

И. В. ПОЯРКОВ

ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРА МАССОПЕРЕНОСА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДИАМЕТРА ДИФФУЗИОННОГО КАНАЛА

Приведено теоретическое исследование влияния диаметра диффузионного канала на интенсивность конвективного смешения. В качестве канала рассматривается массонепроницаемый вертикальный цилиндр конечной высоты. Показано, что смена режима массопереноса происходит при критическом диаметре. Теоретические результаты сравнивались с экспериментальными данными системы $0,475 \text{ He} + 0,525 \text{ Ar-N}_2$. Для рассматриваемой системы срыв диффузии происходит при критическом диаметре равном 2,85 мм.

Как показали экспериментальные исследования, геометрические характеристики диффузионного канала существенно влияют на возникновение диффузионной неустойчивости [1, 2]. Влияние длины диффузионного канала проявляется в виде нелинейного распределения концентрации диффундирующих компонентов, и как следствие возможного существования экстремума плотности по высоте канала, способствующего появлению диффузионной неустойчивости [3]. Образовав-

шееся в определенной части канала структурное образование перемещается по нему под действием силы тяжести, которые в силу диссиpативных процессов, могут быть полностью размыты, что соответствует диффузионному процессу, или пройти по всему каналу, развивая конвективный процесс [4]. Согласно теоретическим расчетам форма диффузионного канала приводит к изменению положения линии устойчивости, отражающей на плоскости чисел Рэлея смену

характера процесса. Так, при отсутствии массопереноса через стенки диффузионного канала для щелевой формы критическое число Рэлея составляет 31,2, а для цилиндрической – 67,95 [5].

Наибольший интерес, на наш взгляд, представляет изучение влияния характерного размера диффузионного канала на возникновение неустойчивого диффузионного процесса, так как конвективное ламинарное течение пропорционально четвертой степени диаметра, а для диффузионного потока эта зависимость описывается второй степенью. Зависимость интенсивности неустойчивого процесса от диаметра в тройных газовых смесях с отрицательным градиентом плотности исследована в работах, описанные в [6, 7], проводились при комнатной температуре и давлении 0,1–5,0 МПа и показали, что переход в неустойчивую область по оценке авторов работ осуществляется с диаметра канала, превышающего 2,5 мм. При размерах канала, меньших, чем данное значение, система была устойчива во всем рассмотренном интервале давлений. Авторы работы [6] показали, что для системы 0,4924 He + 0,5076 Ar–N₂ характер зависимости количества перешедшего гелия и аргона с увеличением давления имеет сложный вид для разных диаметров канала, переходя от кривых с минимумом к кривым с максимумом. А также было отмечено, что для всех диаметров каналов при давлениях, близких к атмосферному, наблюдается обычный процесс диффузии. В работе [7] при проведении исследования зависимости парциальных расходов от диаметра канала было замечено, что при диаметре канала, превышающем 6 мм, изменение интенсивности неустойчивого процесса имеет волнообразный характер. При диаметре диффузионного канала 18 мм также наблюдается экстремум. Появление максимумов (по концентрации) было объяснено взаимодействием между собой структурных образований, которые движутся навстречу друг другу, целое число которых может образовываться при определенных значениях диаметра.

Нами было проведено теоретическое исследование влияния диаметра канала на неустойчивый диффузионный процесс.

Класс задач, связанный с концентрационной изотермической конвекцией, в частности, с движением газовой трехкомпонентной смеси при

наличии пространственной неоднородности, вызванной неоднородностью состава в поле силы тяжести, описывается системой уравнений гидродинамики, которая через критериальные числа имеет вид [8]

$$\begin{aligned} P_{\text{ff}} \frac{\partial c_1}{\partial t} - (\bar{u} \bar{y}) &= \tau_{11} \nabla^2 c_1 + \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \nabla^2 c_2, \\ P_{\text{ff}} \frac{\partial c_2}{\partial t} - (\bar{u} \bar{y}) &= \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \nabla^2 c_1 + \nabla^2 c_2, \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} &= -\nabla p + \nabla^2 \bar{u} + (R_1 \tau_{11} c_1 + R_2 c_2) \bar{y}, \\ \operatorname{div} \bar{u} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $P_{\text{ff}} = \frac{v}{D_{\text{ff}}^*}$ – диффузионное число Прандтля;

$R_i = \frac{g \beta_i \Delta c_i d^4}{v D_{\text{ff}}^* L}$ – парциальное число Рэлея для i -го компонента; v – кинематическая вязкость;

$\tau_{ij} = \frac{D_{ij}^*}{D_{\text{ff}}^*}$ – параметры, определяющие соотношение между «рактическими» коэффициентами диффузии; $\nabla c_{ij} = -A_j \bar{y}$, $\beta_i = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial c_i} \right)_{p,T,A_i}$; ρ_0 –

средняя плотность; L – длина; d – диаметр диффузионного канала.

Система уравнений (1) получена методом малого параметра [9, 10]. При ее решении учитывалось, что при $L \gg \frac{d}{2}$ различия между среднечисловой скоростью \bar{v} и среднемассовой \bar{u} уравнении Навье–Стокса и непрерывности будут несущественны.

Экспериментальные исследования проводились с диффузионным каналом конечной длины, в котором существенны трехмерные движения. Поэтому при аппроксимации скорости следует считать все компоненты вектора \bar{u} отличными от нуля. Рассматривая в цилиндрической системе координат, рис. 1, периодические по ϕ движения и удовлетворяя условиям на твердых границах $z = \pm h$, можно записать аппроксимацию скорости в виде [9]:

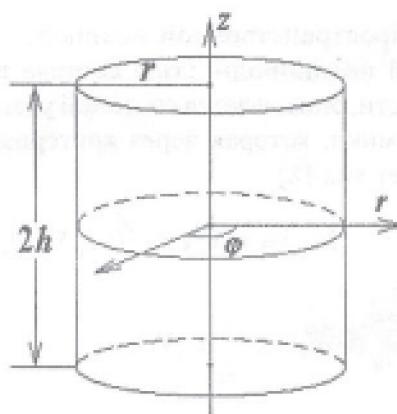


Рис. 1. Бесконечный вертикальный цилиндр

$$\begin{aligned} u_z &= \frac{1}{4}(h^2 - z^2)^2 u(r) \cos n\varphi, \\ u_r &= z(h^2 - z^2) v(r) \cos n\varphi, \\ u_\varphi &= z(h^2 - z^2) \omega(r) \sin n\varphi, \\ (n &= 0, 1, 2, \dots). \end{aligned} \quad (2)$$

Радиальные функции u , v , ω должны обращаться в нуль на твердой боковой поверхности цилиндра (при $r = 1$). Из уравнения непрерывности следует соотношение, которое связывает эти функции:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr}(rv) + \frac{n}{r} \omega - u = 0.$$

Причем

$$\begin{aligned} u &= \frac{J_n(kr)}{J_n(k)} - r^n, \\ v &= -\frac{1}{k J_n(k)} [J'_n(kr) - J'_n(k)r^{n+1}], \\ \omega &= \frac{n}{k^2 J_n(k)} \left[\frac{1}{r} J_n(kr) - J_n(k)r^{n+1} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $J_n(kr)$ – функция Бесселя n -го порядка, а параметр k находится из уравнения:

$$kJ'_n(k) = (n+1)J_n(k). \quad (4)$$

Полагая для первых двух уравнений (1), что

$\frac{\partial c_i}{\partial r} = 0$, найдем концентрации компонентов из уравнений:

$$\nabla^2 c_i = -u_i K_i, \quad i = 1, 2$$

где

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\left(1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12}\right)}{(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21})}, \\ K_2 &= \frac{\left(\tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21}\right)}{(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21})}. \end{aligned}$$

Будем считать, что $c_i = f_i(r, z) \cos n\varphi$, тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_i}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} f_i + \frac{\partial^2 f_i}{\partial z^2} = \\ = -\frac{1}{4} \left[\frac{J_n(kr)}{J_n(k)} - r^n \right] (h^2 - z^2)^2 K_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Полагая, что на торцевых поверхностях исчезают возмущения концентраций, из (5) вытекают дополнительные условия – обращение в

нуль второй производной $\frac{\partial^2 f_i}{\partial z^2}$ на торцах. Таким образом, имеем условия

при $z = \pm h$

$$f_i = 0, \frac{\partial^2 f_i}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

Эти условия позволяют выбрать следующую аппроксимацию:

$$f_i(r, z) = (h^2 - z^2)(5h^2 - z^2)C_i(r), \quad (7)$$

где $C_i(r)$ – радиальная функция концентрации.

Для определения $C_i(r)$ применим метод Канторовича, подставляя (7) в (5), умножая на зависящую от z часть функции $f_i(r, z)$ и интегрируя в пределах от $-h$ до h , получим уравнения:

$$C'_i + \frac{1}{r} C'_i - \left(\frac{n^2}{r^2} + \alpha^2 \right) C_i = -\frac{11}{248} \left[\frac{J_n(kr)}{J_n(k)} - r^n \right] K_i, \quad (8)$$

$$\text{где } \alpha^2 = \frac{153}{62h^2}, \quad i = 1, 2.$$

При нахождении концентраций компонентов уравнения (8) решались с граничным условием

$\left. \frac{\partial C_i}{\partial r} \right|_{r=1} = 0$, тогда конечное в центре решение имеет вид:

$$c_i = \frac{11K_1(h^2 - z^2)(5h^2 - z^2)\cos n\varphi}{248\alpha^2(k^2 + \alpha^2)} \times \\ \left[\alpha^2 \frac{J_s(kr)}{J_s(k)} + \frac{I_s(\alpha r)}{\alpha I_s(\alpha)} \times \right. \\ \left. \times \times \left\{ n(\alpha^2 + k^2) - \alpha^2 k \frac{J_s'(k)}{J_s(k)} \right\} - \right. \\ \left. - (k^2 + \alpha^2)r^s \right]. \quad (9)$$

Решение системы уравнений (1) позволяет определить фазовую граничную линию в координатах (R_1, R_2) , разграничитывающих области монотонных и колебательных возмущений.

Для определения границы монотонной устойчивости рассматриваемой задачи умножим скалярно третье уравнение системы (1) на вектор \vec{u} и проинтегрируем по всему объему V диффузационного канала при условиях, что $\nabla p = 0$, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$:

$$\int \bar{u} \nabla^2 \bar{u} dV + R_1 \tau_{11} \int u_1 c_1 dV + R_2 \int u_2 c_2 dV = 0. \quad (10)$$

Нами было проведено теоретическое исследование влияния диаметра канала на процесс смешения для системы $0,475 \text{ He} + 0,525 \text{ Ar-N}_2$, представленные на рис. 2.

Как показали исследования, в изучаемой системе наблюдается переход от диффузии к конвекции. Область, расположенная ниже линии монотонной устойчивости, соответствует устойчивой диффузии, а область выше данной линии – диффузионной неустойчивости. Чем дальше мы отходим от линии I, тем интенсивность конвективного процесса выше (под интенсивностью понимаются количества перешедших компонентов). На этом же рисунке изображены экспериментальные точки, рассчитанные при постоянном давлении $p=2,5 \text{ МПа}$. Как видно из рисунка, если диаметр канала превышает $2,85 \text{ мм}$, то на молекулярный перенос происходит наложение конвективных потоков, которые делают диффузионный процесс неустойчивым. Согласно рисунку, точка, соответствующая диаметру $2,7 \text{ мм}$, характеризует устойчивое состояние и лежит ниже линии монотонной устойчивости, все остальные точки, определяющие неустойчивое состояние, лежат выше нее. Таким образом, полученная нами зависимость достаточно хорошо согласуется с экспериментом [11].

В заключении можно сказать, что при теоретическом исследовании учет массонепроницаемости и ограниченности цилиндрического канала, а также нелинейное распределение плотности по его длине позволяют определять на плоскости чисел Рэлея области диффузии и конвекции. Смена режима массопереноса происходит при

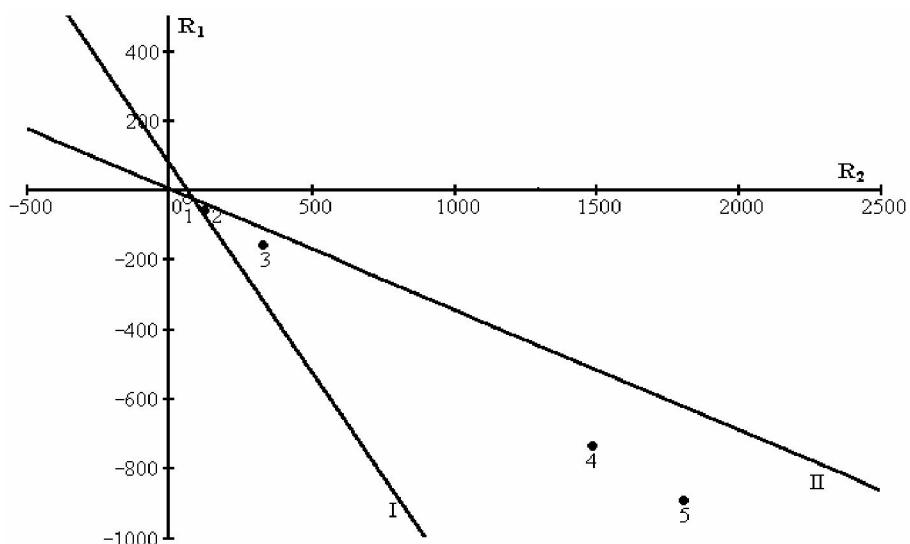


Рис. 2. Области устойчивой и неустойчивой диффузии для системы $0,475 \text{ He} + 0,525 \text{ Ar-N}_2$, I – линия монотонной неустойчивости; II – линия нулевого градиента плотности. Точки \circ , \bullet – экспериментальные данные, определяющие устойчивое и неустойчивое состояние. Нумерация около точек определяет значение изменяемой величины, диаметра диффузионного канала – d : 1 – $2,7$; 2 – $3,2$; 3 – $4,1$; 4 – $6,0$; 5 – $6,3$ мм

критическом значении диаметра диффузионного канала. Для исследуемой в данной статье трехкомпонентной газовой системы критический диаметр равен 2,85 мм, что хорошо согласуется с экспериментальным значением – 2,7 мм. Так же можно отметить, что интенсивность конвективного массопереноса увеличивается при увеличении диаметра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Образование структур и концентрационная конвекция при изотермической диффузии трехкомпонентных газовых смесей через переменное число каналов, равной площади // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 10. С. 18-21.
2. Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Влияние длины канала на устойчивость диффузионного процесса в многокомпонентных газовых смесях // Вестник АН КазССР. 1991. № 10. С. 63-65.
3. Александров О.Е. Точное решение диффузии через капилляр для трехкомпонентной смеси // ЖТФ. 2001. Т. 71, № 11. С. 21-24.
4. Ивакин Б.А., Суетин П.Е., Харин Г.С. О неустойчивости трехкомпонентной диффузии // Тр. Уральского политех. ин-та. 1969. № 172. С. 154-156.
5. Жаврин Ю.И., Поярков И.В., Федоренко О.В. Диффузионная неустойчивость трехкомпонентных газовых систем в каналах различной геометрии // Мат-лы 6 Междунар. теплофизической школы. Тамбов, 2007. Ч. 1: Теплофизика в энергосбережении и управлении качеством. С. 61-67.
6. Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Поярков И.В. Экспериментальные методы исследования диффузии и диффузионной неустойчивости в многокомпонентных газовых смесях // Мат-лы 5 Междунар. теплофизической школы «Теплофизические измерения при контроле и управлении качеством». Тамбов: ТГТУ, 2004. Ч. 1. С. 183-188.
7. Косов В.Н., Жаврин Ю.И. Коэффициенты диффузии некоторых бинарных и трехкомпонентных газовых смесей, содержащих фреон-12 // Теплофизические свойства веществ и материалов. М.: Изд-во стандартов, 1989. Вып. 28. С. 112-122.
8. Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальное возникновение свободной гравитационной конвекции в изотермических тройных газовых смесях. Екатеринбург: УрО РАН, 2004. 151 с.
9. Гершун Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
10. Ландау Л.Д., Лишин Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.
11. Косов В.Н., Жаврин Ю.И. Экспериментальное исследование на диффузионную устойчивость некоторых изотермических трехкомпонентных газовых систем // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1990. № 2. С. 66-69.

Резюме

Конвективтік араласу қарқындылығына диффузиялық канал диаметрінің өсері теориялық түрде зерттелді. Канал ретінде біркітігі шектеулі массаөткізбейтін тік цилиндр қарастырылды. Сыни диаметрде массасатасымалдау режимінің аудысу болатындығы көрсетілді. Теория нәтижелері $0,475 \text{ He} + 0,525 \text{ Ar-N}_2$ жүйесінің тәжірибелік мөндерімен салыстырылды. Қарастырылып отырган жүйе үшін диффузияның бұзылуы 2,85 мм сынни диаметрінде болады.

Summary

The theoretical study of a diameter effect of diffusion channel on the intensity of convective mixing is given. As a channel we have considered the vertical cylinder of finite height with mass-resistant walls. It is shown that the change of the mass transfer type takes place at the critical diameter. The theoretical data were compared with the experimental one for the system $0,475 \text{ He} + 0,525 \text{ Ar-N}_2$. For the examined system the disruption of diffusions happen at the critical diameter equals to 2,85 mm.

КазНУ им. аль-Фараби,
г. Алматы

Поступила 28.04.2011г.