

(Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова, г. Алматы)

СВОБОДНЫЕ ЗАТУХАЮЩИЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Аннотация

Научная проблема прогноза землетрясений является одной из главных трудных и пока неразрешенных проблем естествознания. Разрешение этой проблемы, помимо научного аспекта, является насущной потребностью человечества.

Ключевые слова: прогноз, землетрясение, проблема, маятник, сейсмический.

Кілт сөздер: болжам, жер сілкінісі, мәселе, маятник, сейсмикалық.

Keywords: weather, earthquake, the problem, the pendulum seismic.

Если долгосрочный прогноз землетрясений, основанный на геолого-геофизических и сейсмологических наблюдениях, дает более или менее удовлетворительные результаты [1,2], то надежность среднесрочного прогноза по комплексу предвестников существенно ниже 0.5 и в редких случаях приближается к 0.5. Несмотря на огромное количество предвестников, ни один из них не дает точных оценок. В разных сейсмоактивных районах различные предвестники работают по-разному, давая большой разброс прогнозируемых параметров будущего землетрясения. Это связано как со сложностью исследования очага землетрясения, условий его зарождения и развития, так и с существенным влиянием помехообразующих факторов [3]. Ситуация с краткосрочным и оперативным прогнозом еще хуже: практически отсутствуют оценки надежности прогнозных предвестников.

В начале 20-го века один из основателей сейсмологии, князь Б.Б. Голицын, высказал мысль о том, что сейсмология очень сложная и трудная наука. Однако бог дал человеку обыкновенный маятник, являющийся гносеологическим прибором, с помощью которого человек (при разумном его использовании) сможет познать многие законы природы и, в том числе, многие законы сейсмологии.

С целью краткосрочного и оперативного прогноза землетрясений был разработан сейсмический маятник крутильного типа [4]. Наиболее глубокое исследование в этой области дано в работах группы Калининкова И.И. [4-8]. На основе качественной физической модели с оценкой некоторых параметров колебаний маятника и сейсмических воздействий, с привлечением статистических методов, Калининковым И.И. и другими

сотрудниками Института Физики Земли была разработана методика оперативного прогноза землетрясений [5-9].

После Спитакского землетрясения 1988г., по предложению председателя Совета министров СССР Н.И. Рыжкова и первого президента Республики Казахстана Н.А Назарбаева в течение 1989-1993гг. на территории Казахстана была создана сеть станций из 9 полигонов наблюдения за сейсмической ситуацией на юго-востоке республики. Каждый полигон оснащен прибором «Алем», состоящим из двух крутильных маятников и других приборов, работающих в режиме реального времени. Опыт эксплуатации сети позволил собрать уникальный материал о готовящихся землетрясениях и показал, что прогнозные признаки могут проявляться от нескольких часов до нескольких суток перед землетрясением. Прогнозные признаки с надежностью не менее 70% выражаются в регулярных, как правило, ежедневных отклонениях показаний приборов от своего установившегося уровня, либо в пикообразном, либо в бухтообразном изменении углов закручивания маятника [10,11].

Несмотря на определенные успехи в понимании связи поведения крутильного маятника с сейсмической обстановкой, установить какие-либо количественные соотношения не удавалось и, в первую очередь, из-за отсутствия достаточно строгой теории. Следует отметить, что существенный прогресс в компьютерных технологиях и численных методах не позволяет "перебрать" все варианты численного решения, а значит, полно оценить влияние всех параметров колебания маятника и глубоко изучить природу явления. На эти вопросы, в определенной мере, способна ответить количественная теория, базирующаяся на приближенном аналитическом решении.

Такая аналитическая теория начала разрабатываться в Казахстане с конца 2003 года. Она позволила заложить основы теории колебаний сейсмического маятника [12]. С использованием метода усреднения были получены аналитические выражения для расчета всех угловых характеристик сейсмического маятника. Собственные затухающие нелинейные колебания, а также вынужденные нелинейные колебания маятника описаны в квадратурах. Соответствующие теоремы методов усреднения гарантируют близость точных и приближенных аналитических решений на достаточно большом отрезке времени [13-15]. Полученные результаты качественно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Тем не менее основы аналитической теории [12,16] нуждаются в существенной переработке и выполнении расчетной части.

Ниже кратко приводится вывод основных расчетных характеристик и параметров свободных затухающих нелинейных колебаний. Проведено соответствующее компьютерное моделирование. Установлены закономерности и особенности свободных затухающих колебаний сейсмического маятника.

Свободные затухающие колебания. Колебания сейсмического маятника описываются тремя степенями свободы (ψ , θ , φ) в модифицированной эйлеровой системе координат, где ψ - угол прецессии, θ - угол нутации, φ - угол собственного закручивания [12,16]. Там же выделен малый параметр μ , который представляет собой отношение частот линейных крутильных и нутационных колебаний. Для реального сейсмического маятника на станции "Медео" $\mu = 0.0076$. В целях упрощения исследования вводятся

обобщенные угловые координаты (q_1, q_2, q_3) и соответствующие им обобщенные импульсы (P_1, P_2, P_3).

$$\psi = F_1(q_1, q_2, q_3) = \arcsin\left(\frac{q_1\sqrt{1-\frac{q_1^2}{4}}}{Z_0}\cos q_3\right), \quad \theta = F_2(q_1, q_2, q_3) = \arcsin\left(q_1\sqrt{1-\frac{q_1^2}{4}}\sin q_3\right),$$

(1)

$$\cos\theta = \sqrt{\cos^2 q_3 + \left(1 - \frac{q_1^2}{2}\right)^2 \sin^2 q_3} = Z_0$$

$$\varphi = F_3(q_1, q_2, q_3) = q_2 + \arcsin\left(\frac{q_1^2 \sin(2q_3)}{4Z_0}\right),$$

Реальные системы неконсервативные. Процесс диссипации энергии в них оказывает существенное влияние на их движение. В связи с этим рассмотрим свободные затухающие колебания высокодобротного модельного сейсмического маятника с учетом сил трения. Такое движение маятника в безразмерных переменных описывается системой уравнений [12,16]:

$$\dot{q}_1 = \left(1 - \frac{\mu^2 q_1^2}{4}\right)P_1, \quad \dot{q}_2 = \frac{P_2}{a} - \frac{\mu}{2}P_3, \quad \dot{q}_3 = \frac{\mu^2}{4}(P_3 - 2P_2) + \frac{P_3}{q_1^2}$$

(2)

$$\dot{P}_1 + 2\mu f_0 P_1 + q_1 - \frac{P_3^2}{q_1^3} = \frac{\mu^2}{4}q_1 P_1^2, \quad \dot{P}_2 + 2\mu f_0 P_2 + \mu^2 a q_2 = 0, \quad \dot{P}_3 + 2\mu f_0 P_3 = 0.$$

(3)

где f_0 – безразмерный коэффициент трения, a - расстояние от центра тяжести маятника до центра крепления галтели.

Из третьего уравнения (3) после интегрирования имеем:

$$P_3 = P_0 e^{-2\mu f_0 t}.$$

(4)

Выражая \bar{P}_2 из второго уравнения (2) и подставляя во второе уравнение (3), получим:

$$\ddot{q}_2 + 2\mu f_0 q_2 + \mu^2 q_2 = 0.$$

(5)

Решение уравнения (5) при $f_0 < 1$ имеет вид:

$$q_2 = A_2 e^{-\mu f_0 t} \cos \psi_2, \quad (6)$$

где

$$\psi_2 = \mu \omega_2 t + e_2, \quad \omega_2 = \sqrt{1 - f_0^2}. \quad (7)$$

Тогда

$$P_2 = (\dot{q}_2 + \frac{\mu}{2} P_3) = \mu A e^{-\mu f_0 t} \left[\frac{P_0}{2} e^{-\mu f_0 t} - A_2 \cos(\psi_2 - e_2') \right], \quad (8)$$

где

$$f_0 = \cos e_2', \quad \omega_2 = \sin e_2', \quad f_0^2 + \omega_2^2 = 1. \quad (9)$$

Выразим P_1 из первого уравнения (2) и подставим в первое уравнение (3):

$$\ddot{q}_1 + 2\mu f_0 \dot{q}_1 + q_1 - \frac{P_3^2}{q_1^3} = \frac{\mu^2}{4} \left(q_1^3 - q_1 \dot{q}_1^2 - \frac{P_3^2}{q_1} \right). \quad (10)$$

Сделаем замену переменной:

$$q_1 = u e^{-\mu f_0 t}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) и учитывая (4), уравнение (5) можно привести к виду:

$$\ddot{u} + (1 - \mu^2 f_0^2) u - \frac{P_0^2}{u^3} = \frac{\mu^2}{4} e^{-2\mu f_0 t} \left(u^3 - u \dot{u}^2 - \frac{\dot{P}_0^2}{u} \right). \quad (12)$$

Здесь возможны два варианта. В первом варианте, когда $P_0 = 0$, колебания маятника будут линейно поляризованными, т.е. нить маятника будет колебаться в фиксированной плоскости, проходя положение равновесия маятника. Во втором варианте, когда $P_0 \neq 0$, $q_1(t)$ нигде не обращается в нуль [12].

Перейдём теперь ко второму варианту. Уравнение для $u(t)$ во времени есть уравнение (12). Обозначим:

$$\delta = 1 + \mu^2 f_0^2, \quad \omega_0 = 2 \left(1 - \frac{\mu^2 f_0^2}{2} \right). \quad (13)$$

Рассмотрим уравнение:

$$\ddot{u} + (1 - \mu^2 f_0^2) u - \frac{P_0^2}{u^3} = 0, \quad (14)$$

которое назовём порождающим для уравнения (12). Его решение можно записать в виде:

$$u = \sqrt{\delta(c + \Delta \cos \psi)}, \quad (15)$$

где t_0, c – произвольные постоянные, а

$$\psi = \omega_0(t - t_0), \quad \Delta = \sqrt{C^2 - P_0^2(1 - \mu^2 f_0^2)}. \quad (16)$$

Решение уравнения (12) ищем методом вариации произвольных постоянных в виде:

$$u = \sqrt{\delta(\alpha + \Delta \cos \psi)}, \quad \dot{u} = -\frac{\omega_0 \delta \Delta \sin \psi}{2u}, \quad \psi = \omega_0(t - \beta), \quad \Delta = \sqrt{\alpha^2 - P_*^2}, \quad P_*^2 = (1 - \mu^2 f_0^2) P_0^2, \quad (17)$$

где α и β – неизвестные функции. Уравнение (12) заменится эквивалентной системой двух уравнений, записанной в стандартной форме [12]:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\mu^2 \Delta_0^2}{4} \sin 2\psi e^{-\tau}, \quad \dot{\psi} = \omega_0 - \frac{\mu^2}{2} (\Delta_0 + \alpha \cos \psi) \cos \psi e^{-\tau}, \quad (18)$$

где $\tau = 2\mu f_0 t$ – медленное время.

Замену переменных Крылова-Боголюбова ищем в виде [13-15]:

$$\begin{aligned} \alpha &= \bar{\alpha} + \mu^2 u_1(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) + \mu^4 u_2(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) + \dots, \\ \psi &= \bar{\psi} + \mu^2 v_1(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) + \mu^4 v_2(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

Эта замена преобразует систему (18) в систему сравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\alpha}}{dt} &= \mu^2 S_1(\tau, \bar{\alpha}) + \mu^4 S_2(\tau, \bar{\alpha}) + \dots \\ \frac{d\bar{\psi}}{dt} &= \omega_0 + \mu^2 G_1(\tau, \bar{\alpha}) + \mu^4 G_2(\tau, \bar{\alpha}) + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $\bar{\alpha}, \bar{\psi}$ – неизвестные средние значения α, ψ ; τ – медленное время; знак "–" означает среднее значение, функции $u_1, u_2, \dots, v_1, v_2, \dots, S_1, S_2, \dots, G_1, G_2, \dots$ – неизвестные функции, подлежащие определению. Суть метода усреднения состоит в том, что уравнение (12) или эквивалентная ему система (18) с помощью определенной процедуры замены переменных представляется более простой системой уравнений, которая поддается решению или более глубокому анализу. При этом решения (18) и (20) должны отличаться между собой на сколь угодно малую величину на достаточно большом отрезке времени. Ограничимся первым приближением, которое в данном случае совпадает со вторым. В виду аналитичности правой части уравнения (12) и построенное решение (20) в абсолютной норме будут отличаться между собой на величину, не более чем $O(\mu^2)$ на отрезке времени L/μ^2 , где L может быть достаточно большим числом [14].

Проведя необходимые операции для метода усреднения, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \bar{\psi}} &= -\frac{1}{2} \left\{ S_1(\tau, \bar{\alpha}) + \frac{\bar{\Delta}^2}{4} \sin 2\bar{\psi} e^{-\tau} \right\}, & \frac{\partial v_1}{\partial \bar{\psi}} &= -\frac{1}{2} \left\{ G_1(\tau, \bar{\alpha}) + \left[\frac{\bar{\Delta}}{2} \cos \bar{\psi} + \frac{\bar{\alpha}}{4} (1 + \cos 2\bar{\psi}) \right] e^{-\tau} \right\}, \\ \bar{\Delta} &= \sqrt{\bar{\alpha}^2 - P_0^2} \end{aligned} \quad (21)$$

Усредняя правые части (21) по $\bar{\psi}$ и полагая их равными нулю, определяем $S_1(\tau, \bar{\alpha})$, $G_1(\tau, \bar{\alpha})$:

$$S_1(\tau, \bar{\alpha}) = 0, \quad G_1(\tau, \bar{\alpha}) = -\frac{\bar{\alpha}}{4} e^{-\tau}. \quad (22)$$

Подставим (22) в (21) и выполним интегрирование:

$$u_1(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) = \frac{\bar{\Delta}^2}{16} e^{-\tau} \cos 2\bar{\psi}, \quad v_1(\tau, \bar{\alpha}, \bar{\psi}) = -\frac{e^{-\tau}}{4} \left[\bar{\Delta} \sin \bar{\psi} + \frac{\bar{\alpha}}{4} \sin 2\bar{\psi} \right],$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \frac{\mu^2}{16} \bar{\Delta}^2 e^{-\tau} \cos 2\bar{\psi}, \quad \psi = \bar{\psi} - \frac{\mu^2}{4} e^{-\tau} \left[\bar{\Delta} \sin \bar{\psi} + \frac{\bar{\alpha}}{4} \sin 2\bar{\psi} \right], \quad (23)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = 0, \quad \frac{d\bar{\psi}}{dt} = \omega_0 - \frac{\mu^2 \bar{\alpha}}{4} e^{-\tau}.$$

Здесь учтено, что постоянные интегрирования $\varphi_1(\tau, \bar{\alpha})$, $\psi_1(\tau, \bar{\alpha}) = 0$ для того, чтобы преобразование Крылова-Боголюбова имело тригонометрическую форму [14]. Из последних двух соотношений (23) после интегрирования по t следует:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_0 = const, \quad \bar{\psi} = \omega_0 t - \frac{\mu}{8f_0} \bar{\alpha}_0 (1 - e^{-\tau}) + \bar{\psi}_0. \quad (24)$$

Определим $\bar{\alpha}_0$ и $\bar{\psi}_0$, используя соотношения (23):

$$\alpha_0 = \bar{\alpha}_0 + \frac{\mu^2}{16} \bar{\Delta}_0^2 \cos 2\bar{\psi}_0, \quad \bar{\Delta}_0 = \sqrt{\bar{\alpha}_0^2 - P_0^2}, \quad \psi_0 = \bar{\psi}_0 - \frac{\mu^2}{4} \left[\bar{\Delta}_0 \sin \bar{\psi}_0 + \frac{\bar{\alpha}_0}{4} \sin 2\bar{\psi}_0 \right], \quad (25)$$

где начальные амплитуда α_0 и фаза ψ_0 определяются из начальных условий:

$$u_0^2 = q_{10}^2 = \alpha_0 + \Delta_{00} \cos \psi_0, \quad \Delta_{00} = \sqrt{\alpha_0^2 - P_0^2}, \quad 2u_0 \dot{u}_0 = 2q_{10} (\dot{q}_{10} + \mu f_0 q_{10}) = -\omega_0 \delta_0 \Delta_{00} \sin \psi_0. \quad (26)$$

Сдвигая отсчет времени так, чтобы $\bar{\psi}_0 = 0$, получим:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_0 = \alpha_0 - \frac{\mu^2}{16} \Delta_{00}^2, \quad \bar{\psi}_0 = \psi_0 = 0, \quad \bar{\psi} = \omega_0 t - \frac{\mu}{8f_0} \bar{\alpha} (1 - e^{-\tau}),$$

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\mu^2 \Delta_{00}^2}{16} (e^{-\tau} \cos 2\bar{\psi} - 1), \quad \psi = \bar{\psi} - \frac{\mu^2}{4} e^{-\tau} \left[\Delta_{00} \sin \bar{\psi} + \frac{\alpha_0}{4} \sin 2\bar{\psi} \right] \quad (27)$$

$$q_1^2 = \delta e^{-\tau} \left\{ (\alpha_0 + \Delta_{00} \cos \bar{\psi}) + \frac{\mu^2 \Delta_{00}^2}{8} e^{-\tau} \sin^2 \bar{\psi} + \frac{\mu^2 \Delta_{00}}{16} (e^{-\tau} - 1) (\Delta_{00} + \alpha_0 \cos \bar{\psi}) + \frac{\mu^2 f_0^2 P_0^3}{2\Delta_{00}} \cos \bar{\psi} \right\},$$

$$q_1 = \sqrt{\delta} e^{-\frac{\tau}{2}} \left\{ \sqrt{(\alpha_0 + \Delta_{00} \cos \bar{\psi})} + \frac{\mu^2 \Delta_{00}^2}{16 \sqrt{(\alpha_0 + \Delta_{00} \cos \bar{\psi})}} [e^{-\tau} \sin^2 \bar{\psi} + \frac{1}{2} (e^{-\tau} - 1) \left(1 + \frac{\alpha_0}{\Delta_{00}} \cos \bar{\psi} \right) + \frac{f_0^2 P_0^3}{4 \Delta_{00}^3} \cos \bar{\psi}] \right\} \quad (28)$$

Предельным переходом при $f_0 \rightarrow 0$ соотношения (28) переходят в соответствующие соотношения для незатухающих колебаний [12]. Подставляя (4), (6), первое соотношение (28) в третье уравнение (2) и выполняя интегрирование с учётом начальных условий, получим:

$$q_3(t) = q_3(0) + \frac{\mu(1-\mu a)P_0}{8f_0} (1 - e^{-\tau}) + \frac{\mu^2 a A_2}{2} \left(\cos e_2 - e^{-\frac{\tau}{2}} \cos \psi_2 \right) + (1 - \mu^2 f_0^2) \int_0^t \frac{P_0}{u^2} dt. \quad (29)$$

Определённый интеграл, стоящий в правой части (27), в общем случае не выражается через элементарные и специальные функции, поэтому его необходимо вычислять каким-либо численным методом. Обычно $f_0 \ll 1$, и поэтому третьим и четвёртым членами в фигурных скобках первого соотношения (28) можно пренебречь.

Вычислим интеграл в правой части (29) в предположении, что $\tau = const$. Получим:

$$J_0^{(1)} = e^{-\tau} \left\{ \left(1 + \frac{\mu^2}{8} P_0 - \frac{\mu \alpha_0}{16 f_0} (1 - e^{-\tau}) \right) t - \arctg \left(\frac{\chi_1 \sin \bar{\psi}}{1 + \chi_1 \cos \bar{\psi}} \right) \right\}, \quad (30)$$

где
$$\chi_1 = \frac{\Delta_{00}}{(\alpha_0 + P_0)} \left\{ 1 + \frac{\mu^2 P_0}{8} \left(9e^{-\tau} - 8 + \frac{4f_0^2 P_0 \alpha_0}{\Delta_{00}^2} \right) \right\}. \quad (31)$$

При $f_0 \rightarrow 0$ интеграл (30) переходит в соответствующий интеграл для свободных колебаний [12]. При $P_0 = 0$ получим соответствующие формулы для линейно поляризованных колебаний [12,16].

Прямым вычислением нетрудно показать, что на отрезке времени $T = c_1 \tau$ ($c_1 = const$), $|J_0 - J_0^{(1)}| < \mu^2 const$. Здесь через J_0 обозначен интеграл в правой части (29).

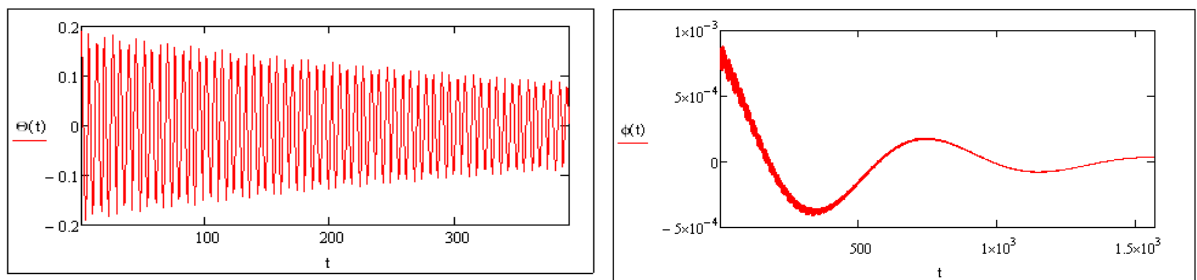
Если удерживать члены в выражениях (28), (30) с точностью до $O(1)$ и подставить их в третье соотношение (1), то изменение угла закручивания будет:

$$\varphi_2 = q_2 + \frac{D_0}{4} \sin 2q_3 e^{-\tau} + \frac{D_0^2}{8} \sin 2q_3 \sin^2 q_3 e^{-2\tau} + \dots, \quad (32)$$

где
$$D_0 = \alpha_0 + \Delta_{00} \cos \psi. \quad (33)$$

Результаты численных расчетов. На рисунках 1–3 приведены графики свободных затухающих колебаний угловых координат θ, φ для общего случая колебаний, а на рисунке 4 для линейно поляризованных колебаний. Интеграл J_0 (30) в безразмерных координатах вычислялся приближенно с точностью до $\varepsilon = 10^{-7}$.

На рисунках отчетливо прослеживается влияние трения, которое приводит через определенное время к затуханию колебаний. Увеличение коэффициента трения уменьшает время затухания колебаний и нутационных дрожаний, которые накладываются на крутильные колебания. И наоборот, уменьшение коэффициента трения приводит к увеличению времени затухания и нутационных дрожаний. Кроме того, увеличение коэффициента трения незначительно уменьшает частоту колебаний угловой координаты q_1 и значительно-угловой координаты q_2 . Основное влияние трения сказывается на амплитудах соответствующих колебаний. Аналогичные закономерности колебаний от влияния трения, как показали расчеты, характерны и для случая колебаний близких к линейно поляризованным колебаниям.

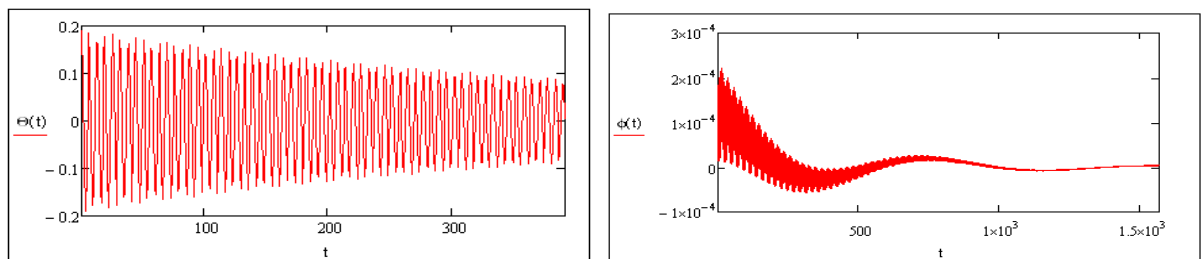


а

б

$$\mu = 8 \cdot 10^{-3} ; \alpha = 0.06 ; q_{30} = \frac{\pi}{8} ; e_2 = \frac{\pi}{12} ; a = 0.8 ; A_2 = 0.0008 ; P_0 = 0.05 ; f_0 = 0.25$$

Рисунок 1 - Графики зависимостей угловых координат θ, φ от времени (а,б)

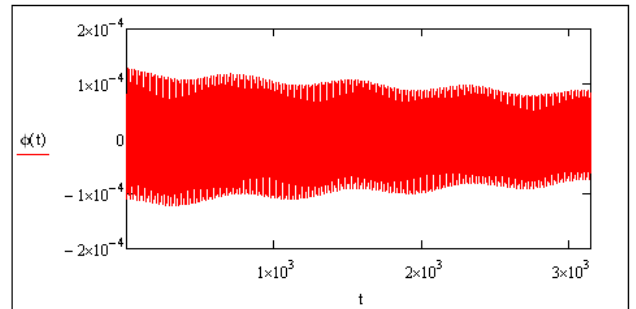
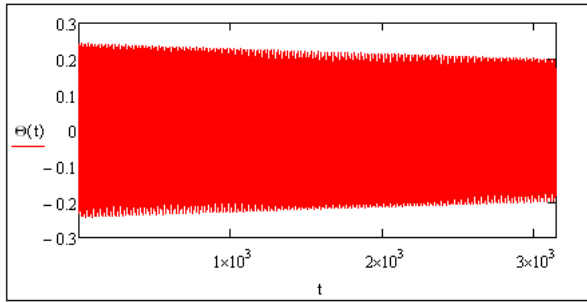


а

б

$$\mu = 8 \cdot 10^{-3} ; \alpha = 0.06 ; q_{30} = \frac{\pi}{8} ; e_2 = \frac{\pi}{12} ; a = 0.8 ; A_2 = 0.00008 ; P_0 = 0.05 ; f_0 = 0.25$$

Рисунок 2 - Графики зависимостей угловых координат θ, φ от времени (а,б)

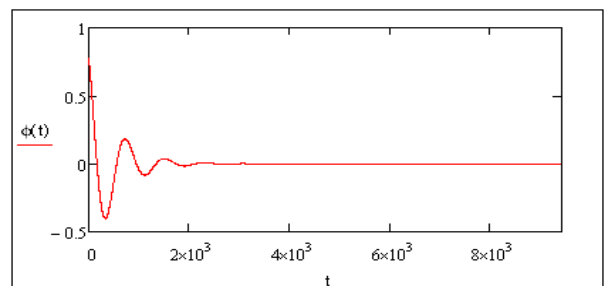
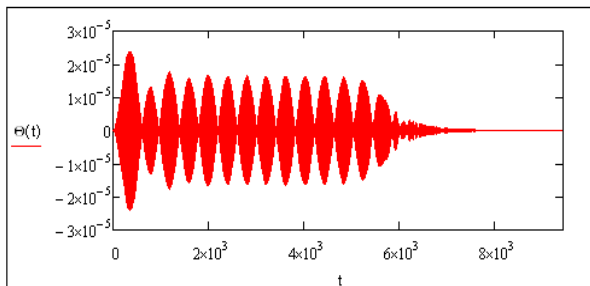


а

б

$$\mu = 8 \cdot 10^{-3} ; \alpha = 0.06 ; q_{30} = \frac{\pi}{8} ; e_2 = \frac{\pi}{12} ; a = 0.8 ; A_2 = 0.000008 ; P_0 = 0.05999 ; f_0 = 0.008$$

Рисунок 3 - Графики зависимостей угловых координат θ, φ от времени (а,б)



а

б

$$\mu = 8 \cdot 10^{-3} ; A = 0.8 ; q_{30} = 0 ; e_2 = \frac{\pi}{12} ; a = 0.8 ; A_2 = 0.8 ; f_0 = 0.25$$

Рисунок 4 - Графики зависимостей угловых координат θ, φ от времени при колебаниях, близких к линейно поляризованным (а,б)

Графики на рисунках для общего случая затухания дают представление о влиянии начальных параметров на угловые координаты θ, φ . Уменьшение начальной амплитуды A_{20} (рисунки 1б - 3б) увеличивает влияние нутационных дрожаний на крутильные колебания. Увеличение начального импульса P_0 и уменьшение коэффициента трения

(рисунки 2б, 3б) способствует также увеличению нутационных дрожаний и времени их влияния на крутильные колебания.

На рисунке 4 приведены графики угловых координат θ, φ при свободных затухающих колебаниях, близких к линейно поляризованным. При $q_3(0)=0$ эффект модуляции нутационных колебаний становится более явным (4а). На рисунке 4а начало процесса характеризуется большим по времени и амплитуде полуциклом. Затем следует меньший полуцикл, а далее следуют 11 примерно одинаковых полуциклов. Завершается процесс меньшим полуциклом, после чего происходит относительно резкое затухание. Это связано с тем, что нутационные колебания θ зависят от угловой координаты q_3 (1), изменение которой во времени определяется изменением амплитуды A_2 и частотой $\mu\omega_2$. Но A_2 и ω_2 существенно зависят от коэффициента трения f_0 . Поэтому наложение различных параметров, каждый из которых имеет свою скорость затухания и определяющие нутационные колебания, приводят к тому, что существует определенный интервал времени (на рисунке 4а, примерно, $10^3 \div 4,7 \times 10^3$), на котором полуциклы модулированных колебаний примерно одинаковые.

Приведенные выше расчетные зависимости свободных затухающих колебаний количественно подтверждают первую гипотезу И.И. Калининкова [7] о влиянии нутационных колебаний сейсмического крутильного маятника на его крутильные колебания и устанавливают между ними аналитическую связь. Кроме того, для общего случая подтверждено влияние крутильных колебаний на нутационные через импульс P_0 (вторая гипотеза И.И. Калининкова [7]). Для колебаний, близких к линейно поляризованным, такого влияния не наблюдается.

Работа выполнена в рамках грантового финансирования "Фундаментальные исследования в области естественных наук" № 0502/ГФ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Завьялов А.Д. Среднесрочный прогноз землетрясений. Основы, методика, реализация.- М.: Наука, 2006.- 254 с.
- 2 Зубков С.И. Предвестники землетрясений.- М.: ОИФЗ РАН, 2002.- 140 с.
- 3 Любушин А.А. Анализ данных геофизического и экологического мониторинга.- М.: Наука, 2007.- 278 с.
- 4 Калининков И.И. Консервативные системы для геофизических исследований.- М.: ИФЗ СССР, 1983.- 178 с.
- 5 Зенков В.С., Калининков И.И., Нюнин М.И., Нюнина Н.А., Синякова В.Ф. Эквивалентная шумовая температура в лаборатории и землетрясения // Доклады АН СССР.- 1978.- Т. 239.- №1.- С. 74-76.

6 Зенков В.С., Калинин И.И., Нюнин М.И. Оперативный прогноз сильных землетрясений // Доклады АН СССР, 1980.- Т. 254.- №2.- С. 325-327.

7 Калинин И.И. Консервативные системы для геофизических исследований.- М.: ИФЗ СССР, 1983.- 178 с.

8 Калинин И.И. Горизонтальные крутильные весы - сейсмоприемник с многолепестковой диаграммой направленности // Доклады АН СССР.- 1991.- Т. 317.- №4.- С. 868-872.

9 Калинин И.И., Матюнин В.П., Нюнина Н.А., Гетманская В.В. Оперативный прогноз землетрясений в телесеismicкой зоне - реальность // Доклады РАН.- 1992.- Т.323.- №6.- С. 1068-1071.

10 Отчет НИР НПК «Прогноз».- Алматы: ГУ «Казселезащита», 1994-1999.- 168 с.

11 Отчет о научной деятельности Центральной лаборатории по прогнозу землетрясений НПК «Прогноз».- 2008.- 169 с.

12 Мартынов Н.И. Введение в теорию колебаний сейсмического маятника.- Алматы: ЛЕМ, 2005.- 162 с.

13 Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.- М.: Наука, 1974.- 503 с.

14 Гребенников Е.А., Митропольский Ю.А. Метод усреднения в исследованиях резонансных систем.- М.: Наука, 1992.- 221 с.

15 Волосов В.М. Усреднение в системах обыкновенных дифференциальных уравнений // УМН. - 1962. - Т. 17. - № 6. - С. 3 - 126.

16 Мартынов Н.И. Собственные нелинейные колебания сейсмического маятника // Вестник НАН РК.- 2006. - № 5. - С. 48-51.

REFERENCES

1 Zav'jalov A.D. Srednesrochnyj prognoz zemletrjasenij. Osnovy, metodika, realizacija. *Nauka*, **2006**, 254 p. (in Russ.).

2 Zubkov S.I. Predvestniki zemletrjasenij. *OIFZ RAN*, **2002**, 140 p. (in Russ.)

3 Ljubushin A.A. Analiz dannyh geofizicheskogo i ekologicheskogo monitoringa. *Nauka*, **2007**, 278 p. (in Russ.).

4 Kalinnikov I.I. Konservativnyye sistemy dlja geofizicheskikh issledovanij. *IFZ SSSR*, **1983**, 178 p. (in Russ.).

5 Zenkov V.S., Kalinnikov I.I., Njunin M.I., Njunina N.A., Sinjakova V.F. Ekvivalentnaja shumovaja temperatura v laboratorii i zemletrjasenija *Doklady AN SSSR*, **1978**, Vol. 239, №1, P. 74-76 (in Russ.).

6 Zenkov V.S., Kalinnikov I.I., Njunin M.I. Operativnyj prognoz sil'nyh zemletrjasenij *Doklady AN SSSR*, **1980**, Vol. 254, №2, P. 325-327 (in Russ.).

7 Kalinnikov I.I. Konservativnye sistemy dlja geofizicheskikh issledovanij. *IFZ SSSR*, **1983**, 178 p. (in Russ.).

8 Kalinnikov I.I. Gorizontaľnye krutil'nye vesy - sejsmopriemnik s mnogolepestkovoj diagrammoj napravlenosti *Doklady AN SSSR*, **1991**, Vol. 317, №4, P. 868-872 (in Russ.).

9 Kalinnikov I.I., Matjunin V.P., Njunina N.A., Getmanskaja V.V. Operativnyj prognoz zemletrjasenij v telesejsmicheskoj zone - real'nost' *Doklady RAN*, **1992**, Vol.323, №6, P. 1068-1071 (in Russ.).

10 Report NIR NPK «Prognoz» GU «Kazselezashhita», **1994-1999**, 168 p. (in Russ.).

11 Otchet o nauchnoj dejatel'nosti Central'noj laboratorii po prognozu zemletrjasenij NPK «Prognoz», **2008**. 169 p. (in Russ.).

12 Martynov N.I. Vvedenie v teoriju kolebanij sejsmicheskogo majatnika. *LEM*, **2005**, 162 p. (in Russ.).

13. Bogoljubov N.N., Mitropol'skij Ju.A. Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij. *Nauka*, **1974**, 503 p. (in Russ.).

14 Grebennikov E.A., Mitropol'skij Ju.A. Metod usrednenija v issledovanijah rezonansnyh sistem. *Nauka*, **1992**, 221 p. (in Russ.).

15 Volosov V.M. Usrednenie v sistemah obyknovennyh differencial'nyh uravnenij *UMN*, **1962**, Vol. 17, № 6, P. 3 - 126 (in Russ.).

16. Martynov N.I. Sobstvennye nelinejnye kolebanija sejsmicheskogo majatnika *Vestnik NAN RK*, **2006**, № 5, P. 48-51 (in Russ.).

Резюме

Н.И. Мартынов, М.А. Рамазанова, А.А. Чупрасов

(ҚР БҒМ Ө.А. Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы қ.)

СЕЙСМИКАЛЫҚ БҰРАЛМАЛЫ МАЯТНИКТИҢ СӨНІП БАРА

ЖАТҚАН БЕЙСЫЗЫҚ ЕРКІН ТЕРБЕЛІСТЕРІ

Жер сілкінісі болжамының ғылыми мәселелері жаратылыстанудың ең басты қиын және әлі шешімін таппаған мәселелерге жатады. Бұл мәселенің шешімін табу ғылыми аспектілерден бөлек адамзаттың маңызды қажеттілігі болып табылады.

Кілт сөздер: болжам, жер сілкінісі, мәселе, маятник, сейсмикалық.

Summary

N.I. Martynov, M.A. Ramazanova, A.A. Chuprassov

(Mechanics and engineering science institute of U.A. Dzholdasbekova of MOH PK, Almaty)

FREE NONLINEAR PLANE- POLARIZED RELAXATION OSCILLATIONS

OF THE SEISMIC TORSIONAL PENDULUM

Analytical expressions for angular coordinates of a seismic torsional pendulum are received at free relaxation nonlinear oscillations using averaging method. The analysis of these expressions and the carried-out computer modeling allowed to determine consistent patterns and the features of these oscillations.

Keywords: weather, earthquake, the problem, the pendulum seismic.

Поступила 14.01.2013 г.