

УДК 523, 523.43-47, 551.521.3, 551.593

A.V. РЕПНЁВ, A.A. СОЛОДОВНИК

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА КРИВЫХ БЛЕСКА МИРИД

В статье рассматривается методика анализа кривых блеска мирид с целью извлечения характеризующих их количественных параметров. Они, в свою очередь будут использованы для последующей статистической обработки кривых блеска, с целью перспективной интерпретации их морфологических особенностей в связи с физическими процессами, происходящими в звёздах.

Для проведения статистического анализа кривых блеска с позиций их морфологии, предполагается в качестве промежуточного итога выявление всевозможных корреляционных связей между разного рода численными характеристиками этих кривых. А далее - изучение стабильности поведения этих характеристик для различного типа объектов и/или в различных периодах одной и той же кривой блеска. При этом, несомненно, необходимо в первую очередь определиться с получением типовых характеристик кривых блеска в численном выражении.

В качестве перспективных для исследования характеристик, наряду с такими фундаментальными, как период и амплитуда, можно использовать и другие, которые позволяют каким-либо образом их интерпретировать, связав с физическими процессами, происходящими в звёздах. Для

объективного математического описания и возможности автоматизированной обработки кривых блеска, необходимо, чтобы искомые характеристики выражались в количественной мере, что вполне реализуемо с помощью математических методов анализа функций, одним из примеров которых являются сами кривые блеска [1 - 3]. Первоочередными из искомых характеристик следует взять те, которые являются критериями классификации кривых блеска в проявлениях различных типов переменности у звезд. Например, вским критерием классификации по форме кривой блеска является степень её симметричности, или наличие деталей асимметричности ("горбов" и "впадин"), наличие дополнительных максимумов и т.п. В принципе, желательно изучение и анализ максимального количества параметров кривых блеска, информативно не дубли-

Таблица 1 . Параметры кривых блеска и их информационное содержание

№	Параметры кривых блеска	Информационное содержание
1	Период	Фундаментальная характеристика, в принципе определяющая физический механизм изменения блеска
2	Амплитуда	Энергетические масштабы физических процессов
3	Степень симметричности	Физический механизм изменения блеска,
4	Функциональные законы восходящих и нисходящих ветвей	механизм выхода энергии наружу, атмосферные процессы
5	Градиенты кривых	Интенсивность процессов
6	Отношения между параметрами	Связи между физическими процессами
7	Стабильность параметров	Эволюционные процессы

ирующих друг друга. Ниже в таблице 1 приведены некоторые примеры исследуемых характеристик кривых блеска переменных звезд и соответствующая им потенциальная информация, которая может быть получена из их анализа [4, 5].

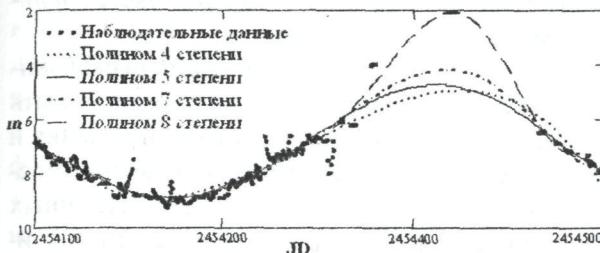


Рис.1. Аппроксимация кривой блеска полиномами разных степеней

Для удобства изучения кривой блеска табличные данные о величинах блеска звезды в некоторые моменты времени необходимо аппроксимировать некоторой аналитической зависимостью [3, 6, 7]. Для нас предпочтительным оказалось использовать для аппроксимации степенные полиномы. Выбор основывается на том, что «длина» большинства изучаемых кривых блеска долгопериодических переменных звезд составляет не более 2-х периодов; кроме того, степенные полиномы позволяют более точно аппроксимировать неправильные и асимметричные кривые блеска; в-третьих, такой выбор облегчает логическую реализацию автоматической обработки кривых блеска (рис.1). В каждом случае степень полинома подбирается в зависимости от вида кривой. В большинстве случаев коротких кривых блеска (в 1-2 периода), они достаточно хорошо аппроксимируются полиномом 5 степени (рис.1-3). Предварительное исследование показало, что высокие степени полинома искажают кривую на границах и делают аппроксимацию чувствительной к ошибкам наблюдения. Искажения проявляются в отклонении аналитической функции от наблюдательных данных на границах и возникновении синусоидально-подобных участков, ничего общего с реальным поведением кривых блеска интересующих нас объектов не имеющих, а обусловленных только влиянием наблюдательных ошибок.

Определившись с количественными пределами таких искажений, можно реализовать автоматическую аппроксимацию кривых блеска, что в перспективе позволит выполнять потоковую обработку данных. На рисунке 3 хорошо видно,

как смешена первая точка перегиба из-за неправильной аппроксимации кривой вблизи границы. Если кривая симметричная, то и точки, характеризующие кривую, должны располагаться симметрично. Т. е., показателем качества аппроксимации могут служить соотношения между некоторыми параметрами кривых блеска.

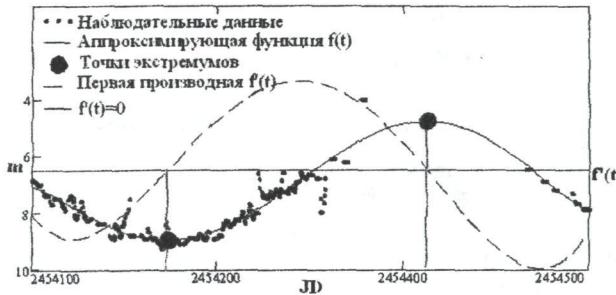


Рис.2. Первая производная аппроксимирующей функции

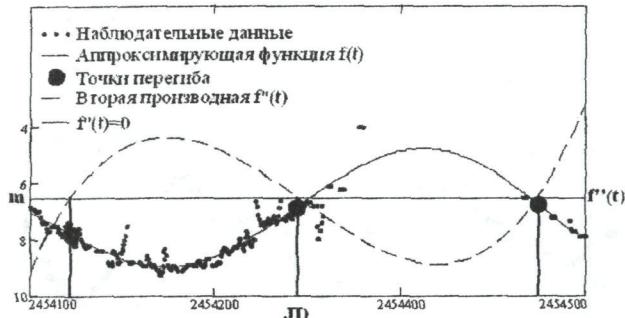


Рис.3. Вторая производная аппроксимирующей функции

После аналитической аппроксимации вида кривой блеска, она исследуется с помощью известных методов математического анализа [8]. Находятся первая и производные аналитической функции. В точках, где они обращаются в ноль, находятся, соответственно, точки экстремумов (максимумов и минимумов блеска) и точки перегиба. Зная координаты этих точек и исходную функцию, можно получить важную информацию о кривой блеска.

Однако, подобная методика в целом пригодна только для гладких кривых. Для кривых с особенностями (рис.4) необходимо сначала найти особые точки, затем аппроксимировать участки кривой между особыми точками и только потом искать точки экстремумов и перегибов, если они имеются. В особых точках кривая принимает минимальные или максимальные значения, поэтому их можно найти, сравнивая приращения функций на соседних участках. Далее, используя

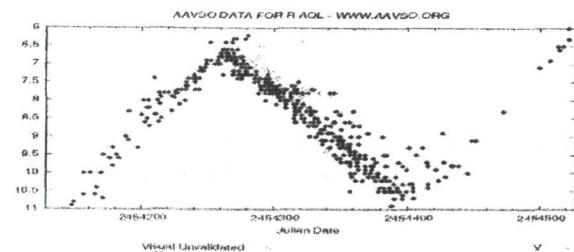


Рис.4. Кривая блеска с особенностями

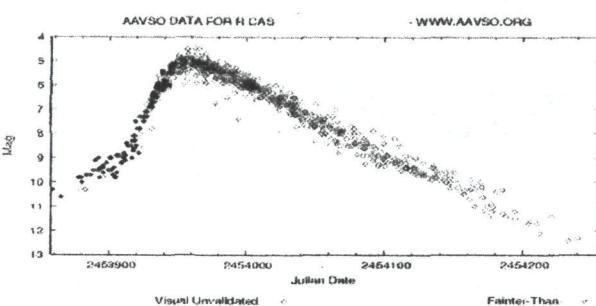


Рис.5. Асимметричная кривая блеска

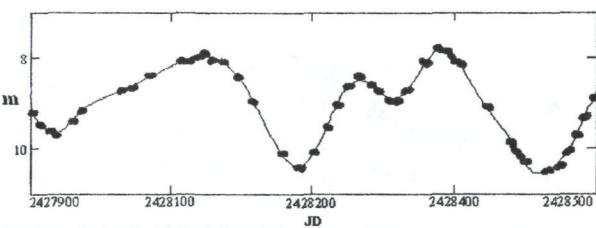


Рис.6. Неправильная кривая блеска

зуя все найденные точки, анализируют кривую блеска аналогично предыдущему случаю.

Продемонстрируем алгоритм нахождения параметров кривых блеска, приведенных выше (таблица 1), с помощью определённых их точек.

1. Период колебаний находится как разность между значениями координат каких-либо двух точек по оси абсцисс, умноженная на коэффициент, выбираемый в зависимости от используемых точек. Предпочтительнее в целях минимизации погрешности не использовать для определения периода крайние точки. Правильнее будет выбирать точки в зависимости от степени симметричности кривой. Определив симметричность кривой методом, рассмотренным далее, связывают выбор точек с ней. Если кривая неправильная и имеет дополнительные экстремумы, то сначала нужно выделить из всех точек основные точки экстремумов и перегибов и по ним определять

период. Например, у кривых блеска, изображённых на рис. 2-3, разность между точками экстремума по оси абсцисс, умноженная на 2, даст искомый период.

2. Амплитуда колебаний блеска находится аналогично периоду по положению экстремальных точек вдоль оси ординат.

3. Кривая блеска может обладать несколькими степенями симметрии [9, 10]. Это могут быть симметрии трансляции, вращения, отражения и комбинированные симметрии, полученные последовательным применением перечисленных выше операций. Если после воздействия какой-либо из операций симметрии на кривую она совместится сама с собой, то она является симметричной относительно этой операции. Так называемые симметричные кривые блеска из простых операций симметрии обладают: а) трансляционной симметрией (сдвиг кривой на величину периода вдоль оси абсцисс совмещает кривую с самой собой); б) симметрией вращения относительно точки перегиба (поворот на 180 градусов); в) симметрией отражения относительно прямой, проходящей через точку экстремума и параллельной оси ординат; г) из комбинированных операций - отражение относительно прямой, проходящей через точки перегиба, параллельной оси абсцисс, с последующим сдвигом вдоль этой же оси на полпериода (рис.2-3). Кривая на рисунке 4 обладает всеми перечисленными симметриями. Асимметричная кривая обладает симметрией трансляции (рис.5). Если к понятию "симметрия" подходить нестрого (не требуя абсолютного совмещения при операциях симметрии), а несколько смягчить это требование и характеризовать его количественно некоторой величиной, показывающей степень отклонения от симметрии, то можно считать, что неправильные кривые обладают слабой степенью трансляционной симметрии (рис.6). Этот подход является более оправданным, если принять во внимание, что практически не бывает абсолютно симметричных кривых по разным операциям симметрии, хотя бы из-за ошибок наблюдения. Используя, к примеру, в качестве меры отклонения от симметричности сумму квадратов разностей между значениями исходной функции и полученной после воздействия операцией симметричности при равномерно расположенных аргументах функций, можно для каждой кривой получить величины отклоне-

ний от различных видов симметрии. Эти величины можно использовать для объективной классификации кривых блеска по форме и для других целей.

4. Вследствие периодичности кривых блеска, для изучения некоторых физических процессов в миридах, и особенно для их моделирования, достаточно изучения малого участка кривой в пределах одного периода. В этом случае удобнее этот участок аппроксимировать простейшими функциями и в дальнейшем работать с ними. Для этого после функциональной аппроксимации всей кривой блеска методами, описанными выше, находятся опорные точки. А уже после этого решают задачу регрессии между двумя точками на интересующем нас участке кривой блеска любым из известных методов [6, 7].

5. Важной дифференциальной характеристикой кривых блеска является градиент исходной функции. Он определяется скоростью возрастания или падения блеска и представляет собой её первую производную, которая находится с помощью стандартных методов математического анализа.

6. Для выявления возможных зависимостей между изучаемыми параметрами кривых блеска можно использовать известные методы корреляционного анализа.

7. Изучая стабильность различных параметров кривой блеска на протяжении многих периодов можно выявить устойчивые изменения некоторых из них, и в рамках предложенной физической интерпретации, связать с определённой стадией развития процесса звездной нестационарности. Является перспективным сравнение определённых параметров кривых блеска различных звезд, благодаря которому можно привязать сами кривые блеска к определённой стадии звездной эволюции.

8. Стабильность эволюционного статуса объекта исследования определяют последовательным сравнением параметров кривых блеска одного объекта между собой.

На данном этапе работы построена действующая программа в системе Mathcad [7], реализующая вышеизложенную методику обработки

кривых блеска мирид в указанных выше деталях. Наблюдательные данные взяты с сайта www.aavso.org.

Работа выполнена в рамках ПФИ: Ф.0351-1

ЛИТЕРАТУРА

1. Andronov I.L., Marsakova V.I. Phase curve changes and humps in U HER // Astrophysics and Space Science. 1998. P. 50-60.
2. Andronov I.L., Marsakova V.I. Variability of long-period pulsating stars. I. Methods for analyzing observations // Translated from Astrofizika. 2006. Vol. 49, No. 3, P. 370-384.
3. Кудашкина Л.С. Долгопериодические переменные звёзды // Проблемы астрономии. 2003. Том 19. № 3. С. 202-205.
4. Гоффмайстер К., Рихтер Г., Венцель В. Переменные звезды Москва. Наука. 1990. С. 65-78.
5. Солововик А.А. О возможной причине переменной светимости звезд красных гигантов. // Петропавловск. ЦНТИ. 2007. С. 1-18.
6. Брандт З. Анализ данных. Москва. Мир. 2003. С. 420-434.
7. Кирьянов Д.В. Mathcad 13. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2006. С. 441-465.
8. Зорич В.А. Математический анализ. Москва. Наука. 1981. С. 242-259.
9. Аминов Л.К. Теория симметрии. Москва. Институт компьютерных исследований. 2002. С. 15-17.
10. Вейль Г. Симметрия. Москва. Наука, 1968. С. 35-68, 138.

Резюме

Мақалада аппроксимирлі кисық көмегімен кисық жарқын миридтың кейбір параметрлерінің математикалық әдістемелері анықталады. Бұл параметрлер алып қызыл жұлдыздың құрылсында болатын физикалық құбылыстар туралы ақпарат жеткізеді. Қисық жарқын миридтардың морфологиялық ерекшеліктерін сипаттау негізінде объективті сандық көрсету жиынтығын алу дөлелденеді. Оның нәтижелері осы түрді жұлдыздардың бөлшектеп топтастырылуы бойынша қолданылуы мүмкін.

Summary

Mathematical methods for the Mira-type star light curves analysis are considered to extract some quantitative parameters peculiar to these stars. In the future those parameters can be used for these stars following statistical processing to interpret the processes happening in them. The results may be applied for detailed classification of such types of stars.

Северо-Казахстанский государственный
университет им. Манаша Козыбаева
г. Петропавловск