АСТРОФИЗИКА

ЖОК 521.1

М.Ж. МИНГЛИБАЕВ, Ф.Д. БАЙДОЛДА

ГРАВИТАЦИЯЛАУШЫ ЖӘНЕ КЕДЕРГІЛІ ОРТАДАҒЫ НҮКТЕНІҢ ҮШ ОСТІ БЕЙСТАЦИОНАР ЭЛЛИПСОИД ӨРІСІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫСЫ

(ҚР ҰҒА академигі Т.Б. Омаровпен ұсынылған)

Гравитациялаушы және кедергілі ортадағы материалдық нүктенің массасы, өлшемі және пішіні айнымалы үш ості эллипсоид гравитация өрісіндегі қозғалысы қарастырылған. Өріс потенциалының негізгі мүшесі – екінші гармониканы ескере, квазиконустық қима бойынша апериодикалық қозғалыстың лездік элементтері арқылы, ұйтқыған қозғалыс теңдеуі келтірілген. Ғасырлық ұйтқуды сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесі қорытып шығарылған. Ол жүйенің интегралданатын жағдайлары табылған.

1. Кіріспе. Масса айнымалылығына байланысты дененің басқа да параметрлерінің (пішіні, құрылымы, өлшемі) өзгеруін ескеретін, бейстационарлық гравитациялаушы жүйелердің динамикалық мәселелері құрылымдар мен процестердің ерекшеліктері мен табиғатын анықтауға мүмкіндік береді. Бейсфералы пішінді, құрылымы және массасы айнымалы аспан денелерінің қозғалысын зерттеу – бұл аймақтағы маңызды мәселелердің бірі болып табылады [1-4].

Стационарлы үш ості эллипсоидтың тартылыс өрісіндегі материалдық нүктенің қозғалысы – аспан механикасындағы өзекті мәселелерінің бірі. Массасы тұрақты стационарлы үш ості айналмалы эллипсоидтың тартылыс өрісіндегі материалдық нүктенің резонанстық қозғалысы [5] монографияда толық қарастырылған және резонанстық шешімдердің әртүрлі класы алынған. Осыған ұқсас [6] жұмыста бейстационарлы айналмалы үш ості эллипсоид үшін және массасы мен өлшемі баяу өзгеретін және олар бір-біріне байланысты болған жағдайда, автономизация әдісімен либрация нүктелері анықталынған. Ол жұмыста масса жалпыланған Мещерский заңы бойынша өзгереді және өлшемі оған тәуелді.

Бұл жұмыста гравитациялаушы және кедергілі ортадағы материалдық нүктенің массасы, өлшемі және пішіні айнымалы үш ості эллипсоид гравитация өрісіндегі қозғалысы қарастырылған. Эллипсоидтың массасы, пішіні және өлшемі кез келген уақытқа байланысты функция болған кезде, ғасырлық ұйтқуды сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесі қорытып шығарылған. Ол жүйенің интегралданатын жағдайлары табылған.

2. Мәселенің қойылуы. Гравитациялаушы және кедергілі ортадағы, массасы мен өлшемі айнымалы дененің гравитация өрісіндегі материалдық нүктенің қозғалысын қарастырайық. OXYZ тік бұрышты координаталар жүйесінің бас нүктесін дененің барицентріне орналастырамыз, ал координата осін дене инерциясының бас центрлік остеріне бағыттаймыз. *Сонымен қатар дененің бас инерция остерінің бағытын қарастырылған координаталар жүйесінде тұрақты деп аламыз.* Сонда нүктенің қозғалыс теңдеуі келесі түрде болады [7]:

$$\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \varepsilon\alpha\,\dot{x} - \frac{4}{3}\pi\alpha x, \qquad \ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \varepsilon\alpha\,\dot{y} - \frac{4}{3}\pi\alpha y,$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} - \varepsilon\alpha\,\dot{z} - \frac{4}{3}\pi\alpha z, \qquad (1)$$

мұндағы U – дененің потенциалы, $a(t)$ – біртекті орта тығыздығы, $\varepsilon = const$ – пропорционалдық коэффициент, $\pi \approx 3.14$. Күш өрісіне жақын жуықтау алу үшін, Лежандр полиномдары арқылы жіктелген U потенциалын сфералы-симметриялы нақты денеден ең негізгі айырмашылығын сипаттайтын екінші ретті гармоникаларды ескеру жеткілікті. Біздің жағдайда дене бейстационар, сондықтан да [8], бұл жағдайда дене пішіні мен құрылымының сипаттамалары

$$J_2 = J_2(t), \quad C_{22} = C_{22}(t). \qquad (2)$$

Орталық дененің параметрлері уақытқа байланысты өзгереді, бірақ та жоғарыда айтылғандай, қарастырылған абсолютты координаталар жүйесінде *бас инерция остері бағыттары тұрақты,* олар координата остерімен сәйкес келеді және алғашқы ориентациясы өзгермейді деп қабылдаймыз. Сондықтан да осы координата жүйесінде

$$C_{21} = S_{21} = S_{22} = 0.$$

Орталық дененің массасы изотропты түрде уақытқа байланысты өзгермелі

$$m = m(t) = m_0 \nu(t), \qquad (3)$$

мұндағы $m_0 = m(t_0)$ – оның бастапқы мәні. Дене өлшемінің сипаты ретінде оның экваторлық орташа радиусын аламыз. Яғни:

$$R = R(t) = R_0 \chi(t), \qquad (4)$$

мұндағы $R_0 = R(t_0)$ – оның бастапқы мәні.

Қарастырып отырған жуықтаудағы U потенциалы (2)-(4)-ші өрнектерін ескере келе, келесі теңдеумен сипатталады:

$$U = \frac{fm}{r}\left\{1 + \frac{J_2}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(1 - 3\sin^2\delta\right) + \right.$$

$$\left. + 3C_{22}\left(\frac{R}{r}\right)^2 \cos 2\lambda\left(1 - \sin^2\delta\right)\right\}, \qquad (5)$$

мұндағы f – гравитациялық тұрақты, r, δ және λ материялық нүктенің сфералық координаталары. Мәселені жалпы жағдайда зерттеу күрделі, сондықтан да ұйтқу теориясын [4] пайдаланып, оның ғасырлық қозғалысын қарастырамыз.

3. Ұйтқыған қозғалыс теңдеуі. Тікбұрышты координата $OXYZ$ жүйесіндегі қарастырылған нүктенің (1)-ші қозғалыс теңдеуін мына түрде жазайық

$$\ddot{x} = -\frac{fm}{r^3}x - \varepsilon\alpha\dot{x} - \frac{4}{3}\pi\alpha x + \frac{\partial W}{\partial x},$$

$$\ddot{y} = -\frac{fm}{r^3}y - \varepsilon\alpha\dot{y} - \frac{4}{3}\pi\alpha y + \frac{\partial W}{\partial y}, \qquad (6)$$

$$\ddot{z} = -\frac{fm}{r^3}z - \varepsilon\alpha\dot{z} - \frac{4}{3}\pi\alpha z + \frac{\partial W}{\partial z},$$

мұндағы W функциясы келесі түрге жазылады:

$$W = \frac{fmR^2}{r^3}\left\{\frac{J_2}{2}\left(1 - 3\sin^2\delta\right) + 3C_{22}\cos 2\lambda\left(1 - \sin^2\delta\right)\right\}. \qquad (7)$$

Соңғы өрнектегі сфералық координаталар r, δ және λ тік бұрышты координаталармен байланысы белгілі

$$x = r\cos\delta\cos\lambda, \quad y = r\cos\delta\sin\lambda, \quad z = r\sin\delta. \qquad (8)$$

Сәйкесінше (6)-ші қозғалыс теңдеуін төмендегіше жазайық

$$\ddot{x} = -fm\frac{x}{r^3} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\dot{x} + \left[\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right]x + \frac{\partial V}{\partial x},$$

$$\ddot{y} = -fm\frac{y}{r^3} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\dot{y} + \left[\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right]y + \frac{\partial V}{\partial y}, \qquad (9)$$

$$\ddot{z} = -fm\frac{z}{r^3} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\dot{z} + \left[\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right]z + \frac{\partial V}{\partial z},$$

мұндағы

$$V = V_1 + V_2 + V_{22}, \qquad (10)$$

$$V_1 = \left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right)\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right] - \frac{4}{3}\pi\alpha\left(\frac{1}{2}\right)\right\}(x^2 + y^2 + z^2), \qquad (11)$$

$$V_2 = \frac{1}{2}J_2\frac{fm}{r}\left(\frac{R}{r}\right)^2(1 - 3\sin^2\delta), \qquad (12)$$

$$V_{22} = 3C_{22}\frac{fm}{r}\left(\frac{R}{r}\right)^2(1 - \sin^2\delta)\cos 2\lambda \qquad (13)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}\right) = -\varepsilon\int_{t_0}^{t}\alpha(t)dt. \qquad (14)$$

Егер $V = 0$ болса (9) -ші теңдеу квазисфералық қима бойынша ұйтқымаған апериодикалық қозғалысты өрнектейді, сәйкесінше мына элементтермен сипатталады

$$a,\ e,\ i,\ \omega,\ \Omega,\ M, \qquad (15)$$

$$x = \gamma\rho\cdot[\cos u\cos\Omega - \sin u\sin\Omega\cos i],$$

$$y = \gamma\rho\cdot[\cos u\sin\Omega + \sin u\cos\Omega\cos i],$$

$$z = \gamma\rho\cdot[\sin u\sin i], \qquad r = \gamma\rho,$$

$$\dot{x} = \left(\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + \frac{\dot{\rho}}{\rho}\right)x + \gamma\rho\dot{u}\cdot[-\sin u\cos\Omega - \cos u\sin\Omega\cos i],$$

$$\dot{y} = \left(\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + \frac{\dot{\rho}}{\rho}\right)y + \gamma\rho\dot{u}\cdot[-\sin u\sin\Omega - \cos u\cos\Omega\cos i],$$

$$z = \left(\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + \frac{\dot{\rho}}{\rho}\right)z + \gamma\rho\dot{u}\cdot[\cos u\sin i],$$

мұндағы

$$\rho = \frac{p}{1 + e\cos\upsilon}, \qquad p = a\left(1 - e^2\right), \qquad \upsilon = u - \omega,$$

$$\dot{\rho} = \frac{\psi}{\gamma^2}\sqrt{\frac{fm_0}{p}}\,e\sin\upsilon, \qquad \dot{u} = \frac{\psi}{\gamma^2}\sqrt{\frac{fm_0 p}{\rho^2}},$$

$$\psi = \psi(t) = \left(\frac{m}{m_0}\gamma\right)^{1/2}, \qquad \gamma = \frac{m(t_0)}{m(t)}\exp\left[-2\int_{t_0}^{t}\alpha(t)dt\right].$$

Сондықтан $V \neq 0$ жағдайда (6)-ші теңдеу (15)–ші айнымалыларымен ұйтқыған қозғалыс теңдеу ретінде қарастырамыз. Ұйтқу теңдеуін Лагранж теңдеуі [4] түрінде жазуға болады.

$$\dot{a}=\frac{2}{na}\frac{\partial V}{\partial M},$$
$$\dot{e}=\frac{1-e^2}{na^2e}\frac{\partial V}{\partial M}-\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e}\frac{\partial V}{\partial \omega},$$
$$\frac{di}{dt}=\frac{ctg\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V}{\partial \omega}-\frac{\cos ec\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V}{\partial \Omega},$$
$$\dot{\Omega}=\frac{\cos ec\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V}{\partial i}, \qquad (16)$$
$$\dot{\omega}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e}\frac{\partial V}{\partial e}-\frac{ctg\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V}{\partial i},$$
$$\dot{M}=\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\cdot n-\frac{2}{na}\frac{\partial V}{\partial a}-\frac{1-e^2}{na^2e}\frac{\partial V}{\partial e},$$

мұндағы

$$V=V(t,a,e,i,\omega,\Omega,M). \qquad (17)$$

Әрі қарай ұйтқыған квазиэллипс қозғалысын қарастырайық

$$e(t)<1. \qquad (18)$$

4. ***Ұйтқушы функцияны элементтер арқылы өрнектеу***. Сфералық астрономияның белгілі теңдеулерін қолданып

$$\begin{aligned}&\sin\delta=\sin i\sin(\omega+\upsilon),\\&\cos\delta\cos\lambda=\cos(\omega+\upsilon)\cos\Omega-\sin(\omega+\upsilon)\sin\Omega\cos i,\\&\cos\delta\sin\lambda=\cos(\omega+\upsilon)\cos\Omega+\sin(\omega+\upsilon)\cos\Omega\cos i,\end{aligned} \qquad (19)$$

мұндағы $\upsilon=\theta-\omega$ — нақты аномалия ұйтқымаған қозғалыс теңдеуінен анықталады, радиус — вектор модулінің ұйтқымаған қозғалыстағы өрнегін

$$r=\gamma\frac{p}{1-e\cos\upsilon}, \qquad p=a(1-e^2), \qquad (20)$$

пайдаланып, (11), (12), (13)-ші теңдеулерін түрлендіреміз. Онда (12), (13)-ші теңдеулерін келесідей жазуға болады

$$V_2=\frac{1}{2}J_2\frac{fmR^2}{\gamma^3a^3}\left\{\left(1-\frac{3}{2}\sin^2 i\right)\left(\frac{a}{\rho}\right)^3+\frac{3}{2}\sin^2 i\cos 2\omega\left(\frac{a}{\rho}\right)^3\cos 2\upsilon-\right.$$
$$\left.-\frac{3}{2}\sin^2 i\sin 2\omega\left(\frac{a}{\rho}\right)^3\sin 2\upsilon\right., \qquad (21)$$

$$V_{22}=3C_{22}\frac{fmR^2}{\gamma^3a^3}\left\{\frac{1}{2}\sin^2 i\cos 2\omega\left(\frac{a}{\rho}\right)^3+\right.$$
$$+\left[\left(\frac{1}{4}\cos^2 i+\frac{1}{2}\cos i\right)\cdot\cos(2\Omega+2\omega)+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{4}\cos^2 i-\frac{1}{2}\cos i\right)\cos(2\Omega-2\omega)\right]\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{a}{\rho}\right)^3\cos 2\upsilon+\left[\left(-\frac{1}{4}\cos^2 i-\frac{1}{2}\cos i\right)\cdot\right.$$
$$\cdot\sin(2\Omega+2\omega)+\left(-\frac{1}{4}\cos^2 i+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{2}\cos i\right)\sin(2\Omega-2\omega)\right]\left(\frac{a}{\rho}\right)^3\sin 2\upsilon\Bigg\}. \qquad (22)$$

Ал (11)-ші қатынасын келесі түрде жазамыз

$$V_1=-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma}+\left[\varepsilon\int_{t_0}^{t}\alpha(t)dt\right]\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+\frac{4}{3}\pi\alpha\right\}a^2\gamma^2\left(\frac{\rho}{a}\right)^2. \qquad (23)$$

Жоғарыда көрсетілген (21)-(23)-ші теңдеулеріндегі

$$\left(\frac{a}{p}\right)^3\cos 2\upsilon, \qquad \left(\frac{a}{p}\right)^3\sin 2\upsilon, \qquad \left(\frac{\rho}{a}\right)^2,$$

өрнектері e және M элементтері арқылы шексіз қатар түрінде беріледі [9].

Осы жұмыста жіктелген ұйтқушы функцияның тек толық ғасырлық бөлігімен шектелеміз

$$\tilde{V}_1=-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma}+\left[\varepsilon\int_{t_0}^{t}\alpha(t)dt\right]\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+\frac{4}{3}\pi\alpha\right\}a^2\gamma^2\left(1+\frac{3}{2}e^2\right), \qquad (24)$$

$$\tilde{V}_2=\frac{1}{2}J_2\frac{fmR^2}{\gamma^3a^3}\left(1-\frac{3}{2}\sin^2 i\right)\left(1-e^2\right)^{-3/2}, \qquad (25)$$

$$\tilde{V}_{22}=3C_{22}\frac{fmR^2}{\gamma^3a^3}\left(\frac{1}{2}\cos 2\Omega\sin^2 i\right)(1-e^2)^{-3/2}. \qquad (26)$$

Келтірілген (24)- (26) -шы және (10) -шы қатынастарынан

$$V_{гасыр}=-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ddot{\gamma}}{\gamma}+\left[\varepsilon\int_{t_0}^{t}\alpha(t)dt\right]\frac{\dot{\gamma}}{\gamma}+\frac{4}{3}\pi\alpha\right\}a^2\gamma^2\left(1+\frac{3}{2}e^2\right)+$$
$$+\frac{1}{2}\frac{fmR^2}{\gamma^3a^3}\cdot\left(1-e^2\right)^{-3/2}\cdot\left[J_2+\left(-\frac{3}{2}J_2+3C_{22}\cos 2\Omega\right)\sin^2 i\right]. \qquad (27)$$

Сонымен ұйтқытушы функцияның толық ғасырлық бөлігі уақыт және төрт айнымалыдан тәуелді:

$$V_{гасыр}=V_{гасыр}\left(t,a,e,\Omega,i\right). \qquad (28)$$

5. Ғасырлық ұйтқудың теңдеуі. (27) -ші өрнегін ұйтқыған Лагранж (16)-ші теңдеуіне қойып алатынымыз

$$\dot{a}=0, \qquad \dot{e}=0, \qquad (29)$$

$$\frac{di}{dt}=-\frac{\cos ec\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\cdot\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial\Omega}, \qquad \dot{\Omega}=\frac{\cos ec\,i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial i}, \qquad (30)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial e} - \frac{ctg\, i}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial i}, \qquad (31)$$

$$\dot{M} = \gamma^2 \cdot n - \frac{2}{na}\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2 e}\frac{\partial V_{гасыр}}{\partial e} \qquad (32)$$

6. Ғасырлық үйтқу теңдеуінің интегралданатын дербес жағдайлары. Денені сипаттайтын параметрлерге қатысты бейстационарлық эллипсоидтқа келесі жағдайларды ұсынайық. Бірінші жағдайда дененің параметрлері гомотеттік түрде өзгереді деп есептейміз [4], яғни әрбір келесі уақыт мезгіліндегі дене пішіні мен құрылымы алғашқы уақыт мезгіліндегі сипаттамаларына ұқсас келеді.

$$\frac{A(t)}{A(t_0)} = \frac{B(t)}{B(t_0)} = \frac{C(t)}{C(t_0)} = \nu(t)\chi^2(t)\ , \qquad (33)$$

мұндағы

$$A = A(t), \qquad B = B(t), \qquad C = C(t), \qquad (34)$$

бейстационарлық эллипсоидтың екінші ретті инерция моменттері.

Бұл жағдайда

$$J_2 = J_2(t_0) = const, \qquad C_{22} = C_{22}(t_0) = const. \qquad (35)$$

Екінші жағдайда

$$\frac{C_{22}(t)}{J_2(t)} = \frac{B(t)-A(t)}{2\left[2C(t)-\left(A(t)+B(t)\right)\right]} = \frac{C_{22}(t_0)}{J_2(t_0)} = k = const \qquad (36)$$

немесе

$$\frac{A(t)-C(t)}{A(t)-B(t)} = k^* = \frac{1+2k}{4k} = const. \qquad (37)$$

Осы (35)-ші немесе (36)-ші шарттары орындалғанда (27)-ші өрнекті ескере (30)-ші теңдеу жүйесінен мына интегралды табамыз

$$\left[-\frac{1}{2}J_2(t_0) + C_{22}(t_0)\cdot\cos 2\Omega\right]\sin^2 i = h_1\ , \qquad (38)$$

немесе

$$(1-2k\cos 2\Omega)\sin^2 i = h = const, \qquad (39)$$

мұндағы

$$-2k = \frac{B_0 - A_0}{A_0 + B_0 - 2C_0} \qquad (40)$$

$$(1-2k\cos 2\Omega_0)\sin^2 i_0 = h \qquad (41)$$

Алынған (39)-ші интеграл түрі жағынан сәйкес стационарлық есептегі [10] интеграл сияқты. (39) -ші және (29) -ші интегралдар көмегімен теңдеулер жүйесін соңына дейін интегралдауға болады. (30)-ші теңдеулер жүйесінің екінші теңдеуінен (39)-ші интегралды ескере

$$\dot{\Omega} = \frac{-3J_2 fmR^2}{2na^2\left(1-e^2\right)^2\gamma^3 a^3}\sqrt{1-2k\cos 2\Omega}\cdot\sqrt{1-h-2k\cos 2\Omega}. \qquad (42)$$

Мына белгілеулерді енгізіп

$$\cos 2\Omega = u, \qquad (43)$$

$$\alpha^* = \frac{1}{-2k} = -\frac{J_2}{2C_{22}} = \frac{A_0 + B_0 - 2C_0}{B_0 - A_0}, \qquad (44)$$

$$\beta^* = \alpha^*(1-h) = \alpha^*\cos^2 i_0 - \sin^2 i_0 \cos 2\Omega_0, \qquad (45)$$

табатынымыз

$$\dot{u} = \frac{-6fk}{np^2a^3}\cdot\frac{J_2(t)m(t)R^2(t)}{\gamma^3(t)}\cdot\sqrt{1-u^2}\cdot\sqrt{\alpha^*+u}\cdot\sqrt{\beta^*+u}\ . \qquad (46)$$

Соңғы (46)-шы теңдеуінің шешімі α^* және β^*параметрлерге тәуелді есептелетін эллипстік квадратура болып табылады . (46)-шы теңдеудің шешімі табылғаннан соң, $i = i(t)$-(39)-шы интегралынан табылады, сонымен қатар $\omega = \omega(t)$ және $M = M(t)$-(31), (32)-шы теңдеулерінен анықталады.

Сонымен кез келген (2), (3), (4)-шы өрнектері үшін (35)-ші немесе (36)-ші шарттар орындалғанда (29) – (32)-ші ғасырлық қозғалыс теңдеулерінің толық шешімі табылады. Әрі қарай (46)-шы эллипстік интегралды есептеп, табылған шешімді талдау көзделінуде.

ӘДЕБИЕТ

1. *Омаров Т.Б.* Динамика гравитирующих систем Метагалактики//Алма-Ата: Наука, 1975. С.144 .

2. *Omarov T.B. (Editor)* Non-Stationary Dynamical Problems in Astronomy//New-York: Nova Science Publ. Inc., 2002, 260 p.

3. *Bekov A.A., Omarov T.B.* The Theory of Orbits in Non-Stationary Stellar Systems //Astronomical and Astrophysical Transaction. 2009. Vol. 22. P.145-153.

4. *Минглибаев М.Дж.* Динамика нестационарных гравитирующих систем//Алматы: Қазақ университеті, 2009. С.209.

5. *Журавлев С.Г.* Методы исследования острорезонансных задач небесной механики и космодинамики. Т.1. Орбитальное движение. Архангельск: СОЛТИ, 2000. 307 с.

6. *Беков А.А.* О поверхности Хилла в окрестности вращающегося нестационарного трехосного эллипсоида // Изв. АН КазССР. Сер.физ.-матем. Алма-Ата, 1990. №4.С. 49-52.

7. *Минглибаев М.Дж., Омарова Г.Т., Байдолда Ф.Д.* Гравитациялаушы және қарсыласатын ортадағы өлшемі айнымалы орталық дененің өрісіндегі нүкте қозғалысы// Әл-Фараби ат. ҚазҰУ Хабаршысы, Физика сериясы. 2007. №1(23). Б.19-22.

8. *Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977.360 с.

9. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. Абалакин В.К и др. Изд. Наука, 1971. 584 с.

10. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел. М.:Наука,1983. 352 с.

Резюме

Рассмотрено движение материальной точки в гравитациионном поле нестационарного трехосного эллипсоида переменной массы, формы и размеров внутри гравитирующейся и сопротивляющейся среды. Получено дифференциальное уравнения вековых возмущений и найдены интегрируемые случаи этих уравнений.

Summary

In work movement of a material point in gravitational a field non-stationary three axis an ellipse of variable mass, the form and the sizes inside gravitational and a resisting environment is considered. It is received differential the equations of secular perturbation and are found integrated a case of these equations.

әль-Фараби ат-ғы Қазақ ұлттық университеті
В.Г. Фесенков ат-ғы Астрофизикалық институты
Алматы қ.
05.10.2010 ж. түсті