

*Н.И. МАРТЫНОВ, М.А. РАМАЗАНОВА, А.А. ТУЛЕШОВА\**

(Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова МОН РК, г. Алматы;

\* Национальная инженерная академия РК, г. Алматы)

## **ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ВЫНУЖДЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ СЕЙСМИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА**

*(Представлена академиком НАН РК Г.У. Уалиевым)*

### **Аннотация**

Проведено исследование георезонансов общих вынужденных колебаний сейсмического крутильного маятника, позволившее понять и объяснить наблюдаемое на практике пикообразное и бухтообразное поведение его угла закручивания в период подготовки будущего землетрясения. Смоделированы синтетические бухты, соответствующие реальным записям приборов маятникового типа «Алем».

**Ключевые слова:** колебания, маятник, георезонанс, приборы, землетрясение.

**Кілт сөздер:** маятник, георезонанс, аспаптар, жер сілкінісі.

**Keywords:** oscillation, the pendulum, georezonans, devices, earthquake.

**Введение.** Известно [1-3], что надежность среднесрочного прогноза землетрясений (на 3-5 лет вперед) по комплексу геолого-геофизических параметров существенно ниже 50% и в редких случаях приближается к 50%. Ситуация с краткосрочным (на месяцы, недели, дни вперед) и оперативным прогнозом (на дни, часы, минуты вперед) до середины семидесятых годов прошлого столетия была еще хуже: практически отсутствовали оценки надежности прогнозных предвестников землетрясений.

Исследования по изучению и применению сейсмического шума Земли - микросейсм, возникли в сейсмологии в годы холодной войны в связи с необходимостью мониторинга подземных ядерных испытаний, так как они ограничивали точность наблюдательных сетей с всевозрастающей чувствительностью. Эти исследования были проведены с большой тщательностью и выявили, что источниками микросейсм являются очаги будущих землетрясений. После этого сейсмические крутильные маятники стали применяться в области краткосрочного и оперативного прогноза землетрясений [4-6] (группа И. И. Калинникова, ИФЗ АН СССР), и дела в этой области стали приобретать осмысленный характер.

Территория юга и юго-востока Казахстана является одной из наиболее сейсмоактивных областей стран СНГ [7]. После Спитакского землетрясения в течение 1989 – 1993 гг. на территории Казахстана была создана сеть станций из 9 полигонов наблюдения за сейсмической ситуацией на юго-востоке Республики. Каждый сейсмополигон был оборудован двумя крутильными маятниками и другими приборами, регистрация показаний которых велась в режиме реального времени. В настоящее время маятники демонтированы, т.к. они выработали свой эксплуатационный ресурс. В ближайшее время предполагается установка крутильных сейсмических маятников нового поколения.

Опыт эксплуатации сети позволил собрать уникальный материал о готовящихся землетрясениях и показал, что прогнозные признаки могут проявляться от нескольких часов до нескольких суток перед землетрясением. Впервые в мировой сейсмологической практике были установлены бухтообразные изменения угла закручивания маятника в период подготовки будущих землетрясений. Как показала практика эксплуатации маятников [8] примерно в 70% случаях перед землетрясением проявлялась бухта угла закручивания.

Несмотря на определённые успехи в понимании связи поведения крутильного маятника с сейсмической обстановкой, установить какие-либо количественные соотношения до сих пор не удалось и, в первую очередь, из-за отсутствия достаточно строгой теории. Несмотря на прогресс в компьютерных технологиях и численных методах, для глубокого понимания явления необходимо приближённое аналитическое решение. Численное интегрирование дифференциальных уравнений не позволяет "перебрать все варианты", а значит полно понять и объяснить физику явления. Отсюда следует, что востребована и необходима аналитическая теория крутильного сейсмического маятника, которая начала разрабатываться в Казахстане с 2004 года [9].

В работе [10] приведены основные положения теории колебаний сейсмического крутильного маятника [9]. На их основе исследованы георезонансы вынужденных колебаний маятника, близких к плоско поляризованным определяющие природу аномального поведения сейсмического крутильного маятника в период подготовки будущего землетрясения. Смоделированы синтетические бухты, соответствующие реальным записям приборов «Алем».

В настоящем исследовании результаты работы [10] с определенными модификациями перенесены на общий случай вынужденных нелинейных колебаний сейсмического крутильного маятника.

**1. Основные положения теории колебаний сейсмического крутильного маятника.** Приведем основные положения теории колебаний сейсмического крутильного маятника [9,10], которые понадобятся нам в дальнейшем.

Сейсмический крутильный маятник представляет собой галтель (или две одинаковые галтели, скреплённые под прямым углом между собой) с одинаковыми грузиками на концах, соединённую жесткой упругой нитью с точкой подвеса. Маятник заключён в вакуумную камеру, установленную на твердом постаменте. Точка подвеса маятника закреплена на верхней крышке камеры. Поле сил тяжести предполагается однородным по пространству и времени. В вакуумной камере отсутствуют электрические и магнитные поля. Принимается, что жесткая упругая нить практически не работает на изгиб, а крутящий момент сопротивления упругой нити пропорционален углу закручивания маятника. Диссипация энергии происходит за счёт вязкого трения в сферическом подшипнике, закреплённом в точке подвеса маятника. Такие упрощения сделаны для того, чтобы уменьшить число степеней свободы, поскольку дополнительные степени свободы, по словам И.И. Калинникова, "не меняют существа дела, но загрязняют эксперимент" [4].

Такой маятник назван модельным и его механические параметры есть параметры реального маятника, который работал на станции «Медео». Он имел три степени свободы ( $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ) в модифицированной эйлеровой системе координат (система координат Эйлера повернута против хода часовой стрелки вокруг оси  $Ox$  на  $90^\circ$ ).

Низкочастотные микросейсмы, идущие из очагов будущих землетрясений, вызывают колебательные движения корпуса прибора и точки подвеса маятника. Корпус прибора совершает поступательное движение с ускорением  $\vec{w}$  и может поворачиваться с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$  и угловым ускорением  $\vec{\varepsilon}$ . Сложное движение корпуса прибора выступает как совокупность внешних инерциальных сил, обуславливающих сложные вынужденные колебания сейсмического маятника.

После того, как определены физические положения теории, выводятся уравнения движения маятника в эйлеровой, лагранжевой, гамильтоновой формах [9]. При этом учтено, что на маятник в точке подвеса действует малый тормозящий момент вязкого трения, пропорциональный вектору относительной угловой скорости маятника. Необходимость записи уравнений движения в гамильтоновой форме обусловлена дальнейшим применением хорошо разработанного и обоснованного метода усреднения [11,12]. Уравнения Гамильтона записаны для натуральной системы, поскольку силы, действующие на маятник, разнородны по своему масштабу, что позволяет их оценить и значительно упростить уравнения движения.

Проведена оценка параметров маятника и воздействия микросейсм на грунт. Показано, что модельный сейсмический маятник можно считать практически симметричным. В дальнейшем теория, в целях упрощения, строится для симметричного маятника.

Исследованы собственные линейные свободные, затухающие и вынужденные колебания маятника [9]. Выделен малый параметр  $\mu$ , который представляет собой отношение его частот линейных крутых и нутационных колебаний. Для модельного сейсмического маятника  $\mu = 0,0076$ . С использованием закона момента импульса относительно вертикальной оси, проводится замена переменных:

$$\psi = F_1(q_1, q_2, q_3) = \arcsin\left(\frac{q_1\sqrt{1-\frac{q_1^2}{4}}}{Z_0} \cos q_3\right), \quad \theta = F_2(q_1, q_2, q_3) = \arcsin\left(q_1\sqrt{1-\frac{q_1^2}{4}} \sin q_3\right), \quad (1.1)$$

$$\varphi = F_1(q_1, q_2, q_3) = q_2 + \arcsin\left(\frac{q_1^2 \sin(2q_3)}{4 Z_0}\right) \cos \theta = \sqrt{\cos^2 q_3 + \left(1 - \frac{q_1^2}{2}\right)^2 \sin^2 q_3} = Z_0$$

которая позволяет ввести координату  $q_3$ , близкую к циклической, и значительно упростить исследование.

Анализ экспериментальных данных [9] позволяет перейти к безразмерным переменным с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \psi &= \mu \bar{\psi}, \quad \theta = \mu \bar{\theta}, \quad \varphi = \mu \bar{\varphi}, \quad q_1 = \mu \bar{q}_1, \quad q_2 = \mu \bar{q}_2, \quad p_\psi = \mu J n \bar{p}_\psi, \quad p_\theta = \mu J n \bar{p}_\theta, \quad p_\varphi = \mu^2 J n \bar{p}_\varphi, \\ P_1 &= \mu J n \bar{P}_1, \quad P_2 = \mu^2 J n \bar{P}_2, \quad P_3 = \mu^2 J n \bar{P}_3, \quad t = \frac{\bar{t}}{n}, \quad w_z = g w_0 \mu^3 \bar{w}_z, \quad w_0 = \frac{w}{g}, \quad \Omega = \mu^3 \Omega_0 n \bar{\Omega}, \quad (1.2) \\ \varepsilon &= \mu^4 \varepsilon_0 n^2 \bar{\varepsilon}, \quad c = \mu^3 a J n^2, \quad J_z = \mu a J, \quad J_x = J_y = J, \quad J_{(xy)} = \left(1 - \frac{\mu a}{2}\right) J, \quad J_{(xz)} = J_{(zy)} = \frac{\mu a}{2} J, \end{aligned}$$

а уравнения движения с точностью до  $\mu^3$  включительно записать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{q}}_1 &= \left(1 - \frac{\mu^2 \bar{q}_1^2}{4}\right) \bar{P}_1, \quad \dot{\bar{q}}_2 = \frac{\bar{P}_2}{a} - \frac{\mu}{2} \bar{P}_3, \quad \dot{\bar{q}}_3 = \frac{\mu^2}{4} (\bar{P}_3 - 2\bar{P}_2) + \frac{\bar{P}_3}{\bar{q}_1^2}, \\ \dot{\bar{P}}_1 + 2 \mu f_0 \bar{P}_1 + \bar{q}_1 - \frac{\bar{P}_1^2}{\bar{q}_1^3} &= \frac{\mu^2 \bar{q}}{4} \bar{P}_1^2 + \mu^2 f_{11} + \mu^3 f_{12}, \quad \dot{\bar{P}}_2 + 2 \mu f_0 \bar{P}_2 + \mu^2 a \bar{q}_2 = \mu^3 f_{22}, \quad (1.3) \\ \dot{\bar{P}}_3 + 2 \mu f_0 \bar{P}_3 &= \mu^2 f_{31} + \mu^3 f_{32}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 f_{11} &= (\bar{w}_1 \cos q_3 - \bar{w}_3 \sin q_3) w_0, f_{12} = -\left\{ w_0 \bar{w}_2 \bar{q}_1 + \varepsilon_0 (\bar{\varepsilon}_3 \cos q_3 + \bar{\varepsilon}_1 \sin q_3) + 2\Omega_0 \bar{\Omega}_2 \frac{\bar{P}_3}{\bar{q}_1} \right\}, \\
 f_{22} &= -a \left\{ \varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_2 + \Omega_0 \left[ \bar{P}_1 (\bar{\Omega}_1 \cos q_3 - \bar{\Omega}_3 \sin q_3) - \frac{\bar{P}_3}{\bar{q}_1} (\bar{\Omega}_1 \sin q_3 + \bar{\Omega}_3 \cos q_3) \right] \right\}, \\
 f_{31} &= -w_0 \bar{q}_1 (\bar{w}_1 \sin q_3 + \bar{w}_3 \cos q_3), \quad f_{32} = -a \{ 2\Omega_0 \bar{\Omega}_2 \bar{P}_1 - \varepsilon_0 (\bar{\varepsilon}_3 \sin q_3 - \bar{\varepsilon}_1 \cos q_3) \}
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Здесь  $\square$  - расстояние от центра тяжести маятника до центра тяжести галтели;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $n$  - частота линейных нутационных колебаний маятника;  $w_0, \Omega_0, \varepsilon_0$  - характерные масштабы внешних возмущений;  $J$  - момент инерции маятника относительно оси  $Ox$ ;  $\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3, \bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2, \bar{\Omega}_3, \bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$  - проекции безразмерных возмущений на неподвижные оси;  $f_0$  - безразмерный коэффициент трения;  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$  - безразмерные обобщенные импульсы, соответствующие угловым координатам  $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3$ . В дальнейшем черточки над безразмерными переменными опускаются, где это не вызывает недоразумений.

На первом этапе строится порождающее решение, которое при  $P_3(0)=P_0 \neq 0$  описывает общий случай колебаний, а при  $P_0=0$  - линейно поляризованные (плоско поляризованные) колебания маятника. Под линейно поляризованными колебаниями понимаются колебания маятника в фиксированной плоскости. Далее строятся операторы сглаживания с использованием операторов усреднения при постоянных возмущениях [11,12], после чего выписываются искомые аналитические выражения для собственных свободных и затухающих колебаний маятника.

Затем с помощью метода вариации произвольных постоянных, техники методов усреднения строится решение вынужденных колебаний сейсмического маятника в виде квадратур. Соответствующие теоремы метода усреднения гарантируют близость точных и приближенных аналитических решений на достаточно большом отрезке времени [11, 12], что позволяет исследовать вынужденные колебания сейсмического маятника в широком диапазоне внешних возмущений и утверждать, что его движение детерминировано и предсказуемо (в отличие от работы [4]).

**2. Преобразование уравнений.** Преобразуем уравнения вынужденных колебаний маятника (1.3) к виду, удобному для дальнейших исследований. Предварительно произведём замену неизвестных переменных:

$$q_1 = ue^{-\tau/2}, \quad P_3 = Pe^{-\tau}, \quad \tau = 2\mu f_0, \tag{2.1}$$

где  $\tau$  – медленное время. Выражая из первого уравнения (1.3) импульс  $P_1$  и подставляя в четвертое уравнение (1.3) с учётом (2.1), получим:

$$\ddot{u} + (1 - \mu^2 f_0^2) u - \frac{P^2}{u^3} = \frac{\mu^2}{4} e^{-\tau} \left\{ u^3 - u \dot{u}^2 - \frac{P^2}{u} \right\} + \mu^2 e^{\tau/2} \{ f_{11} + \mu f_{12} \}. \tag{2.2}$$

Определяя импульс  $P_2$  из второго уравнения (1.3) и подставляя в пятое уравнение (1.3), получим:

$$\ddot{q}_2 + 2\mu f_0 \dot{q}_2 + \mu^2 q_2 = \mu^3 \left( \frac{f_{22}}{a} - \frac{1}{2} f_{31} \right). \tag{2.3}$$

Членами чётвёртого порядка малости по  $\mu$  и выше пренебрегаем. Шестое уравнение (1.3) с учётом (2.1) запишется в виде:

$$\dot{P} = \mu^2 e^\tau (f_{31} + \mu f_{32}). \tag{2.4}$$

В уравнениях (2.2) – (2.4) величины внешних возмущений  $f_{11}, \dots$  вычисляются по формулам (1.4).

Решение уравнения (2.3), согласно формуле Дюамеля с учётом (2.1), можно представить в виде:

$$q_2(t) = e^{-\tau/2} \left[ q_{20} \cos(\omega_2 t) + \frac{1}{\omega_2} \left( \dot{q}_{20} + \mu f_0 \sin(\omega_2 t) \right) \right] + \frac{\mu^2}{\sqrt{1-f_0^2}} \int_0^t e^{-\mu f_0(t-s)} G(s) \sin[\omega_2(t-s)] ds, \quad (2.5)$$

где  $\omega_2 = \mu \sqrt{1-f_0^2}$

$$G(S) = \varepsilon_0 \varepsilon_2 + e^{-\mu f_0 S} \left\{ \left[ \frac{w_0}{2} u w_1 + \Omega_0 \left( \Omega_3 \dot{u} + \frac{P}{u} \Omega_1 \right) \right] \sin q_3 + \left[ \frac{w_0}{2} u w_3 + \Omega_0 \left( \frac{P}{u} \Omega_3 - \dot{u} \Omega_1 \right) \right] \cos q_3 \right\} \quad (2.6)$$

В (2.5) пределы интегрирования выбраны так, чтобы удовлетворились начальные условия. Из (2.5) следует, что колебания  $q_2(t)$  состоят из собственных затухающих колебаний и вынужденных колебаний, связанных внешними силами извне.

Уравнение второго порядка (2.2) заменим эквивалентной системой двух уравнений первого порядка, записанной в стандартной форме. Для этого воспользуемся методом вариации произвольных постоянных. Решение (2.2) ищем в виде:

$$u = \sqrt{\delta_0(\alpha + \Delta \cos \psi)}, \quad \dot{u} = -\frac{\omega_0 \delta_0 \Delta \sin \psi}{2u}, \quad (2.7)$$

где  $\psi = \psi(t) = \omega_0(t - \beta), \quad \Delta = \Delta(t) = \sqrt{\alpha^2 - \frac{P^2}{\delta_0}}, \quad \omega_0 = 2 \left( 1 - \frac{\mu^2 f_0^2}{2} \right), \quad \delta_0 = 1 + \mu^2 f_0^2$ . (2.8)

Здесь  $\alpha = \alpha(t), \beta = \beta(t)$  - неизвестные функции, а  $P = P(t)$  является решением уравнения (2.4). Подставляя (2.7) в (2.2), выполняя несложные преобразования и удерживая члены до  $\mu^2$  включительно, получим:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\frac{\mu^2}{4} e^{-\tau} \Delta^2 \sin 2\psi - \frac{\mu^2 e^{\tau/2}}{\sqrt{\alpha + \Delta \cos \psi}} \left( \overset{\circ}{f}_1 \Delta \sin \psi + P \overset{\circ}{f}_2 \right), \\ \dot{\psi} &= \omega_0 - \frac{\mu^2}{2} e^{-\tau} (\Delta + \alpha \cos \psi) \cos \psi - \frac{\mu^2 e^{\tau/2}}{\Delta \sqrt{\alpha + \Delta \cos \psi}} \left( (\Delta + \alpha \cos \psi) \overset{\circ}{f}_1 + P \overset{\circ}{f}_2 \sin \psi \right), \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $\overset{\circ}{f}_1 = w_0 (w_1 \cos q_3 - w_3 \sin q_3), \quad \overset{\circ}{f}_2 = w_0 (w_1 \sin q_3 + w_3 \cos q_3)$ . (2.10)

В обозначениях (2.10) с точностью до  $\mu^2$  включительно соотношение (2.4) запишется в виде:

$$\dot{P} = -\mu^2 \sqrt{\alpha + \Delta \cos \psi} \cdot e^{\tau/2} \overset{\circ}{f}_2. \quad (2.11)$$

Приведём третье уравнение (1.3) к стандартной форме, выполнив замену переменной по формуле [9]:

$$q_3 = q_3^* + \chi(t) - \arctg \left( \frac{\kappa \sin(2\beta_0)}{1 + \cos(2\beta_0)} \right), \quad \chi(t) = \arg \left( k \tg \frac{\psi}{2} \right), \quad \kappa = \frac{P}{\alpha + \Delta}, \quad \tilde{\Delta} = \sqrt{\alpha^2 - P^2} \quad (2.12)$$

Тогда третье уравнение (1.3) в новых переменных примет вид:

$$\dot{q}_3^* = \frac{\mu^2}{4} (P_3 - 2P_2) + \mu^2 G_3(\alpha, \psi, P, \tau, \beta_0) \quad (2.13)$$

где  $G_3(\alpha, \psi, P, \tau, \beta_0)$  - известная функция, явный вид которой пока не приводим, а  $\psi_0 = -\omega_0 \beta_0$  - начальная фаза, которую всегда можно сделать равной нулю, сдвинув начальный отсчёт времени.

Таким образом, система уравнений (1.3) заменена эквивалентной системой уравнений (2.5), (2.9), (2.11), (2.13), которая более удобна для дальнейших исследований.

**3. Общий случай вынужденных колебаний.** Запишем решение для свободных нелинейных затухающих нутационных колебаний маятника (общий случай колебаний) [9,13]:

$$\begin{aligned} \alpha &= \bar{\alpha} + \mu^2 u_1 = \left( \alpha_0 - \frac{\mu^2 \Delta_0^2}{16} \cos 2\psi_0 \right) + \frac{\mu^2 \Delta_0^2}{16} e^{-\tau} \cos 2\psi_* \\ \psi &= \bar{\psi} + \mu^2 v_1 = \psi_* - \frac{\mu \alpha_0}{8f_0} (1 - e^{-\tau}) + \frac{\mu^2}{4} N_\psi \\ N_\psi &= \Delta_0 \sin \psi_0 + \frac{\alpha_0}{4} \sin 2\psi_0 - e^{-\tau} \left[ \Delta_0 \sin \psi_* + \frac{\alpha_0}{4} \sin 2\psi_* \right], \quad \psi_* = \omega_0 t + \psi_0, \quad \Delta_0 = \sqrt{\alpha_0^2 - P_0^2}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Воспользуемся методом вариации произвольных постоянных, считая  $\alpha_0$ ,  $\psi_0$  функциями времени. Дифференцируя первые два соотношения (3.1) по времени и подставляя в (2.9), получим систему двух уравнений относительно  $\dot{\alpha}_0$ ,  $\dot{\psi}_0$ , решением которой будет:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_0 &= -\mu^2 F_{11} = -\frac{\mu^2 e^{\tau/2}}{X} \left( \overset{\circ}{f}_1 \Delta_0 \sin \psi_* + P_0 \overset{\circ}{f}_2 \right), \quad X = \sqrt{\alpha_0 + \Delta_0 \cos \psi_*}, \\ \dot{\psi}_0 &= -\mu^2 F_{12} = -\frac{\mu^2 e^{\tau/2}}{\Delta_0 X} \left( (\Delta_0 + \alpha_0 \cos \psi_*) \overset{\circ}{f}_1 + P_0 \overset{\circ}{f}_2 \sin \psi_* \right), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где  $\overset{\circ}{f}_1$ ,  $\overset{\circ}{f}_2$  определены соотношениями (2.10). Соотношение (2.12) с точностью до  $O(1)$  включительно можно преобразовать к виду:

$$q_3 \approx q_3^* + \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{\alpha - \Delta}{\alpha + \Delta}} \operatorname{tg} \frac{\psi_*}{2} \right) - \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{\alpha - \Delta}{\alpha + \Delta}} \operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2} \right). \quad (3.3)$$

Из соотношения (2.11) следует, что с точностью до  $O(1)$   $q_3^* = q_3^*(0) = q_3(0) = q_{30}$ .

$$\begin{aligned} \cos q_3 &= \frac{1}{XX_0} \left[ X_1 \cos q_{30} - P_0 \sin q_{30} \sin \left( \frac{\psi_* - \psi_0}{2} \right) \right], \\ \sin q_3 &= \frac{1}{XX_0} \left[ X_1 \sin q_{30} + P_0 \cos q_{30} \sin \left( \frac{\psi_* - \psi_0}{2} \right) \right], \\ X_0 &= \sqrt{\alpha_0 + \Delta_0 \cos \psi_0}, \quad X_1 = \left[ \Delta_0 \cos \left( \frac{\psi_* + \psi_0}{2} \right) + \alpha_0 \cos \left( \frac{\psi_* - \psi_0}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Учитывая (2.10), (3.4), систему уравнений (3.2) после ряда преобразований можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_0 &= -\frac{\mu^2}{X_0} e^{\tau/2} w_0 \left\{ f_1^* \left[ X_0^2 \sin \xi + \Delta_0 \sin \psi_0 \cos \xi \right] + f_3^* P_0 \cos \xi \right\} \\ \dot{\psi}_0 &= -\frac{\mu^2}{\Delta_0 X_0} e^{\tau/2} w_0 \left\{ f_1^* \left[ Y_0^2 \cos \xi - \alpha_0 \sin \psi_0 \sin \xi \right] + f_3^* P_0 \sin(\xi + \psi_0) \right\} \\ Y_0^2 &= \Delta_0 + \alpha_0 \cos \psi_0, \quad \xi = \frac{\omega_0 t}{2} = \omega_1 t, \quad \omega_1 = \left( 1 - \frac{\mu^2 f_0^2}{2} \right), \\ f_1^* &= w_1 \cos q_{30} - w_3 \sin q_{30}, \quad f_3^* = w_1 \sin q_{30} + w_3 \cos q_{30}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Сдвинув немного отсчёт времени так, чтобы начальная фаза нутационных колебаний  $\psi_{00} = \psi_0(0)$  была равна нулю, решение системы уравнений запишем в виде:

$$\alpha_0 = \alpha_{00} - \mu^2 \int_0^t e^{-\tau/2} (\kappa_{11} f_1^* \sin \xi + \kappa_{12} f_3^* \cos \xi) dt, \quad \psi_0 = -\frac{\mu^2}{\Delta_{00}} \int_0^t e^{-\tau/2} (\kappa_{11} f_1^* \cos \xi + \kappa_{12} f_3^* \sin \xi) dt, \quad (3.6)$$

где

$$\alpha_{00} = \alpha_0(0), \quad \kappa_{11} = w_0 \sqrt{\alpha_{00} + \Delta_{00}}, \quad \kappa_{12} = \frac{w_0 P_0}{\sqrt{\alpha_{00} + \Delta_{00}}}, \quad \Delta_{00} = \sqrt{\alpha_{00}^2 - P_0^2}. \quad (3.7)$$

Используя (2.1), (3.1), (3.2), определим  $q_1$ :

$$\begin{aligned} q_1(t) &= q_{1c}(t) + q_{1e}(t), \quad q_{1c}(t) = \frac{\sqrt{\delta_0} e^{-\tau/2}}{u_0} \left\{ u_0^2 + \frac{\mu \alpha_{00} (1 - e^{-\tau})}{16 f_0} + \frac{\mu^2 \Delta_{00}^2}{32} [e^{-\tau} G_{11} \sin 2\xi - G_{12} (1 - e^{-\tau} \cos 4\xi)] \right\} \\ q_{1e}(t) &= \frac{\mu^2 e^{-\tau/2}}{2u_0} \left\{ \sin 2\xi \int_0^t e^{\mu f_0 S} [\kappa_{11} f_1^*(S) \cos \omega_1 S + \kappa_{12} f_3^*(S) \sin \omega_1 S] dS - \right. \\ &\quad \left. - G_{12} \int_0^t e^{\mu f_0 S} [\kappa_{11} f_1^*(S) \sin \omega_1 S + \kappa_{12} f_3^*(S) \cos \omega_1 S] dS \right\}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$G_{11} = 4 \sin 2\xi + \frac{\alpha_{00}}{\Delta_{00}} \sin 4\xi, \quad G_{12} = 1 + \frac{\alpha_{00}}{\Delta_{00}} \cos 2\xi, \quad u_0 = \sqrt{\alpha_{00} + \Delta_{00} \cos 2\xi}, \quad \xi = \omega_1 t.$$

Выражение  $q_{1e}(t)$  описывает вынужденные нутационные колебания.

**3.1 Резонансные соотношения.** Внешние возмущения, действующие на маятник, можно разложить в ряд Фурье, и, следовательно, оценить вклад каждой гармоники в вынужденные колебания. Оценим вклад  $q_{1e}$  при точном резонансе ( $\nu_1 = \omega_1$ ,  $w_0 w_1 = B_1 \sin(\nu_1 t + \gamma)$ ,  $w_0 w_3 = B_3 \sin(\nu_1 t + \gamma)$ ) в общие нутационные колебания маятника. Вычисляя интегралы в правой части (3.8), получим:

$$q_{1e} = \mu \frac{(1 - e^{-\tau/2})}{4 f_0 u_0} [E_1 \sin 2\xi - E_2 G_{12}(\xi)] + \dots, \quad (3.9)$$

где многоточие означает члены второго порядка малости по  $\mu$ . Здесь:

$$E_1 = \frac{\sqrt{(\alpha_0 + \Delta_{00})^2 B_1^{*2} + P_0^2 B_3^{*2}}}{\sqrt{\alpha_0 + \Delta_{00}}} \cos(\gamma - M_1), \quad E_2 = \frac{\sqrt{(\alpha_0 + \Delta_{00})^2 B_1^{*2} + P_0^2 B_3^{*2}}}{\sqrt{\alpha_0 + \Delta_{00}}} \cos(\gamma - M_2), \quad (3.10)$$

$$\operatorname{ctg} M_1 = \operatorname{tg} M_2 = \frac{P_0 B_3^*}{(\alpha_0 + \Delta_{00}) B_1^*}, \quad B_1^* = B_1 \cos q_{30} - B_3 \sin q_{30}, \quad B_3^* = B_1 \sin q_{30} + B_3 \cos q_{30}.$$

Из (3.9) следует, что по истечению некоторого времени членом  $e^{-\tau/2}$  можно пренебречь. Следовательно,  $q_{1e}$  вырастает на порядок, а вынужденные колебания происходят на двойном обертоне внешней частоты  $\nu_1 = \omega_1$ . Если  $f_0$  порядка  $\mu$ , то  $q_{1e}$  порядка единицы. Из соотношений (3.9) и (3.10) видно, что амплитуда колебаний зависит как от амплитуд внешних возмущений и сдвига фаз, так и от начальных условий для угла нутации и прецессии, а также импульса  $P_0$ .

Оценим влияние внешних возмущений на поведение координаты  $q_2$ , полагая:

$$\begin{aligned} w_0 w_1 &= B_1 \sin(\nu_1 t + \gamma), \quad w_0 w_3 = B_3 \sin(\nu_1 t + \gamma), \\ \Omega_0 \Omega_1 &= C_1 \sin(\nu_{11} t + \gamma_1), \quad \Omega_0 \Omega_3 = C_3 \sin(\nu_{11} t + \gamma_1), \quad \varepsilon_0 \varepsilon_2(t) = D_2 \sin(\nu_{22} t). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Определяя функцию  $G(S)$ , заданную соотношением (2.6) с учетом соотношений (3.4), (3.6) , получим:

$$G(S) = \varepsilon_0 \varepsilon_2(S) + \frac{1}{2u_0(S)} e^{-\mu f_0 S} Z_{11}(S) + \frac{e^{-\mu f_0 S}}{u_0^3(S)} [Z_{12}(S) + Z_{13}(S)], \quad (3.12)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{11}(S) &= \sin(\nu_1 S + \gamma) [(\Delta_{00} + \alpha_{00}) B_3^* \cos(\omega_1 S) + P_0 B_1^* \sin(\omega_1 S)], \\ Z_{12}(S) &= \sin(\nu_1 S + \gamma) P_0 [(\Delta_{00} + \alpha_{00}) C_3^* \cos(\omega_1 S) + P_0 C_1^* \sin(\omega_1 S)], \\ Z_{13}(S) &= \sin(\nu_1 S + \gamma) \Delta_{00} \sin 2\omega_1 S [(\Delta_{00} + \alpha_{00}) C_1^* \cos(\omega_1 S) - P_0 C_3^* \sin(\omega_1 S)] \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$C_1^* = C_1 \cos q_{30} - C_3 \sin q_{30}, \quad C_3^* = C_1 \sin q_{30} + C_3 \cos q_{30}, \quad (3.14)$$

а  $B_1^*, B_3^*$  определяются последними двумя соотношениями (3.10).

Подставляя (3.11) в (3.13) и используя (3.12) с помощью соотношения (2.5), можем определить  $q_2(t)$ . Заметим, что интеграл, стоящий в правой части (2.5) от последнего члена (3.13), в общем случае не вычисляется через элементарные функции. Поэтому его необходимо вычислить каким-либо приближённым или численным методом.

Покажем, что в области точного резонанса, когда  $\nu_1 = \nu_{11} \approx \omega_1$ , в выражении для  $q_{26}(t)$  появляются члены, имеющие порядок  $\mu$ . Обозначим через  $Z = Z_{12} + Z_{13}$ . Функция  $u_0(S) > 0$ -гладкая и равномерно ограниченная:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha_{00} + \Delta_{00}}} \leq \frac{1}{u_0(S)} \leq \frac{1}{\sqrt{\alpha_{00} - \Delta_{00}}}.$$

Согласно теореме о среднем имеем:

$$J_1 = \frac{\mu^2 e^{-\tau/2}}{2(1-f_0^2)u_0(t_*)} \int_0^t e^{\mu f_0 S} Z_{11}(S) \sin \omega_2(t-S) dS, \quad (3.15)$$

$$J_2 = \frac{\mu^2 e^{-\tau/2}}{2(1-f_0^2)u_0^3(t_{**})} \int_0^t e^{\mu f_0 S} Z(S) \sin \omega_2(t-S) dS, \quad (3.16)$$

где  $t_*, t_{**} \in (0, t)$ . Вычисляя интегралы в правой части (3.15), (3.16) в области точного резонанса, получим:

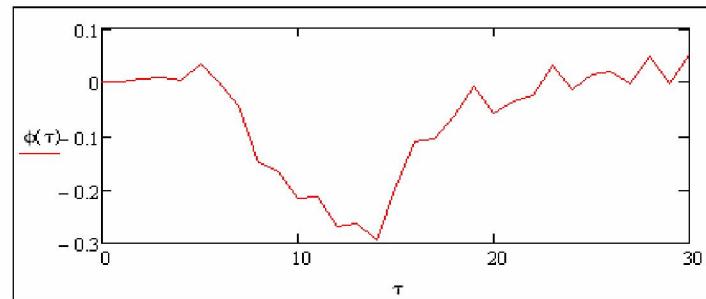
$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\mu e^{-\tau/2}}{4(1-f_0^2)u_0(t_*)} [(\alpha_{00} + \Delta_{00}) B_3^* \sin \gamma + P_0 B_1^* \cos \gamma] (1 - \cos \omega_2 t) + \dots, \\ J_2 &= \frac{\mu e^{-\tau/2}}{2(1-f_0^2)u_0^3(t_{**})} \left[ (\alpha_{00} + \Delta_{00}) C_3^* P_0 \sin \gamma_1 + \frac{1}{2} (C_1^* (P_0^2 + \Delta_{00}(\alpha_{00} + \Delta_{00})) - \Delta_{00} P_0 C_3^*) \cos \gamma_1 \right] (1 - \cos \omega_2 t) + \dots \end{aligned}$$

Здесь многоточием обозначены члены второго порядка малости  $\mu$ .

### 3.2. Результаты численных расчетов. Сопоставление с реальными записями.

Как показали расчеты, общие закономерности, справедливые для плоско поляризованных колебаний [10] , переносятся и на случай общих колебаний ( $P_0 \neq 0$ ), но имеются и отличия. Нутационные колебания носят явно модулированный характер, что связано с действием импульса  $P_0$ . Это подтверждает гипотезу И.И. Калиникова о влиянии крутильных колебаний сейсмического маятника на нутационные колебания [4]. При малых значениях  $P_0$  колебания близки к плоско поляризованным. Общий характер колебаний угла закручивания маятника примерно такой же, как и в случае плоско поляризованных колебаний, и зависит от коэффициентов  $a, b, c, d$  [10] ,

определяющих время вступления частот внешних возмущений  $\nu_1, \nu_{22}$  в резонансную зону и выхода из нее. На профиль бухты и пилообразный характер крутильных колебаний маятника (рисунок 1) существенное влияние оказывает начальный импульс  $P_0$ .



$$\begin{aligned} \mu &:= 8 \cdot 10^{-3} & f_0 &:= 0.05 & D_2 &:= 4 & q_{30} &:= \frac{\pi}{4} & B_1 &:= 80 & B_3 &:= 3 & \gamma &:= \frac{\pi}{12} \\ p_0 &:= 2 & \alpha_{00} &:= 4 \\ a &:= 10 & b &:= 14 & c &:= 16 & d &:= 22 & n &:= 5 & m &:= 1 \end{aligned}$$

Рисунок 1 – График угла закручивания

На рисунке 2а приведена реальная запись угла закручивания прибора «Алем» на станции «Акколь» с 31.01.98 г. по 06.02.98 г. В центральной части рисунка отчетливо просматривается бухта угла закручивания, после которой произошло землетрясение (на рисунке 2а землетрясение обозначено стрелкой, там же указаны параметры землетрясения). На рисунке 2б приведена синтетическая бухта угла закручивания маятника на станции «Акколь».

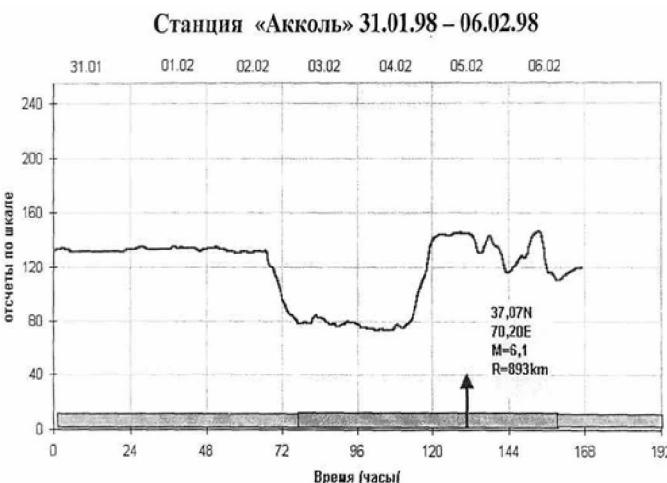
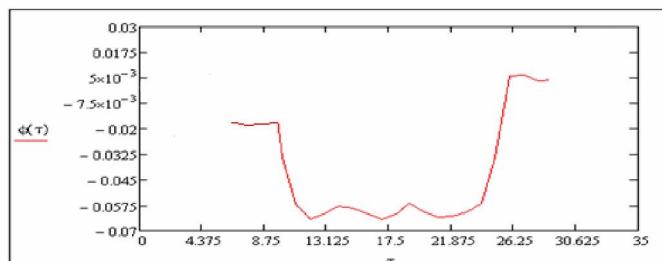


Рисунок 2а– Реальная запись угла закручивания прибора «Алем» на станции «Акколь»



$$\begin{aligned} \mu &:= 7.6 \cdot 10^{-3} & f_0 &:= 0.25 & D_2 &:= 4 & q_{30} &:= \frac{\pi}{3} & B_1 &:= 60 & B_3 &:= 1 & \gamma &:= \frac{\pi}{12} & C_1 &:= 1 & C_3 &:= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p0 &:= 3.9 & \alpha00 &:= 4 & a &:= 2 & b &:= 8 & c &:= 26 & d &:= 31 & n &:= 5 & m &:= 2 & y1 &:= 0.002 & y2 &:= 0.005 \\
 \lambda_2 &:= \frac{1 - y2}{25} & \lambda_1 &:= \frac{1 - y1}{36} \\
 v22(s) &:= \begin{cases} y1 \cdot 2 \cdot \pi & \text{if } 0 \leq s \leq 2 \\ [1 - \lambda_1 \cdot (s - 10)]^2 \cdot 2\pi & \text{if } 2 < s \leq 10 \\ 2 \cdot \pi & \text{if } 10 < s \leq 24 \\ [1 - \lambda_2 \cdot (s - 25)]^2 \cdot 2\pi & \text{if } 24 < s \leq 31 \\ y2 \cdot 2 \cdot \pi & \text{if } 31 < s \leq 33 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Рисунок 2б – Синтетическая бухта угла закручивания маятника станции «Акколь»

Рисунок 2 - Реальная и синтетические бухты угла закручивания сейсмического маятника станции «Акколь»

Отметим, что реализация системы наблюдения, метод контроля, анализа данных и разработка самого прибора «Алем» принадлежит группе ученых Тульского политехнического института, и до второй половины 1993г. весь цикл работ по сети проводился сотрудниками ТулПИ. Начиная со второй половины 1994г., весь цикл работ по краткосрочному прогнозу по данным наблюдений выполняется НПК «Прогноз» ГУ «Казселезащита». К сожалению, в настоящее время НПК «Прогноз» не располагает информацией о цене делений относительных единиц угла закручивания в градусах, поскольку в свое время сотрудниками ТулПИ не был передан основной пакет технической документации [8].

Тем не менее, чтобы сопоставить реальные и синтетические записи, была выделена бухта (рисунок 2а) и смоделирована синтетическая бухта (рисунок 2б). Изменение частоты  $\nu_2$  при входе маятника в резонансную зону и выходе из нее задавалось параболической зависимостью от времени. Путем регулирования параметров внешних возмущений (рисунок 2б) было достигнуто качественное сходство реальной и синтетической бухт. Мы не ставили перед собой задачу получения детального совпадения записей. Хотя при известной настойчивости можно добиться и этого, и количественного совпадения.

**4. Заключение.** С приходом сейсмического сигнала из очага будущего землетрясения с частотой, близкой к частоте линейных нутационных колебаний маятника, происходит возбуждение маятниковых колебаний. Часть энергии маятниковых колебаний передаётся в крутильные колебания в виде значительных или незначительных вариаций угла закручивания. Тем самым частично подтверждается гипотеза И.И. Калинникова о том, что на резонансных частотах происходит возбуждение маятниковых колебаний. На этом этапе маятник ведёт себя как приёмник. Одновременно происходит частичная перекачка энергии в его крутильные аномальные колебания. На этом этапе маятник ведёт себя как "индикатор" и "спектральный анализатор" сейсмических волн.

Параллельно из очага будущего землетрясения приходят угловые возмущения в виде крутильных колебаний грунта. При приближении частоты угловых возмущений к частоте линейных крутильных колебаний маятника и последующем удалении от нее образуется бухта угла закручивания. На бухту накладываются значительные или незначительные «дрожания» нутационных колебаний. Уровень «дрожаний» определяется характеристиками сейсмического сигнала, параметрами грунта, характеристиками маятника и начальными условиями процесса.

Если угловые возмущения не доходят до маятника или находятся вне зоны его чувствительности и происходит возбуждение нутационных колебаний, то вариации угла закручивания маятника проявляются в виде «высокочастотных пиков», частоты которых порядка 1Гц. Если возбуждение маятника происходит только за счет угловых возмущений, то вариации угла закручивания маятника проявляются в виде «гладких» бухт (частота порядка мГц).

В природе, по всей видимости, происходит различное по времени включение механизмов излучения сейсмических сигналов из очага будущего землетрясения, часть из которых

регистрируется сейсмическими маятниками. В результате образуется комбинированная картина вариаций угла закручивания.

Наличие длиннопериодных бухтообразных вариаций угла закручивания маятника как раз и подтверждает существование крутильных колебаний грунта, вызванных микросейсмами из очага готовящегося землетрясения.

В работах [9, 14, 15] при коэффициенте трения порядка  $\mu$  показана возможность существования стационарных колебаний. Установлена качественная связь стационарных колебаний маятника с процессами, протекающими в очаге будущего землетрясения. Проведена классификация вынужденных стационарных колебаний сейсмического крутильного маятника. Показано, что в двух случаях из трех стационарные колебания сопровождаются срывами амплитуд угловых координат, что подтверждается данными наблюдений [8].

Направления и перспективы дальнейших исследований в области краткосрочного и оперативного прогноза землетрясений сейсмическими крутильными маятниками обсуждены в работах [9, 16].

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Зубков С.И. Предвестники землетрясений. М.: ОИФЗ РАН, 2002. 140с.
- 2 Зав'ялов А.Д. Среднесрочный прогноз землетрясений. Основы, методика, реализация. М.: Наука, 2006. 254 с.
- 3 Любушкин А.А. Анализ данных геофизического и экологического мониторинга. М.: Наука, 2007. 278 с.
- 4 Калинников И.И. Консервативные системы для геофизических исследований. М.: 1983. 178с.
- 5 Зенков В.С., Калинников И.И., Нюнин М.И. и др. Эквивалентная шумовая температура в лаборатории и землетрясения. // Доклады АН СССР. 1978. Т. 239. №1. С.74-76.
- 6 Зенков В.С., Калинников И.И., Нюнин М.И. Оперативный прогноз сильных землетрясений. // Доклады АН СССР. 1980. Т. 254. №2. С. 325-327.
- 7 Сейсмическое районирование территории СССР. М.: Наука, 1980. 307с.
- 8 Отчет НИР НПК "Прогноз", ГУ "Казселезашита", 1994-1999гг, 168с.
- 9 Мартынов Н.И. Введение в теорию колебаний сейсмического маятника. А.: "LEM", 2005. 162с.
- 10 Мартынов Н.И., Рамазанова М. А., Чупрасов А.А. Вынужденные нелинейные колебания сейсмического крутильного маятника, близкие к линейно поляризованным // Доклады НАН РК- 2013., №1.- С.17-29.
- 11 Богоявленов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: 1974. 503 с.
- 12 Гребенников Е.А., Митропольский Ю.А. Метод усреднения в исследованиях резонансных систем. М.: 1992. 221 с.
- 13 Мартынов Н.И. Собственные нелинейные колебания сейсмического маятника // Вестник НАН РК, сер. физ.-мат., 2006. № 5, С. 48-51.
- 14 Мартынов Н.И. О бухтообразных вариациях угла закручивания сейсмического маятника // Доклады НАН РК. 2006. № 2. С. 66-69.
- 15 Мартынов Н.И. Классификация вынужденных нелинейных стационарных колебаний сейсмического маятника // Вестник КазНТУ им. К.И. Саппакаева. 2006. № 6(56). С. 150-156.
- 16 Мартынов Н.И. О перспективах краткосрочного прогноза землетрясения крутильными сейсмическими маятниками // "Журнал Поиск" 2008. № 2. С.196-201.

## REFERENCES

- 1 Zubkov S.I. Predvestniki zemletrjasenij. OIFZ RAN, **2002**. 140 p. (In Russ.).
- 2 Zav'yalov A.D. Srednesrochnyj prognos zemletrjasenij. Osnovy, metodika, realizacija. Nauka, **2006**. 254 p. (In Russ.).
- 3 Ljubushin A.A. Analiz dannyh geofizicheskogo i ekologicheskogo monitoringa. Nauka, **2007**. 278 p. (In Russ.).
- 4 Kalinnikov I.I. Konservativnye sistemy dlja geofizicheskikh issledovanij. Nauka, **1983**. 178 p. (In Russ.).
- 5 Zenkov V.S., Kalinnikov I.I., Njunin M.I. i dr. Jekvivalentnaja shumovaja temperatura v laboratorii i zemletrjasenija. // Doklady AN SSSR. **1978**. V. 239. №1. P.74-76. (In Russ.).
- 6 Zenkov V.S., Kalinnikov I.I., Njunin M.I. Operativnyj prognos sil'nyh zemletrjasenij. // Doklady AN SSSR. **1980**. V. 254. №2. P. 325-327. (In Russ.).
- 7 Sejsmicheskoe rajonirovanie territorii SSSR. Nauka, **1980**. 307 p. (In Russ.).
- 8 Report NIR NPK "Prognoz", GU "Kazselezashita", 1994-1999, 168 p. (In Russ.).
- 9 Martynov N.I. Vvedenie v teoriyu kolebanij sejsmicheskogo majatnika. LEM, **2005**. 162 p. (In Russ.).
- 10 Martynov N.I., Ramazanova M.A., Chuprassov A.A. Forced nonlinear plane-polarized oscillations of the seismic pendulum // Doklady NAN RK. **2013**. № 1. P. 17-29. (In Russ.).
- 11 Bogoljubov N.N., Mitropol'skij Ju.A. Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij. Nauka, **1974**. 503 p. (In Russ.).
- 12 Grebennikov E.A., Mitropol'skij Ju.A. Metod usrednenija v issledovanijah rezonansnyh sistem. Nauka, **1992**. 221 p. (In Russ.).
- 13 Martynov N.I. Sobstvennye nelinejnye kolebanija sejsmicheskogo majatnika // Vestnik NAN RK, **2006**. № 5, P. 48-51. (In Russ.).

- 14 Martynov N.I. O buhtoobraznyh variacijah ugla zakruchivaniya sejsmicheskogo majatnika // *Doklady NAN RK*. **2006**. № 2. P. 66-69. (In Russ.).  
15 Martynov N.I. Klassifikacija vynuzhdennyh nelinejnyh stacionarnyh kolebanij sejsmicheskogo majatnika // *Vestnik KazNTU im. K.I. Satpaeva*. **2006**. № 6(56). P. 150-156. (In Russ.).  
16 Martynov N.I. O perspektivah kratkosrochnogo prognoza zemletrasenija krutil'nymi sejsmicheskimi majatnikami // *Zhurnal Poisk*. **2008**. № 2. P. 196-201. (In Russ.).

### Резюме

*N.I. Martynov, M.A. Ramazanova, A.A. Tuleshova\**

((Θ. А. Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы қ.;  
\* КР Ұлттық инженерлік академиясы, Алматы қ.)

### СЕЙСМИКАЛЫҚ БҮРАЛМАЛЫ МАЯТНИКТІҢ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ТЕРБЕЛІСТЕРІНІҢ ЖАЛПЫ ЖАФ ДАЙЫ

Болашақ жер сілкінуді өзірлеу кезеңінде іс жүзінде бакыланатын оның бұралу бұрышының наиза тәріздес және айлақ тәріздес сипаттамасын түсінуге және түсіндірге мүмкіндік берген сейсминалық бұралмалы маятниктің георезонанстарының зерттеуі жүргізілген. «Әлем» маятнигі типтес аспаптардың нақты жазбаларына сәйкес синтетикалық айлақтар ұлтіленген.

**Тірек сөздер:** маятник, георезонанс, аспаптар, жер сілкінісі.

### Summary

*N.I. Martynov, M.A. Ramazanova, A.A. Tuleshova\**

((Mechanics and Engineering Institute named Academician U.A. Dzholdasbekova, Almaty;  
\* RK National engineering academy, Alma-Ata)

### COMMON FORCED NONLINEAR OSCILLATIONS OF THE SEISMIC TORSION PENDULUM

Research of the seismic torsional pendulum georesonances is conducted. Its results allowed to understand and explain pike- and bay-shaped behavior of the twist angle before the future earthquake. The artificial bays corresponding to real records of “Alem” workstations are simulated.

**Keywords:** oscillation, the pendulum, georezonans, devices, earthquake.

Поступила 22.01.2014 г.

621.01

*E. ТЕМИРБЕКОВ*

(Алматинский технологический университет, г. Алматы)

### ШАТУННЫЕ КРИВЫЕ ШЕСТИЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ II И IV КЛАССОВ

(Представлена академиком НАН РК Г.У. Уалиевым)

### Аннотация

МВК, благодаря наличию Ассуровых групп с изменяемым замкнутым контуром, обладают большими кинематическими и динамическими возможностями по сравнению с их аналогами II класса. Покажем это для направляющих шестизвенных МВК IV класса с вращательными парами. Одним из кинематических Критериев для сравнения различных направляющих механизмов является порядок полинома воспроизводимых

ими шатунных кривых, коэффициенты которого зависят от метрических параметров механизма. В работах Левитского Н.И., посвященных изучению свойств шатунных кривых многозвенных направляющих механизмов II класса, были выведены уравнения некоторых видов шатунных кривых и установлена для них зависимость между максимально возможным алгебраическим порядком шатунной кривой и числом звеньев механизма, причем установлено, что шестизвездный механизм II класса с вращательными парами воспроизводит чертящей точкой М, в общем случае, шатунную кривую, описываемую полиномом не выше 18-го порядка. Чем выше порядок полинома шатунной кривой, тем более сложную кривую может воспроизвести направляющий механизм и, следовательно, тем шире его кинематические возможности.

В данной работе для сравнительного исследования (с точки зрения порядка полинома шатунных кривых) выбран один из МВК - направляющий шестизвездный механизм IV класса с вращательными парами как наиболее близкий к направляющему шестизвездному механизму II класса (количество звеньев и количество кинематических вращательных пар у них одинаково) и отличающийся от него лишь своей структурой.

Автором дана оценка порядка полинома точки шатунного звена направляющего шестизвездного механизма IV класса. Он, в общем случае, не более 36 порядка. Таким образом, он оказался значительно выше, чем у аналогичного шестизвездного механизма II класса и значит по выбранному критерию шестизвездный механизм IV класса превосходит свой аналог II класса.

**Ключевые слова:** шатун, кривая, механизм II класса, механизм IV класса.

**Тірек сөздөр:** бұлғақ, қисық сызық, II класты механизм, IV класты механизм.

**Keywords:** connecting rod, curve, mechanism of Class II, mechanism of Class IV.

## 1. Введение

Шестизвездный механизм IV класса вызывает большой интерес машиноведов. Многие ученые выдвигают предположения о его преимуществах по ряду кинематических и динамических критерииев в сравнении с аналогичным шестизвездным механизмом II класса (рисунок 1). Это предположение основывается на том, что имея такое же количество звеньев, он содержит изменяемый замкнутый четырехзвенный контур. [1-4].

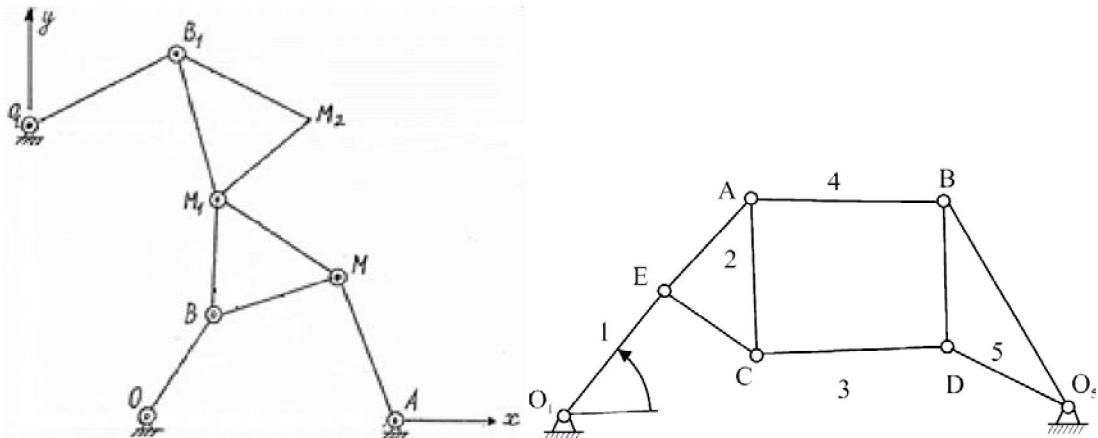


Рисунок 1 – Шестизвездные механизмы II класса и IV классов

Одним из таких кинематических критерииев является порядок полинома шатунных кривых. Чем выше порядок полинома, тем более сложную кривую может воспроизвести направляющий механизм [5-7] и, следовательно, тем больше его кинематические возможности. В работе [8] установлено, что шестизвездный механизм II класса с вращательными парами воспроизводит точкой М, в общем случае, шатунную кривую, описываемую полиномом 18-го порядка. В данной работе исследован шестизвездный механизм IV класса, отличающийся от аналогичного механизма II класса лишь своей структурой.

Рекуррентные соотношения. Рассмотрим двухповодковую группу (диаду) О-В-М (рисунок 2), примем  $OB = a$ ,  $BM = l$ ,  $BM_1 = k$ ,  $\angle MBM_1 = \omega$ . Тогда для точек М и  $M_1$  имеем [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_1 + \frac{(l \cos \omega - k)x_1 + y_1 l \sin \omega}{2k\rho_1^2} (\rho_1^2 + k^2 - a^2) \\ \pm \frac{x_1 l \sin \omega - (l \cos \omega - k)y_1}{2k\rho_1^2} \sqrt{4k^2 \rho_1^2 - (\rho_1^2 + k^2 - a^2)^2}, \\ y = y_1 - \frac{x_1 l \sin \omega - (l \cos \omega - k)y_1}{2k\rho_1^2} (\rho_1^2 + k^2 - a^2) \\ \pm \frac{(l \cos \omega - k)x_1 + y_1 l \sin \omega}{2k\rho_1^2} \sqrt{4k^2 \rho_1^2 - (\rho_1^2 + k^2 - a^2)^2}, \end{array} \right.$$

или  $\rho^2 = x^2 + y^2 = \frac{l \cos \omega}{k} \rho_1^2 \pm \frac{l \sin \omega}{k} \sqrt{4k^2 \rho_1^2 - (\rho_1^2 + k^2 - a^2)^2} +$

$$+ l^2 + \frac{k - l \cos \omega}{k} a^2 - k l \cos \omega \quad (1)$$

Отметим, что двойному знаку квадратного радикала соответствует два положения  $M(x, y)$  при одном и том же положении точки  $M_1(x_1, y_1)$  (рисунок 3).

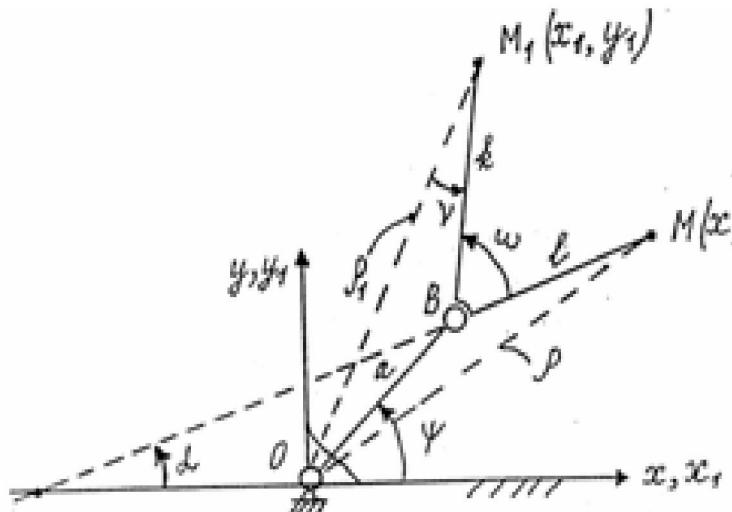


Рисунок 2 – Диада

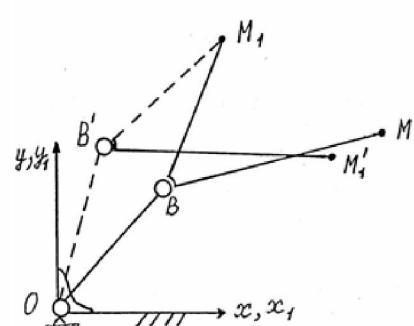


Рисунок 3 – Две сборки диады

Если  $k = a$ , то:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_1 \frac{a + l \cos \omega}{2a} + y_1 \frac{l \sin \omega}{2a} \pm \frac{x_1 l \sin \omega - y_1 (l \cos \omega - a)}{2a\rho_1} \sqrt{4a^2 - \rho_1^2} \\ y = y_1 \frac{a + l \cos \omega}{2a} - x_1 \frac{l \sin \omega}{2a} \pm \frac{x_1 (l \cos \omega - a) + y_1 l \sin \omega}{2a\rho_1} \sqrt{4a^2 - \rho_1^2} \\ \rho^2 = \frac{l \cos \omega}{a} \rho_1^2 \pm \frac{l \sin \omega}{a} \rho_1 \sqrt{4a^2 - \rho_1^2} + l^2 + a^2 - 2al \cos \omega \end{array} \right.$$

## 2. Шатунные кривые шестизвенных механизмов II класса

Покажем, что присоединение диады повышает порядок уравнения шатунной кривой в три раза, если начальное звено совершает вращательное движение (рисунок 4). Механизм II класса образуется путем последовательного присоединения к начальному звену АМ диад М-В-О и  $M_1-B_1-O_1$ , с условием  $k = a$ , то есть  $M_1B = BO = a$  и  $M_2B_1 = B_1O_1 = a_1$ . Обозначим:  $AM = r$ ,  $OA = d$ ,  $MB = l$ ,  $\angle MBM_1 = \omega$ ,  $M_1B_1 = l_1$ ,  $\angle M_1B_1M_2 = \omega_1$ ,  $OD = g$ ,  $O_1D = c$ , тогда:

$$\left( V_1 \pm V_2 \frac{\sqrt{4a_1^2 - \rho_1^2}}{\rho_1} \right) \left( V_3 \pm V_4 \frac{\sqrt{4a_1^2 - \rho_1^2}}{\rho_1} \right)^2 = \left( V_5 \mp V_2 \frac{\sqrt{4a_1^2 - \rho_1^2}}{\rho_1} \right) \left( V_6 \mp V_7 \frac{\sqrt{4a_1^2 - \rho_1^2}}{\rho_1} \right)^2$$

где

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{l_1 \cos \omega_1}{a_1} \rho_1^2 - \frac{g(a_1 + l_1 \cos \omega_1) + cl_1 \sin \omega_1}{a_1} x_1 - \frac{gl_1 \sin \omega_1 - c(a_1 + l_1 \cos \omega_1)}{a_1} y_1 + l_1^2 + a_1^2 - 2a_1 l_1 \cos \omega_1 + g^2 + c^2, \\
 V_2 &= \frac{l_1 \sin \omega_1}{a_1} \rho_1^2 - \frac{c(l_1 \cos \omega_1 - a_1) - gl_1 \sin \omega_1}{a_1} x_1 + \frac{g(l_1 \cos \omega_1 - a_1) + cl_1 \sin \omega_1}{a_1} y_1, \quad V_3 = \frac{ll_1 \cos \omega \cos \omega_1}{a_1} \rho_1^2 - \\
 &- \frac{A_1(a_1 + l_1 \cos \omega_1) + A_2 l_1 \sin \omega_1}{2a_1} x_1 + \frac{A_2(a_1 + l_1 \cos \omega_1) - A_1 l_1 \sin \omega_1}{2a_1} y_1 + \cos \omega(l_1^2 + a_1^2 - 2a_1 l_1 \cos \omega_1) + A_3, \\
 V_4 &= \frac{ll_1 \cos \omega \cos \omega_1}{a_1} \rho_1^2 - \frac{A_1 l_1 \sin \omega_1 - A_2(l_1 \cos \omega_1 - a_1)}{2a_1} x_1 + \frac{A_1(l_1 \cos \omega_1 - a_1) + A_2 l_1 \sin \omega_1}{2a_1} y_1, \quad V_5 = 4a_1^2 - V \\
 V_6 &= \frac{A_4(a_1 + l_1 \cos \omega_1) - A_5 l_1 \sin \omega_1}{2a_1} x_1 + \frac{A_4 l_1 \sin \omega_1 - A_5(a_1 + l_1 \cos \omega_1)}{2a_1} y_1 + \\
 &+ \frac{ll_1 \sin \omega \cos \omega_1}{a_1} \rho_1^2 + l(l_1^2 + a_1^2 - 2a_1 l_1 \cos \omega_1) \sin \omega - A_6 \\
 V_7 &= \frac{A_4 l_1 \sin \omega_1 - A_5(l_1 \cos \omega_1 - a_1)}{2a_1} x_1 + \frac{A_4(l_1 \cos \omega_1 - a_1) + A_5 l_1 \sin \omega_1}{2a_1} y_1 + \frac{ll_1 \sin \omega \sin \omega_1}{a_1} \rho_1^2
 \end{aligned}$$

Освобождаясь от радикала и знаменателя, получим уравнение шатунной кривой, описываемой точкой  $M_2$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \rho_1^2 \left[ \rho_1^2 (V_1 V_3^2 - V_5 V_6^2) + (V_1 V_4^2 - V_5 V_7^2 + 2V_2 V_3 V_4 + 2V_2 V_6 V_7) (4a_1^2 - \rho_1^2) \right]^2 = \\
 (4a_1^2 - \rho_1^2) \left[ (2V_5 V_6 V_7 - V_2 V_3^2 - V_2 V_6^2) \rho_1^2 - V_2 (V_4^2 + V_7^2) (4a_1^2 - \rho_1^2) \right]^2
 \end{aligned}$$

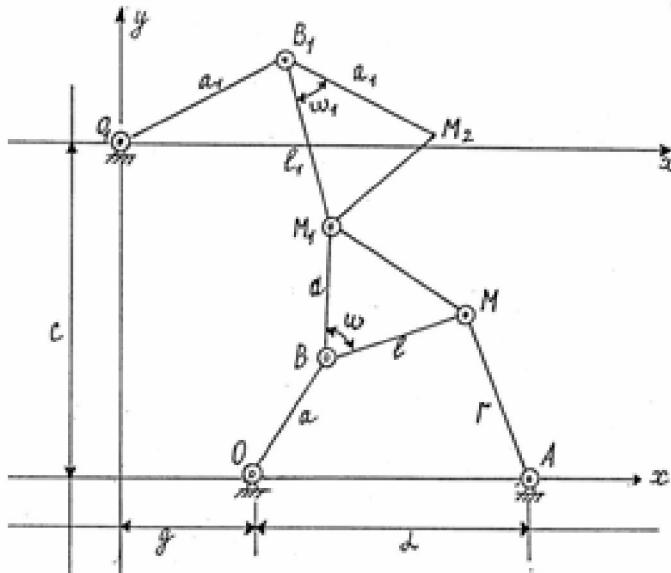


Рисунок 4 – Шестизвенный механизм II класса

Так как все операторы  $V$  по отношению к переменным  $x_1$  и  $y_1$  являются алгебраическими функциями второй степени, то полученное выражение есть алгебраическое уравнение восемнадцатого порядка [8]. То есть, для шатунных кривых направляющих шестизвенных механизмов II класса алгебраический порядок их уравнений оказывается не выше восемнадцатого.

### 3. Биполярные координаты

Если исходить из треугольника с геометрическими размерами  $a_1, a_2, a_3$  (рисунок 5) и выбрать четвертую точку четырехугольника вне или внутри треугольника, то при присоединении этой точки с точками треугольника будут образованы три остальных размера четырехугольника  $b_1, b_2, b_3$ . При этом индексы 1-3 выбираются таким образом, чтобы противоположные размеры имели

одинаковый индекс. Четвертая точка определяется длиной двух из них, например,  $b_1, b_2$ . Длина третьего соединяющего участка уже не выбирается произвольно, а следует из геометрической взаимосвязи. В общем случае, из шести габаритных размеров четырехугольника пять могут быть выбраны свободно в пределах определенных границ, шестой может быть определен из пяти данных габаритных размеров. Если обозначить угол между габаритными размерами  $a_1$  и  $b_3$  как  $\alpha$ , а угол между  $a_2$  и  $b_3$  как  $\beta$ , то будет получено уравнение:  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ . Путем возвведения в квадрат этому уравнению можно придать форму:  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2(\alpha + \beta) - 2\cos \alpha \cos \beta \cos(\alpha + \beta) - 1 = 0$ . В соответствии с теоремой косинусов имеем:  $b_2^2 = a_1^2 + b_3^2 - 2a_1 b_3 \cos \alpha$ ,  $b_1^2 = a_2^2 + b_3^2 - 2a_2 b_3 \cos \beta$ ,  $a_3^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos(\alpha + \beta)$ . Если из них выразить  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos(\alpha + \beta)$  через габаритные размеры, то после некоторых преобразований получим [9,10]:

$$a_1^2 b_1^2 (a_1^2 + b_1^2 - a_2^2 - b_2^2 - a_3^2 - b_3^2) + a_2^2 b_2^2 (a_2^2 + b_2^2 - a_3^2 - b_3^2 - a_1^2 - b_1^2) + a_3^2 b_3^2 (a_3^2 + b_3^2 - a_1^2 - b_1^2 - a_2^2 - b_2^2) + a_1^2 a_2^2 a_3^2 + a_1^2 b_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_3^2 b_1^2 = 0.$$

В этом уравнении встречаются только квадраты габаритных размеров, при этом три квадрата образуют произведение. Если даны пять габаритных размеров, то шестой можно рассчитать. Если, например, даны  $a_1, a_2, a_3, b_1$  и  $b_2$ , то для расчета шестого габаритного размера  $b_3$  уравнение можно использовать в следующей форме:  $b_3^4 B_{32} + b_3^2 B_{31} + B_{30} = 0$ . Для коэффициентов  $B_{32}, B_{31}, B_{30}$  получены следующие выражения:  $B_{32} = a_3^2$ ,  $B_{31} = a_3^2 (a_3^2 - a_1^2 - a_2^2 - b_1^2 - b_2^2) - (a_1^2 - a_2^2)(b_1^2 - b_2^2)$ ,  $B_{30} = (a_1^2 b_1^2 - a_2^2 b_2^2)(a_1^2 + b_1^2 - a_2^2 - b_2^2) - a_3^2 (a_1^2 - b_2^2)(b_1^2 - a_2^2)$

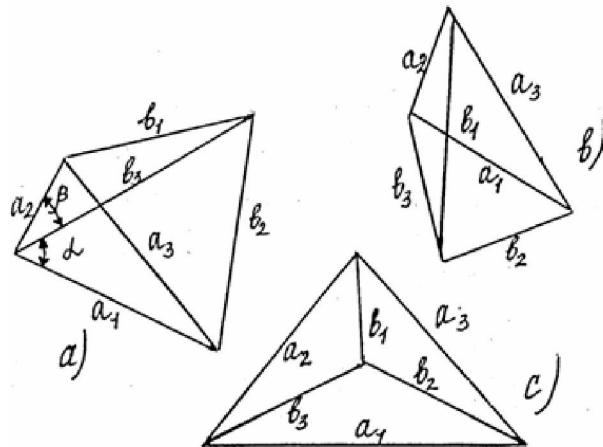


Рисунок 5 –Биполярные координаты

Из квадратного выражения для  $b_3^2$  могут быть определены два значения, которые однако применимы лишь тогда, когда они действительны и положительны. Если это не так, то из данных габаритных размеров нельзя составить четырехугольник. Из двух положительных решений для  $b_3^2$  получают положительные значения для  $b_3$ . В геометрической картине четырехугольника они находятся в соответствии с двумя возможностями: если исходить из треугольника  $a_1, a_2, a_3$ , то значения длин  $b_1, b_2$  определяют четвертую точку, которая может располагаться на обеих сторонах симметрично  $a_3$ . Обеим возможностям расположения четвертой угловой точки соответствуют оба различных значения для  $b_3$ , как это показывает рисунок 4. Уравнение  $b_3^4 B_{32} + b_3^2 B_{31} + B_{30} = 0$  можно одинаково разлагать по каждому габаритному размеру. Отсюда следуют другие уравнения:  $a_1^4 A_{12} + a_1^2 A_{11} + A_{10} = 0$ ,  $a_2^4 A_{22} + a_2^2 A_{21} + A_{20} = 0$ ,  $a_3^4 A_{32} + a_3^2 A_{31} + A_{30} = 0$ ,

$b_1^4 B_{12} + b_1^2 B_{11} + B_{10} = 0$ ,  $b_2^4 B_{22} + b_2^2 B_{21} + B_{20} = 0$ . Величины  $B_{12}$ ,  $B_{11}$ ,  $B_{10}$  или  $B_{22}$ ,  $B_{21}$ ,  $B_{20}$  этих уравнений следуют из уравнений, если переставляются индексы 1 и 3 или 2 и 3 для величин  $a_i$  и  $b_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для коэффициентов  $A_{ii}$ ,  $i = 0, 1, 2$  могут быть выведены соответственно следующие соотношения:  $A_{12} = b_1^2$ ,  $A_{11} = b_1^2 (b_1^2 - a_2^2 - b_2^2 - a_3^2 - b_3^2) - (a_2^2 - b_3^2)(b_2^2 - a_3^2)$ ,  $A_{10} = (a_2^2 b_2^2 - a_3^2 b_3^2)(a_2^2 + b_2^2 - a_3^2 - b_3^2) - b_1^2 (a_2^2 - a_3^2)(b_2^2 - a_3^2)$ . Из этих величин получают соответственно величины  $A_{22}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{20}$  или  $A_{32}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{30}$ , если также и здесь переставить индексы 1 и 2 или 1 и 3 для величин  $a_i$  и  $b_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

#### 4. Шатунные кривые шестизвенных механизмов IV класса

Посредством метода аналитического представления в биполярных координатах соотношение между радиус-векторами  $\rho_{k_i B}$  и  $\rho_{k_j B}$  от стойки  $B_G$  до точек  $K_i$  и  $K_j$  механизма IV класса 2-го порядка с вращательными парами имеет вид (рисунок 5) [9,10]:

$$\begin{aligned} & \rho_{k_j B}^8 * (\rho_{k_j B}^4 * U_{24} + \rho_{k_j B}^2 * U_{14} + U_{04}) + \rho_{k_j B}^6 * (\rho_{k_j B}^6 * U_{33} + \rho_{k_j B}^4 * U_{23} + \\ & + \rho_{k_j B}^2 * U_{13} + U_{03}) + \rho_{k_j B}^4 * (\rho_{k_j B}^8 * U_{42} + \rho_{k_j B}^6 * U_{32} + \rho_{k_j B}^4 * U_{22} + \\ & + \rho_{k_j B}^2 * U_{12} + U_{02}) + \rho_{k_j B}^2 * (\rho_{k_j B}^8 * U_{41} + \rho_{k_j B}^6 * U_{31} + \rho_{k_j B}^4 * U_{21} + \rho_{k_j B}^2 * U_{11} + \\ & + U_{01}) + \rho_{k_j B}^8 * U_{40} + \rho_{k_j B}^6 * U_{30} + \rho_{k_j B}^4 * U_{20} + \rho_{k_j B}^2 * U_{10} + U_{00} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\rho_{k_i B}^2 = X_{k_i B}^2 + Y_{k_i B}^2$ ,  $\rho_{k_j B}^2 = X_{k_j B}^2 + Y_{k_j B}^2$  и  $U_{ij}$  ( $i,j=0,\dots,4$ ) – зависят от метрики механизма.

Рассмотрим диаду  $A_G A_k K_j K_i$  и будем считать, что  $A_G A_k = A_k K_i = a$ ,  $A_k K_j = l$ , угол  $\angle K_j A_k K_i = \omega$ , тогда рекуррентные соотношения (1), связывающие координаты точек  $K_j$  и  $K_i$  в системе координат  $A_G XY$  будут:

$$\begin{cases} X_{k_j a} = X_{k_i a} \frac{a + l \cos \omega}{2a} + Y_{k_i a} \frac{l \sin \omega}{2a} \pm \frac{X_{k_i a} l \sin \omega - Y_{k_i a} (l \cos \omega - a)}{2a} * \sqrt{(4a^2 - \rho_{k_i a}^2) / \rho_{k_i a}^2}, \\ Y_{k_j a} = Y_{k_i a} \frac{a + l \cos \omega}{2a} - X_{k_i a} \frac{l \sin \omega}{2a} \pm \frac{X_{k_i a} (l \cos \omega - a) + Y_{k_i a} l \sin \omega}{2a} * \sqrt{(4a^2 - \rho_{k_i a}^2) / \rho_{k_i a}^2}, \\ \rho_{k_j a}^2 = \frac{l \cos \omega}{a} \rho_{k_i a}^2 \pm \frac{l \sin \omega}{a} \rho_{k_i a}^2 \sqrt{(4a^2 - \rho_{k_i a}^2) / \rho_{k_i a}^2} + l^2 + a^2 - 2al \cos \omega, \end{cases} \quad (3)$$

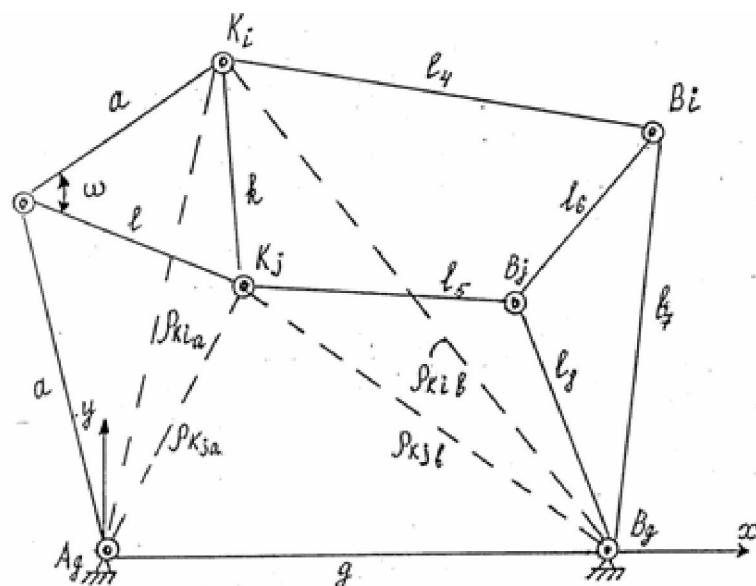


Рисунок 5 – Шестизвенный механизм IV класса

где знаки  $\pm$  означают двойственное положение точки  $K_j$  по отношению к точке  $K_i$  диады  $A_G A_k K_j K_i$ . В дальнейших математических преобразованиях для определенности будем брать знак "+". Теперь рассмотрим четырехугольник  $A_G B_G K_i K_j$ , для него справедливы соотношения:

$$\rho_{k_i b}^2 = (x_{k_i a} - g)^2 + y_{k_i a}^2 = \rho_{k_i a}^2 + g^2 - 2gx_{k_i a}, \quad \rho_{k_j b}^2 = (x_{k_j a} - g)^2 + y_{k_j a}^2 = \rho_{k_j a}^2 + g^2 - 2gx_{k_j a}$$

Подставим их в выражение (2) с учетом (3), избавляясь от знаменателя и радикала, определим полином шатунной кривой, которую воспроизводит точка  $K_i$  механизма. Необходимо заметить при этом, что наиболее частыми были операции "замены" и "подстановки". При подобных преобразованиях был применен аппарат компьютерных аналитических вычислений «REDUCE» [11]. Шатунная кривая точки  $K_i$  шестизвездного механизма IV класса:

$$B_0^6 \cdot R_{i2}^6 \cdot S \cdot T^4 (2U_{24} \cdot U_{42} + U_{33}^2) + B_0^8 \cdot R_{i2}^4 \cdot S \cdot T^4 \cdot U_{24}^2 + + 2A_0^7 \cdot R_{i2}^5 \cdot S^5 \cdot T \cdot U_{24} \cdot U_{33} + \\ 28A_0^6 \cdot B_0^2 \cdot R_{i2}^4 \cdot S^4 \cdot T \cdot U_{24}^2 + 42A_0^5 \cdot B_0^2 \cdot R_{i2}^5 \cdot S^4 \cdot T \cdot U_{24} U_{33} + 14A_0 \cdot B_0^6 \cdot R_{i2}^5 \cdot S^2 \cdot T^3 \cdot U_{24} U_{33} + \\ + F(A_0, B_0, R_{i2}, S, T, U_{ij}) = 0, \quad i, j = 0, \dots, 4,$$

где  $A_0, B_0, R_{i2}, S, T, U_{ij}$  обозначают:  $B_0 = -4al\rho_{k_i a}^2 \sin \omega + + 4aglx_{k_i a}^2 \sin \omega + 4ag(l \cos \omega - a)y_{k_i a}^2$ ,  
 $T = 4a^2 - (x_{k_i a}^2 - g)^2 - y_{k_i a}^2$ ,  $A_0 = -4al\rho_{k_i a}^2 \cos \omega +$   
 $+ 4(l \cos \omega - a)agx_{k_i a}^2 - 4agly_{k_i a}^2 \sin \omega + 4a^2(2al \cos \omega - a^2 - l)^2$

$R_{i2} = \rho_{k_i a}^2$ ,  $S = (x_{k_i a}^2 - g)^2 + y_{k_i a}^2$  и  $F(A_0, B_0, R_{i2}, S, T, U_{ij})$  - сумма членов полинома, степень которых меньше 34, полностью приводится в [12].. Так как  $A_0, B_0, R_{i2}, S, T$  по отношению к  $x_{k_i a}$  и  $y_{k_i a}$  являются членами второй степени, то оценивая порядок полинома, можно видеть, что он, в общем случае, не более 36. Таким образом, получили полином шатунной кривой, которую производит шарнирная точка  $K_i$  шестизвездного механизма IV класса, он оказался значительно выше, чем у шестизвездного механизма II класса и значит по выбранному критерию шестизвездный механизм IV класса превосходит свой аналог II класса.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Джолдасбеков У.А. Графоаналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов.- Алма-Ата: Наука, 1983.- 256с.
- 2 Байгунчеков Ж.Ж. Численные методы анализа и синтеза механизмов высоких классов и их применение в проектировании новых погружечно-разгрузочных и манипуляционных устройств. Диссертация ... доктора технических наук, Алма-Ата, 1985.
- 3 Молдабеков М. Аналитические методы анализа и синтеза, автоматизированное проектирование механизмов и манипуляционных устройств высоких классов. Диссертация ... доктора технических наук, Алма-Ата, 1989.
- 4 Абдрахимов У.Т. Численные методы анализа и синтеза многоконтурных механизмов высоких классов. Диссертация ... доктора технических наук, Алма-Ата, 1993
- 5 Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов.- М.: Физматгиз, 1959.- 1084с.
- 6 Закиров Г.Ш. Синтез плоских механизмов на ЭВМ. Ташкент, изд-во "ФАН" УзССР, 1972, 144с.
- 7 Закиров Г.Ш. Алгоритмизация задач синтеза механизмов. Ташкент, изд-во "ФАН" УзССР, 1977, 52с
- 8 Левитский Н.И. Несимметричные шатунные кривые многозвездных механизмов. Труды семинара по теории машин и механизмов. Москва, изд. АН СССР, том IV, выпуск 15, 1948, с.5-19
- 9 Sieker K.H., Franke W. Analytische Darstellung von Koppelkurven ebener Kurbelgetriebe mit vier Drehgelenken mittels Bipolaroordinaten. Feinwerktechnik u. Mestechnik Bd.85 (1977) Nr.2, 61-71.
- 10 Sieker K.H., Franke W. Hochere Koppelkurven in ebenen sechsgliederen Drehgelenkgetrieben. Analytische Darstellung mittels Bipolaroordinaten. "VDI-Forschungsh.", 1982, N610, 28s.
- 11 Единерал В.Ф. и др. Язык аналитических вычислений REDUCE. - М.: Изд-во МГУ, 1988, 176с.
- 12 [Джолдасбеков У.А.], Темирбеков Е.С. Некоторые аспекты анализа и синтеза механизмов высоких классов. Монография. - Астана, Акмолинский ЦНТИ, 2006.-299с.

## REFERENCES

- 1 Dzholdasbekov U.A. Grafoanaliticheskie metody analiza i sinteza mehanizmov vysokix klassov.- Alma-Ata: Nauka, 1983.- 256s.
- 2 Bajgunchekov Zh.Zh. Chislennye metody analiza i sinteza mehanizmov vysokix klassov i ix primenie v proektirovaniu novykh pogruzochno-razgruzochnyx i manipulyacionnyx ustrojstv. Dissertaciya ... doktora texnicheskix nauk, Alma-Ata, 1985.

- 
- 3 Moldabekov M. Analiticheskie metody analiza i sinteza, avtomatizirovannoe proektirovanie mehanizmov i manipulyacionnyx ustrojstv vysokix klassov. Dissertaciya ... doktora texnicheskix nauk, Alma-Ata, 1989.
- 4 Abdrazimov U.T. Chislennye metody analiza i sinteza mnogokonturnyx mehanizmov vysokix klassov. Dissertaciya ... doktora texnicheskix nauk, Alma-Ata, 1993
- 5 Artobolevskij I.I., Levitskij N.I., Cherkudinov S.A. Sintez ploskix mehanizmov.- M.: Fizmatgiz, 1959.- 1084s.
- 6 Zakirov G.Sh. Sintez ploskix mehanizmov na EVM. Tashkent, izd-vo "FAN" UzSSR, 1972, 144s.
- 7 Zakirov G.Sh. Algoritmizaciya zadach sinteza mehanizmov. Tashkent, izd-vo "FAN" UzSSR, 1977, 52s
- 8 Levitskij N.I. Nesimmetrichnye shatunnye krivye mnogozvennyx mehanizmov. Trudy seminara po teorii mashin i mehanizmov. Moskva, izd. AN SSSR, tom IV, vypusk 15, 1948, s.5-19
- 9 Sieker K.H., Franke W. Analytische Darstellung von Koppelkurven ebener Kurbelgetriebe mit vier Drehgelenken mittels Bipolarkoordinaten. Feinwerktechnik u. Mestechnik Bd.85 (1977) Nr.2, 61-71.
- 10 Sieker K.H., Franke W. Hochere Koppelkurven in ebenen sechsgliederen Drehgelenkgetrieben. Analytische Darstellung mittels Bipolarkoordinaten. "VDI-Forschungsh.", 1982, N610, 28s.
- 11 Edneral V.F. i dr. Yazyk analiticheskix vychislenij REDUCE. - M.: Izd-vo MGU, 1988, 176s.
- 12 [Dzholdasbekov U.A.], Temirbekov E.S. Nekotorye aspekty analiza i sinteza mehanizmov vysokix klassov. Monografiya. - Astana, Akmolinskij CNTI, 2006.-299s.

### Резюме

Темірбеков Е. С.

(Алматы технологиялық университеті, Алматы қ.)

### II ЖӘНЕ IV КЛАСТЫ АЛТЫБУЫНДЫ МЕХАНИЗМДЕРДІҢ ҚИСЫҚТА БҰЛҒАҚТАРЫ

Өзгермелі тұйық контурлы Accur топтарына байланысты II класти баламаларымен салыстырғанда, ЖКМ өте үлкен кинематикалық және динамикалық мүмкіндіктерге ие болып отыр. Бұл мүмкіндіктерді айналмалы жұптармен IV класти алтыбуынды бағыттаушы ЖКМ-де көрсетуге болады. Әртүрлі бағыттаушы механизмдерге салыстыру үшін кинематикалық өлшемнің бір түрі коэффиценті механизмнің метрлік параметрлеріне тәуелді қисықты бұлғақтарға жанғырту үшін полином тәртібі болып табылады. II класти көбүнчелік бағыттаушы механизмдердің қисықты бұлғақтарының қасиеттерін зерттеуге арналған Н.И. Левитскийдің жұмыстарында қисықты бұлғақтардың кейбір түрлерінің есептерін көрсетіп, қисық бұлғақ және механизм буындарының саны аралығындағы тәуелділікіті алгебралық тәртіпте бесіктен. Оның ішінде айналмалы жұппен II класти алтыбуынды механизм M нұктесін сыза өтіп, қисықты бұлғақты 18 тәртіптен жоғарыламай сипаттайты. Қисықты бұлғақ полином тәртібі жоғарылаған сайын, бағыттаушы механизмнің күрделі сыйығын алуға болады.

Берілген жұмыста зерттеуді салыстыру үшін, қисықты бұлғақтың полином тәртібі бойынша ЖКМ үшін айналмалы жұппен IV класти алтыбуынды бағыттаушы механизм (кинематикалық айналмалы жұп саны және буындар саны бірдей) құрылымы жөнінен айырмашылығы бар, II класти бағыттаушы механизмге ең жақын екенін көрсетеді.

IV класти алтыбуынды бағыттаушы механизмнің бұлғақты буыны нұктесінің полином тәртібіне баға берілген. Ол жалпы жағдайда 36 тәртіптен аспайды. Сонымен, бұл II класти алтыбуынды механизмнің баламасынан анағұрлым көптігін көрсетеді. IV класти алтыбуынды механизм берілген өлшем бойынша II класти баламадан артып отыр.

**Тірек сөздер:** бұлғақ, қисық сыйық, II класти механизм, IV класти механизмі.

Поступила 22.12.2013 г.