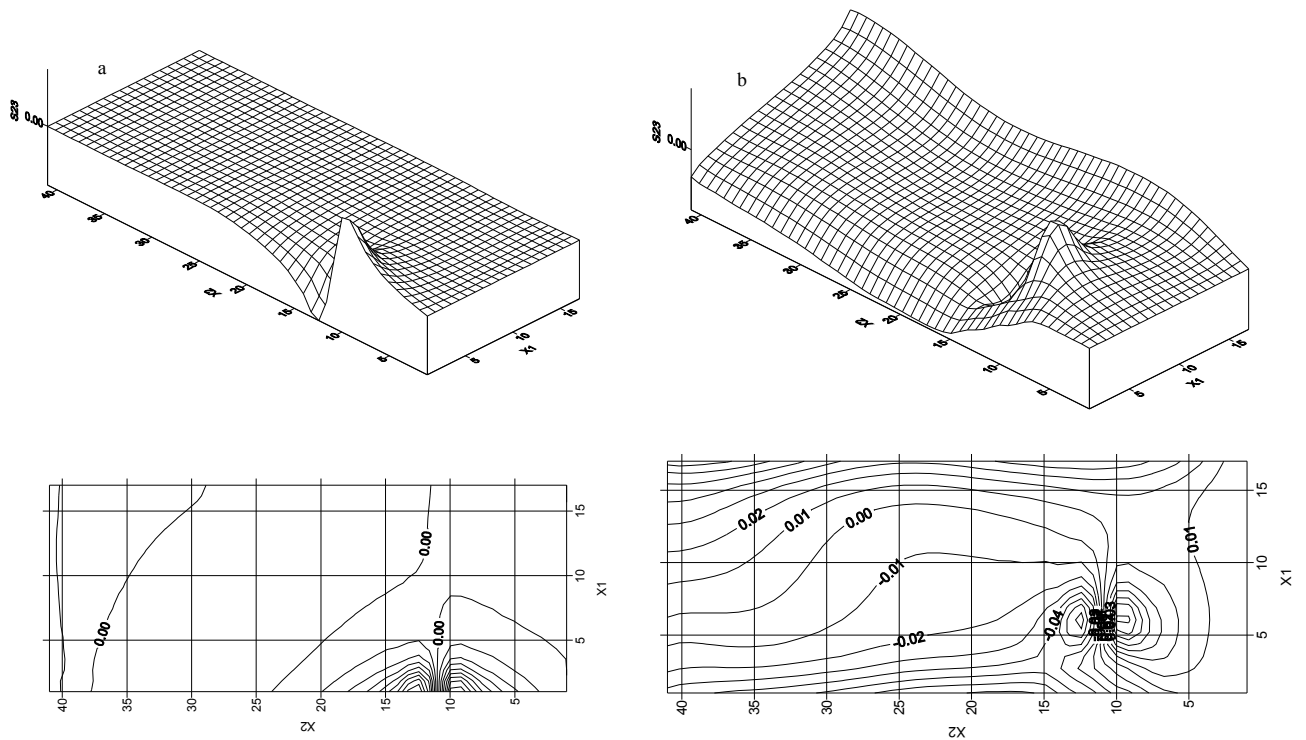


Рисунок 3 – Распределение касательных напряжений σ_{23} в плоскости $x_3=2h$ в моменты времени $t = 192\tau$ (а) и $t = 512\tau$ (б) при $C^0=0.0625$

сечения $x_2=10h$, линия по которой проходит минимум внешней нагрузки, напряжение меняет знак с «+» на «-». Наибольшие и наименьшие значения напряжений достигаются на границе полосы действия нагрузки $x_2=8h$ (положительны), $x_2= 12h$. (отрицательны).

На рисунке 4а представлена осциллограмма наиболее опасных растягивающих главных напряжений σ_1 в следующих точках линии ($x_2 = 10h, x_3=6h$): $x_1 = 0$ (кривая 1), $x_1 = 2h$ (кривая 2), $x_1 = 4h$ (кривая 3), $x_1 = 12h$ (кривая 7), $x_1 = 14h$ (кривая 8), $x_1 = 16h$ (кривая 9). Несмотря на сложное взаимодействие отраженных волн напряжений и динамических возмущений, в каждой точке пробивается

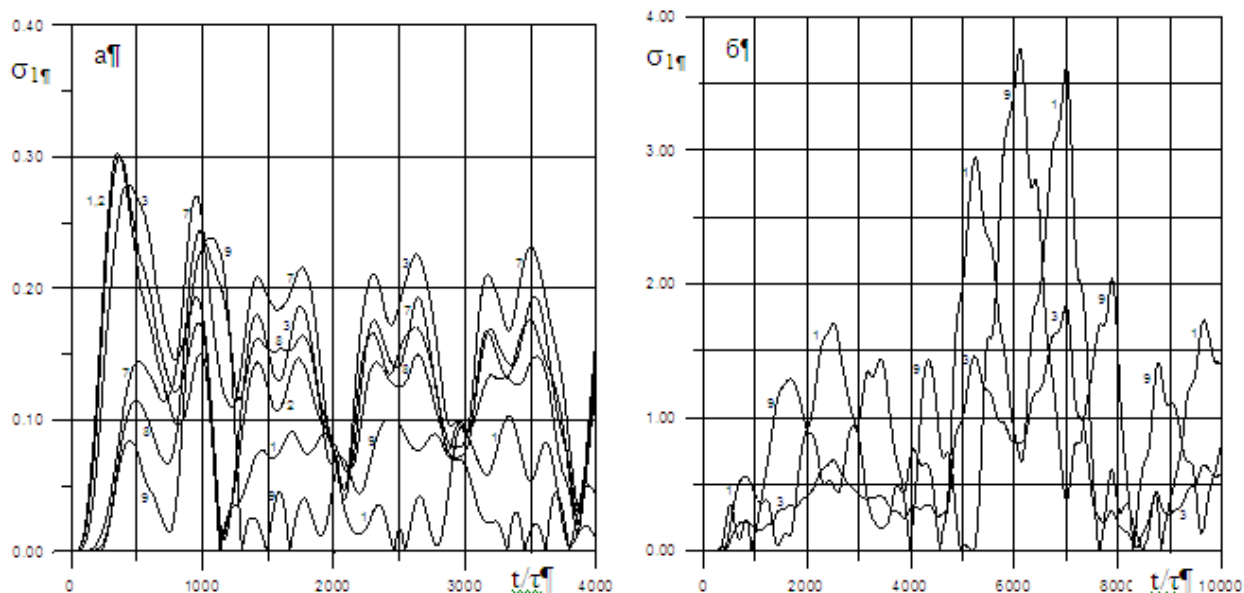


Рисунок 4 – Осциллограмма главных напряжений на линии а($x_2 = 10h$, $x_3 = 6h$), б($x_2 = 40h$, $x_3 = 6h$)

свой закон периодичности возрастания и убывания напряжений, обусловленный конечными размерами балки. Обращает внимание, что максимальное значение главного напряжения σ_1 достигается практически на начальном этапе ($t = 355\tau$, четверть времени действия внешней нагрузки) передвижения нагрузки по поверхности $x_3 = 0$. Одновременно передний фронт возмущения, двигаясь в направлении оси x_1 , достигает в момент времени $t = 64\tau$ поверхности $x_1 = 16h$, приводя к появлению отраженных от нее нормальных составляющих и диспергированных от угловых точек волн сдвига, которые обуславливают сложное взаимодействие с существующими возмущениями.

Локально распределенная нагрузка (5) по мере своего передвижения вызывает не только изгиб балки, но и ее кручение. Действительно, первое динамическое возмущение достигает закрепленную поверхность $x_2 = 40h$ по линии $x_1 = 0$, в то время как другая сторона ($x_1 = 16h$) вступает в сопротивление заметно позже. На рисунке 4б представлена осциллограмма главного напряжения σ_1 в точках $x_1 = 0$ (кривая 1), $x_1 = 4h$ (кривая 3), $x_1 = 16h$ (кривая 9) на линии ($x_2 = 40h$, $x_3 = 6h$) закрепленной поверхности. Уровни напряжений в крайних точках ($x_1 = 0$ и $x_1 = 16h$) в один и тот же момент различны, что свидетельствует о том, что балка под действием движущейся нагрузки не только изгибается, но и подвергается кручению. Главные нормальные напряжения σ_1 на закрепленной поверхности $x_2 = 40h$ достигают своих максимальных значений значительно позже. Главные напряжения σ_1 достигают локального максимального значения в точке $1(0, 10h, 6h)$ в момент времени $t = 355\tau$, в то время как в угловых точках закрепленного конца $x_2 = 40h$ балки максимальное значение достигается только в моменты времени $t = 6110\tau$ и $t = 7004\tau$ (см. таблицу 1). В эти ($t = 6110\tau$ и $t = 7004\tau$) моменты времени балка не подвергается нагружению. Внешняя нагрузка перестала действовать с момента времени $t = 1408\tau$ и обсуждаемое явление можно назвать последствием движущейся нагрузки.

В случае действия локальных нагрузок особый интерес представляют сдвиговые напряжения σ_{23} . Несмотря на то, что принятая внешняя нагрузка (5) является сглаженной (производные по осям x_1 и x_2 равны нулю в граничных точках действующей нагрузки) сдвиговые напряжения σ_{23} достигают опасных уровней на граничной линии $x_2 = (10 \pm 2) \cdot h$ движущейся нагрузки в моменты времени ($t = 1800\tau$, $t = 6150\tau$), далекие от начала действия нагрузки (см. таблица 1).

Из проведенного анализа видно, что вынужденные периодические изменения напряжений в балке, обусловленные движущейся нагрузкой, не затухают. Балка должна быть способной противостоять максимальным напряжениям, которые могут иметь место при сложном взаимодействии различных типов волн. Длительность волновых процессов в большей степени проявляется в балках с повышенной добротностью. Приведенные результаты особенно важны для балок с такими свойствами. Внутреннее сопротивление материала балки, а также необратимые пластические деформации приводят к затуханию колебаний. Эти явления здесь не обсуждаются и являются предметом отдельных исследований.

5.2. Влияние скорости c° перемещения нагрузки на напряжения в балке.

Результаты расчетов, выполненные при различных скоростях c° передвижения нагрузки по поверхности $x_3=0$, трудно сравниваются из-за того, что при медленном её передвижении сказываются эффекты интерференции различных типов волн, которые в несколько меньшей мере проявляются при относительно быстром ее передвижении. Кроме того, при медленном передвижении нагрузки балка подвергается внешнему воздействию в течение продолжительного времени и в совокупности большей нагрузки. На заключительные выводы о характере зависимостей напряжений от скорости c° передвижения нагрузки сильное влияние оказывают результаты расчетов, полученные при скорости $c^\circ = c_1/20$. С приближением к этой скорости с обеих сторон уровни расчетных напряжений приближаются к опасным. Максимальные напряжения достигаются в моменты времени, далеко удаленные от момента времени ($t = 1760\tau$), когда нагрузка перестала действовать на балку. Осциллограмма главных нормальных напряжений по-прежнему имеет периодический характер, но их амплитуда растет во времени (рисунок 5а). Расчеты были прекращены, как только было замечено снижение величины максимального расчетного напряжения σ_1 . Однако это не означает, что впредь амплитуда не будет расти. Таким образом, на фоне всех остальных результатов этот случай представляется аномальным. То обстоятельство, что амплитуда главных напряжений снижается после достижения определенного максимума свидетельствует о том, что применяемая расчетная схема решения динамической задачи является устойчивым. Описанная особенность осциллограммы

	x_1	τ		x_1	τ		ка x_1	τ	
$c^\circ = c_1/80$ $T = 7040 \tau$	2h	1658 τ	0.345 7	h h	9743 τ 3649 τ	0.09113 -0.06657	16h	8930 τ	5.231
$c^\circ = c_1/40$ $T = 3520 \tau$	4h	1210 τ	0.349	h 16h	522 τ 2237 τ	0.07943 -0.07206	16h	7222 τ	4.794
$c^\circ = c_1/20$ $T = 1760 \tau$	10h	14396 τ	0.459	16h h	6433 τ 10000 τ	0.1278 -0.1318	0	14320 τ	4.924
$c^\circ = c_1/16$ $T = 1408 \tau$	0	355 τ	0.309	16h 16h	6150 τ 1800 τ	0.1102 -0.1067	0 16h	7004 τ 6110 τ	3.624 3.766
$c^\circ = c_1/10$ $T = 880 \tau$	h	240 τ	0.291	0	155 τ	0.1043	0	2165 τ	1.154
$c^\circ = c_1/8$ $T = 704 \tau$	8h 16h	345 τ ; 565 τ	0.290 0.286	16h	570 τ	0.1192	0	1899 τ	0.8678
$c^\circ = c_1/5$ $T = 440 \tau$	10h	257 τ	0.321	16h	361 τ	0.1512	16h	385 τ	0.4721
$c^\circ = c_1/4$ $T = 352 \tau$	16h	292 τ	0.388	16h	293 τ	0.2184	16h	355 τ	0.47

Из-за возрастания времени действия нагрузки (5) при малых скоростях c° ее перемещения общая нагрузка увеличивается и уровни максимальных напряжений σ_l , естественно, возрастают.

При скоростях $c^\circ > c_1/20$ акцент несколько меняется. Доминирующие значения максимальных напряжений в закрепленном сечении балки $x_2 = 40h$ снижаются. С ростом скорости c° передвижения нагрузки более опасными становятся локальные значения главных σ_l и сдвиговых σ_{23} напряжений в окрестности области действия внешней нагрузки σ_{33} . Следует отметить, что величина главных напряжений в основном определяется нормальной компонентой напряжений σ_{22} . Из таблицы можно видеть, что с возрастанием скорости c° передвижения нагрузки степень повышения сдвиговых σ_{23} напряжений опережает темпы повышения главных напряжений σ_l . В закрепленной поверхности тренд роста главных напряжений снижается. Таким образом, при больших скоростях c° передвижения нагрузки балка должна противостоять большим уровням сдвиговых напряжений. Следует обратить внимание ещё на то обстоятельство, что при

высоких скоростях c^o передвижения нагрузки максимальные значения напряжений достигаются в ранние расчетные моменты времени, уровень снижения амплитуды максимальных напряжений и выравнивание поля напряжений происходят быстрее. Время расчетов на рисунке 5б на порядок меньше, чем на рисунке 5а.

6. Заключение. В работе проведены исследования нестационарных процессов, имеющие место в относительно толстой балке при действии нормальной к ее поверхности нагрузки, движущейся с постоянной скоростью. Для этого разработан алгоритм численного решения трехмерных динамических задач теории упругости, основанный на явной двухслойной расчетной схеме во времени и расщеплении по пространственным переменным.

В результате проведенных исследований установлено, что наибольшие напряжения реализуются в закрепленном сечении балки в различные моменты времени в зависимости от скорости передвижения внешней нагрузки. С увеличением скорости перемещения нагрузки наибольшие напряжения в области крепления балки снижаются, в то время как уровни локальных напряжений (нормальных и сдвиговых) в районе границ ее действия возрастают в большей мере, приближаясь к предельным значениям, в соответствии с известным экспериментальным фактом: при высоких скоростях разрушение балки обусловлено напряжениями среза.

Представляется важным установленный для конкретных условий расчета и требующий дальнейших исследований «аномальный» результат при скорости $c^o = c_l/20$ перемещения нагрузки по поверхности балки, заключающийся в достижении максимальных значений напряжений в моменты времени далекие от момента времени, когда движущаяся нагрузка перестала действовать.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1964. – 336 с.
- 2 Баженов Б. Г., Кибец А.И., Садырин А.И. О модификации схемы Уилкинса численного решения трехмерных динамических задач // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький, 1986. – Вып. 34. – С. 14-19.
- 3 Булычев Г.Г. Использование метода характеристических поверхностей в трехмерных задачах динамики изотропных упруго-пластических тел // Прикладные аспекты анализа распределенных систем. АН СССР, Институт физико-технических проблем, 1990. – С. 41-59.
- 4 Тарабрин Г.Т. Численное решение нестационарных задач динамики анизотропной упругой среды // Изв. АН СССР. – МТТ. – 1982. – № 2. – С. 83-95.

5 Каримбаев Т.Д., Мамаев Ш. Применение метода бихарактеристик к исследованию распространения упруго-пластических волн в параллелепипеде // Механика и моделирование процессов технологии. – Тараз, 1995. – Вып. 1. – С. 32-36.

6. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М., 1964. – 930 с.

7 Ержанов Ж.С, Каримбаев Т.Д., Байтелиев Т. Волны напряжений в однородных и неоднородных средах. – Алматы: Гылым, 1998. – 141 с.

8 Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

9 Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. Теория упругости и пластичности. – М.: Физматлит, 2002. – 415 с.

10 Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Пер. с англ. / Под ред. М. Э. Эглит. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 320 с.

REFERENCES

1 Panovko Ja.G., Gubanova I.I. Ustojchivost' i kolebanija uprugih sistem. – М.: Nauka, 1964. 336 s. (in Russ).

2 Bazhenov B. G., Kibec A.I., Sadyrin A.I. O modifikacii shemy Uilkinsa chislenного reshenija trehmernyh dinamicheskikh zadach // Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti./ Gor'kij, 1986. Vyp. 34. S. 14-19. (in Russ).

3 Bulychev G.G. Ispol'zovanie metoda harakteristicheskikh poverhnostej v trehmernyh zadachah dinamiki izotropnyh upругo-plasticheskikh tel. // Prikladnye aspekty analiza raspredeleennyh sistem./ AN SSSR, Institut fiziko-tehnicheskikh problem, 1990. С. 41-59. (in Russ).

4 Tarabrin G.T. Chislennoe reshenie nestacionarnyh zadach dinamiki anizotropnoj upругoj sredy // Izv. AN SSSR. MTT. 1982. №2. С. 83-95. (in Russ).

5 Karimbaev T.D., Mamaev Sh. Primenenie metoda biharakteristik k issledovaniju rasprostraneniya upругo-plasticheskikh voln v parallelepипеde. // Mehanika i modelirovanie processov tehnologii. Taraz, 1995. Vyp. 1. S.32-36. (in Russ).

6 Kurant R. Uravnenija s chastnymi proizvodnymi. – М., 1964. 930 s. (in Russ).

7 Erzhanov Zh.S, Karimbaev T.D., Bajteliev T. Volny naprjazhenij v odnorodnyh i neodnorodnyh sredah. – Алматы: Gylym, 1998. 141 s. (in Russ).

8 Magomedov K.M., Holodov A.S. Setochno-harakteristicheskie chislennye metody.- М.: Nauka, 1988. 288 s. (in Russ).

9 Gorshkov A.G., Starovojtov Je.I., Tarlakovskij D.V. Teorija uprugosti i plastichnosti. – M.:Fizmatlit, 2002. 415 s. (in Russ).

10 Mejr Dzh. Teorija i zadachi mehaniki sploshnyh sred: Per. s angl./Pod red. Jeglit M.Je.. Izd. 3-e. – M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2010. 320 s. (in Russ).

Резюме

Ш. М. Мамаев

(Москва физика-техника институты, Мәскеу, Ресей)

ҚОЗҒАЛАТЫН ЖҮКТЕМЕМЕН АРҚАЛЫҚТЫ КӨЛДЕНЕҢ СОҚҚЫЛАУДЫ САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ

Арқалықтың бетіне тұрақты жылдамдықпен қозғалатын қалыпты кернеу әсер еткенде пайда болған ста-ционар емес процестерге зерттеулер жүргізілді. Ең үлкен кернеулер сыртқы жүктеменің қозғалу жылдам-дығына байланысты әртүрлі уақыт кезеңінде арқалықтың қатты бекітілген қимасының маңында болатыны анықталды. Жүктеменің қозғалу жылдамдығы өскенде арқалықтың қатты бекітілген қимасының маңында ең үлкен кернеулердің шамасы азаяды, ал сол уақытта локаль қалыпты және жылжу кернеулерінің шамасы жүк-теменің әсер ету ауданында және оның шекарасында өседі және өзінің шекті мәніне жақындайды. Бұл өте жоғары жылдамдықты соққыда арқалықтың қирауы жылжу кернеуінен болады деген белгілі эксперименталь фактке сай келеді.

Тірек сөздер: арқалық, басты, қалыпты, жылжу кернеуі, интерференция, дифракция, шағылысу, қирау.

Summary

Sh. M. Mamaev

(Moscow institute of physics and technology, Moscow, Russia)

NUMERICAL RESEARCH BEHAVIOUR OF THE BEAM AT CROSS BLOW MOVING LOADING

Researches non-stationary processes in a beam under the action of the normal to the surface of the load moving at a constant speed. Found that the maximum stresses are implemented in a fixed section of a beam at different times depending on the speed of the external load. With the increasing speed of the load maximum stresses in the attachment of a beam falling, while the levels of local normal and shear stresses in the limits of its action increases to a greater extent, approaching the limit values in accordance with the known experimental fact: the high rate of failure of beams due to shear stress.

Keywords: beam, main, normal, shear stress, interference, diffraction, reflection, destruction.

Поступила 08.08.2013 г.