

(Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан)

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ ТОНКОСТЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Аннотация

В работе рассматривается тонкостенная сферическая оболочка постоянной толщины, изгиб которой описывается дифференциальным уравнением четвертого порядка с переменными коэффициентами так, что получение аналитического решения, как правило, представляет значительные трудности. Получение такого решения достигнуто привлечением метода частичной дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений. Задача решена для жесткого закрепления сферической оболочки по контуру. Построен график изгиба сферической оболочки, используя математический пакет для инженерных расчетов MathCAD. Получены выражения меридиональных и окружных растягивающих усилий и изгибающих моментов сферической оболочки под действием нагрузки.

Ключевые слова: осесимметричный изгиб, напряженно-деформированное состояние, сферическая оболочка, дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами, обобщенные функции.

Кілт сөздер: онтүстік симметриялық иіліс, кернеулі-өзгерген күй, сфералық қабықша, ауыспалы коэффициенті, дифференциалдық теңдеу, талдап қорытылған функциялар.

Keywords: axisymmetric bending, stress-strain state, a spherical shell, differential equations with variable coefficients, generalized functions.

Рассмотрение задач о напряженно-деформированном состоянии оболочек вращения связано с системами неоднородных и нелинейных дифференциальных уравнений. Решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами требует применения аппарата нелинейной математики. Использование для получения рядов, метода малого параметра и других не обеспечивают высокую сходимость решения, задачи деформирования и напряженного состояния рассматриваемых объектов в широком классе задач сводится к системам с переменными коэффициентами, получение решения которых представляют значительные математические трудности. Поэтому получение напряженно-деформируемого состояния рассматриваемых объектов представляет значительный теоретический и практический интерес. Это обстоятельство обуславливает актуальность

исследования. При этом получение аналитических решений таких задач обеспечивается применением метода частичной дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений, связанного с использованием обобщенных функции [1, 2].

В работах [3, 4] рассмотрены задачи о осесимметричной деформации конической оболочки при постоянных и переменных нагрузках, приведены общее решение задачи осесимметричной деформации конической оболочки для любого закона изменения внешних нагрузок. Также решена задача осесимметрично нагруженной оболочки вращения [5].

Теория тонких оболочек является одним из актуальных разделов теории упругости и широко используются в машиностроении, авиастроении, судостроении.

Рассмотрим сферическую оболочку для $\theta_0 \leq \theta \leq \theta_a$, где θ – переменная, угол между нормалью, построенную на поверхность сферической оболочки и осью Oz .

Разрешающие дифференциальные уравнения получены Майснером [6]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 V_0}{d\theta^2} + ctg\theta \frac{dV_0}{d\theta} + V_0(\mu - ctg^2\theta) - \Psi_0 &= \frac{1}{R \sin\theta} \left[\mu \frac{d\Phi_1}{d\theta} + \Phi_1 ctg\theta \right], \\ \frac{d^2 \Psi_0}{d\theta^2} + ctg\theta \frac{d\Psi_0}{d\theta} - \Psi_0(\mu + ctg^2\theta) + 4\gamma^4 V_0 &= -\frac{4\gamma^4}{R \sin\theta} \Phi_2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi_1(\theta)}{R^2} &= -\cos\theta \int_{\theta_0}^{\theta} q_e \sin\theta d\theta + \sin\theta \left(\frac{P_0}{2\pi R^2} + \int_{\theta_0}^{\theta} q_z \sin\theta d\theta \right), \\ \frac{\Phi_2(\theta)}{R^2} &= -\sin\theta \int_{\theta_0}^{\theta} q_e \sin\theta d\theta - \cos\theta \left(\frac{P_0}{2\pi R^2} + \int_{\theta_0}^{\theta} q_z \sin\theta d\theta \right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где V_0 – силовая функция, Ψ_0 – функция перемещений, q_e , q_z – составляющие распределенной внешней нагрузки в радиальных и осевых направлениях, P_0 – постоянная интегрирования, равная осевому усилию в крайнем сечении θ_0 ($P_0 = 0$). $4\gamma^4 = 12(1 - \mu^2) \frac{R^2}{h^2}$ – параметр, характеризующий относительную толщину оболочки.

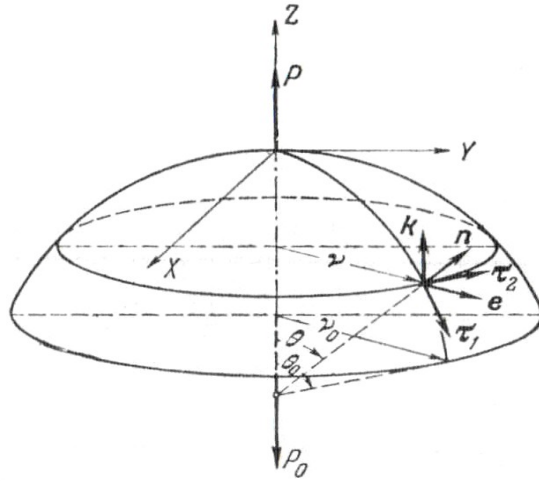


Рис.1. Сферическая оболочка

Дискретизация третьих, четвертых членов системы уравнения (1) дает:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 V_0}{d\theta^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{dV_0}{d\theta} &= \frac{R}{\sin\theta} \left\{ \mu \left(-q_e \cos\theta \sin\theta + q_z \sin^2\theta \right) + \operatorname{ctg}\theta (q_e \cos\theta - q_z \sin\theta) \times \right. \\
 &\times \left. \left(\cos\theta - \cos\theta_0 \right) \right\} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2\theta_k) V_0(\theta_k) \delta(\theta - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1}) \times \right. \\
 &\times \left. V_0(\theta_{k+1}) \delta(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\Psi_0(\theta_k) \delta(\theta - \theta_k) - \Psi_0(\theta_{k+1}) \delta(\theta - \theta_{k+1}) \right], \\
 \\
 \frac{d^2 \Psi_0}{d\theta^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{d\Psi_0}{d\theta} &= -\frac{4\gamma^4}{\sin\theta} R (q_e \cos\theta - q_z \sin\theta) (\cos\theta - \cos\theta_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
 &\times \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_k) \Psi_0(\theta_k) \delta(\theta - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1}) \Psi_0(\theta_{k+1}) \delta(\theta - \theta_{k+1}) \right] - \\
 &- \frac{1}{2} 4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[V_0(\theta_k) \delta(\theta - \theta_k) - V_0(\theta_{k+1}) \delta(\theta - \theta_{k+1}) \right], \tag{3}
 \end{aligned}$$

где $\delta(z)$ – дельта функция Дирака.

Методом частичной дискретизаций нелинейных дифференциальных уравнений получим следующее решение системы (3):

$$\begin{aligned}
V_\theta(\theta) = & R \ln(\csc \theta - ctg \theta) \left\{ \frac{1}{2} q_e \mu \cos^2 \theta - q_e \cos \theta_0 (\cos \theta + \ln(\csc \theta - ctg \theta)) + \right. \\
& + q_e \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta + \ln \sin \theta \right) + \frac{1}{2} q_z \mu (-\cos \theta \sin \theta + \theta) + q_z \cos \theta_0 \sin \theta - \frac{1}{2} q_z \mu (\cos \theta \sin \theta + \theta) \left. \right\} - \\
& - R \left\{ -q_e \mu \left(-tg^4 \frac{\theta}{2} - tg^2 \frac{\theta}{2} + 2tg^2 \frac{\theta}{2} \ln tg \frac{\theta}{2} \right) \left(1 + tg^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-2} - \frac{1}{2} q_e \cos \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left[\varphi 1_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 1_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \frac{1}{2} q_e \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\varphi 2_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 2_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \\
& + \frac{1}{2} q_z \mu \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\varphi 3_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 3_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \\
& + \frac{1}{2} q_z \cos \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\varphi 4_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 4_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - \\
& - \frac{1}{2} q_z \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\varphi 5_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 5_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] \left. \right\} - \\
& - \frac{1}{2} \ln(\csc \theta - ctg \theta) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - ctg^2 \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - (\mu - ctg^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] + \frac{1}{2} \ln(\csc \theta - ctg \theta) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \right. \\
& - \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - ctg^2 \theta_k) \ln(\csc \theta_k - ctg \theta_k) \sin \theta_k \times \right. \\
& \times V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - (\mu - ctg^2 \theta_{k+1}) \ln(\csc \theta_{k+1} - ctg \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] - \\
& - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\ln(\csc \theta_k - ctg \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \ln(\csc \theta_{k+1} - ctg \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] + \mathbf{C}_1 \ln(\csc \theta - ctg \theta) + \mathbf{C}_2, \tag{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_n(\theta) = & -4\gamma^4 R \operatorname{Invers} \theta - c18\theta \left\{ -\frac{1}{2} q_e \cos^2 \theta + q_e \cos \theta_0 \cos \theta + \frac{1}{2} q_e (\cos \theta \sin \theta + \theta) - \right. \\
& - q_e \cos \theta_0 \sin \theta \left. \right\} + 4\gamma^4 R \left\{ q_e \left(-tg^4 \frac{\theta}{2} - tg^2 \frac{\theta}{2} + 2tg^2 \frac{\theta}{2} \ln tg \frac{\theta}{2} \right) \left(1 + tg^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-2} - \right. \\
& - q_e \cos \theta_0 \left[2tg^2 \frac{\theta}{2} \ln tg \frac{\theta}{2} \left(1 + tg^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-1} - \ln \left(1 + tg^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} q_e \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\varphi 0_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 0_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - q_e \cos \theta_0 \left[-\theta - tg^2 \frac{\theta}{2} + 2tg^2 \frac{\theta}{2} \ln tg \frac{\theta}{2} \right] \times \\
& \times \left(1 + tg^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-1} + \frac{1}{2} \operatorname{Invers} \theta - c18\theta \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + c18^2 \theta_k) \sin \theta_k \Psi_n(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \right. \\
& - (\mu + c18^2 \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_n(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] - \frac{1}{2} 4\gamma^4 \operatorname{Invers} \theta - c18\theta \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[(\mu + c18^2 \theta_k) \operatorname{Invers} \theta_k - c18\theta_k \sin \theta_k \Psi_n(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - (\mu + c18^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \operatorname{Invers} \theta_{k+1} - c18\theta_{k+1} \sin \theta_{k+1} \Psi_n(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] + \frac{1}{2} 4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\operatorname{Invers} \theta_k - c18\theta_k \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \operatorname{Invers} \theta_{k+1} - c18\theta_{k+1} \times \right. \\
& \times \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \left. \right] + \mathbf{C}_3 \operatorname{Invers} \theta - c18\theta + \mathbf{C}_4. \tag{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_0(\theta) = & -4\gamma^4 R \ln(\csc \theta - \operatorname{ctg} \theta) \left\{ -\frac{1}{2} q_e \cos^2 \theta + q_e \cos \theta_0 \cos \theta + \frac{1}{2} q_z (\cos \theta \sin \theta + \theta) - \right. \\
& \left. - q_z \cos \theta_0 \sin \theta \right\} + 4\gamma^4 R \left\{ q_e \left(-\operatorname{tg}^4 \frac{\theta}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-2} - \right. \\
& \left. - q_e \cos \theta_0 \left(2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-1} - \ln \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) \right) + \frac{1}{2} q_z \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left[\varphi 6_k H(\theta - \theta_k) - \varphi 6_{k+1} H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - q_z \cos \theta_0 \left(-\theta - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \times \\
& \times \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-1} \left. \right\} + \frac{1}{2} \ln(\csc \theta - \operatorname{ctg} \theta) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \right. \\
& \left. - (\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2} 4\gamma^4 \ln(\csc \theta - \operatorname{ctg} \theta) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left. \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \frac{1}{2} 4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta - \theta_k) - \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left. \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta - \theta_{k+1}) \right] + \mathbf{C}_3 \ln(\csc \theta - \operatorname{ctg} \theta) + \mathbf{C}_4, \tag{5}
\end{aligned}$$

где

$H(z)$ – функция Невисайда,

$$\begin{aligned}
\varphi 1_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \cos \theta_k \operatorname{ctg} \theta_k, & \varphi 2_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \cos^2 \theta_k \operatorname{ctg} \theta_k, \\
\varphi 3_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin^2 \theta_k, & \varphi 4_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \operatorname{ctg} \theta_k, \\
\varphi 5_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \cos \theta_k, & \varphi 6_k &= \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \cos^2 \theta_k.
\end{aligned} \tag{6}$$

Примем следующие граничные условия

$$1) H_e = 0, \quad M_1 = 0 \text{ при } \theta = \theta_a \text{ свободный край, (7)}$$

$$2) \Delta_e = 0, \quad \mathfrak{S}_1 = 0 \text{ при } \theta = \theta_0 \text{ заделанный край,}$$

где H_e – радиальное усилие, M_1 – меридиональный изгибающий момент, Δ_e – радиальное перемещение, \mathfrak{S}_1 – угол поворота, и

$$H_e = \frac{V_0}{\sin \theta} - \frac{q_e R}{\sin \theta} (\cos \theta_0 - \cos \theta), \quad M_1 = -\frac{h}{12(1-\mu^2)R} \left(\frac{d\Psi_0}{d\theta} + \mu \operatorname{ctg} \theta \Psi_0 \right),$$

$$\Delta_e = \frac{1}{Eh} \left[R \sin \theta \frac{dV_0}{d\theta} - \mu R \cos \theta V_0 - \mu \Phi_1 \right], \quad \mathcal{G}_1 = \frac{\Psi_0}{Eh}.$$

Постоянные интегрирования находятся из граничных условий (7):

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 = & \frac{1}{\frac{1}{\sin \theta_0} + \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \ln \frac{\operatorname{csc} \theta_a - \operatorname{ctg} \theta_a}{\operatorname{csc} \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0}} \left\{ \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \left[q_e R (\cos \theta_0 - \cos \theta_a) - P_1(\theta_a) + P_1(\theta_0) \right] - \right. \\ & - \frac{1}{\sin \theta_0} P_2(\theta_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} - \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \ln(\operatorname{csc} \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \right) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \times \right. \\ & \times \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} - \right. \\ & - \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \ln(\operatorname{csc} \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \left. \right) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\ & \times H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] + \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \ln(\operatorname{csc} \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) \times \right. \\ & \times H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \ln(\operatorname{csc} \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] - \\ & - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\ln(\operatorname{csc} \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \right. \\ & \left. - \ln(\operatorname{csc} \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] \left. \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_2 = & q_e R(\cos \theta_0 - \cos \theta_a) - P_1(\theta_a) - \frac{\ln(\csc \theta_a - \operatorname{ctg} \theta_a)}{\frac{1}{\sin \theta_0} + \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \ln \frac{\csc \theta_a - \operatorname{ctg} \theta_a}{\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0}} \left\{ \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \times \right. \\
& \times \left[q_e R(\cos \theta_0 - \cos \theta_a) - P_1(\theta_a) + P_1(\theta_0) \right] - \frac{1}{\sin \theta_0} P_2(\theta_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} - \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \times \right. \\
& \times \ln(\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \left. \right) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} - \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \ln(\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \right) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] + \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left. H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] \left. \right\}; \\
& \times \left[(\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu - \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \left. \right] - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \ln(\csc \theta_{k+1} - \operatorname{ctg} \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \left. H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] \left. \right\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_3 = & \frac{1}{\frac{1}{\sin \theta_a} + \mu \operatorname{ctg} \theta_a \ln \frac{\csc \theta_a - \operatorname{ctg} \theta_a}{\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0}} \left\{ -\frac{1}{\sin \theta_a} P_3(\theta_a) - \mu \operatorname{ctg} \theta_a \left(P_4(\theta_a) - P_4(\theta_0) \right) \right\} + \\
& + \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_a \ln(\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \right. \\
& \left. - (\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_a 4\gamma^4 \ln(\csc \theta_0 - \operatorname{ctg} \theta_0) \times \\
& \times \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \theta_a \times \\
& \times \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_k) \ln(\csc \theta_k - \operatorname{ctg} \theta_k) \sin \theta_k \Psi_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2 \theta_{k+1}) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \ln(\csc\theta_{k+1} - \operatorname{ctg}\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1}\Psi_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \Big] + \frac{1}{2}\mu \operatorname{ctg}\theta_a 4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\ln(\csc\theta_k - \operatorname{ctg}\theta_k)\sin\theta_k V_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - \ln(\csc\theta_{k+1} - \operatorname{ctg}\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1}V_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \left. \times H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] \Big\}; \\
\mathbf{C}_4 = & \frac{-\ln(\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0)}{\frac{1}{\sin\theta_a} + \mu \operatorname{ctg}\theta_a \ln \frac{\csc\theta_a - \operatorname{ctg}\theta_a}{\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0}} \left\{ -\frac{1}{\sin\theta_a} P_3(\theta_a) - \mu \operatorname{ctg}\theta_a \left(P_4(\theta_a) - P_4(\theta_0) \right) \right\} + \\
& + \frac{1}{2}\mu \operatorname{ctg}\theta_a \ln(\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_k)\sin\theta_k \Psi_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - \right. \\
& \left. - (\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2}\mu \operatorname{ctg}\theta_a 4\gamma^4 \ln(\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0) \times \\
& \times \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\sin\theta_k V_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - \sin\theta_{k+1}V_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] - \frac{1}{2}\mu \operatorname{ctg}\theta_a \times \\
& \times \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_k)\ln(\csc\theta_k - \operatorname{ctg}\theta_k)\sin\theta_k \Psi_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \ln(\csc\theta_{k+1} - \operatorname{ctg}\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \Big] + \frac{1}{2}\mu \operatorname{ctg}\theta_a 4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \times \left[\ln(\csc\theta_k - \operatorname{ctg}\theta_k)\sin\theta_k V_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - \ln(\csc\theta_{k+1} - \operatorname{ctg}\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1}V_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \left. \times H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] \Big\} - P_4(\theta_0) - \frac{1}{2}\ln(\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0) \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_k)\sin\theta_k \Psi_0(\theta_k) \times \right. \\
& \times H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \Big] + \frac{1}{2}4\gamma^4 \ln(\csc\theta_0 - \operatorname{ctg}\theta_0) \times \\
& \times \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \left[\sin\theta_k V_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - \sin\theta_{k+1}V_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right] + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \\
& \left[(\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_k)\ln(\csc\theta_k - \operatorname{ctg}\theta_k)\sin\theta_k \Psi_0(\theta_k)H(\theta_0 - \theta_k) - (\mu + \operatorname{ctg}^2\theta_{k+1}) \times \right. \\
& \times \ln(\csc\theta_{k+1} - \operatorname{ctg}\theta_{k+1})\sin\theta_{k+1} \Psi_0(\theta_{k+1})H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \Big] - \frac{1}{2}4\gamma^4 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times
\end{aligned}$$

$$\times \left[\ln(\csc \theta_k - ctg \theta_k) \sin \theta_k V_0(\theta_k) H(\theta_0 - \theta_k) - \ln(\csc \theta_{k+1} - ctg \theta_{k+1}) \sin \theta_{k+1} V_0(\theta_{k+1}) \times \right. \\ \left. \times H(\theta_0 - \theta_{k+1}) \right];$$

где

$$P_1(\theta_a) = R \ln(\csc \theta_a - ctg \theta_a) \left\{ \frac{1}{2} q_e \mu \cos^2 \theta_a - q_e \cos \theta_0 (\cos \theta_a + \ln(\csc \theta_a - ctg \theta_a)) + \right. \\ \left. + q_e \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta_a + \ln \sin \theta_a \right) + \frac{1}{2} q_z \mu (-\cos \theta_a \sin \theta_a + \theta_a) + q_z \cos \theta_0 \sin \theta_a - \frac{1}{2} q_z \mu \times \right. \\ \left. \times (\cos \theta_a \sin \theta_a + \theta_a) \right\} + R q_e \mu \left(-tg^4 \frac{\theta_a}{2} - tg^2 \frac{\theta_a}{2} + 2tg^2 \frac{\theta_a}{2} \ln tg \frac{\theta_a}{2} \right) \left(1 + tg^2 \frac{\theta_a}{2} \right)^{-2},$$

$$P_1(\theta_0) = R \ln(\csc \theta_0 - ctg \theta_0) \left\{ \frac{1}{2} q_e \mu \cos^2 \theta_0 - q_e \cos \theta_0 (\cos \theta_0 + \ln(\csc \theta_0 - ctg \theta_0)) + \right. \\ \left. + q_e \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 + \ln \sin \theta_0 \right) + \frac{1}{2} q_z \mu (-\cos \theta_0 \sin \theta_0 + \theta_0) + q_z \cos \theta_0 \sin \theta_0 - \frac{1}{2} q_z \mu \times \right. \\ \left. \times (\cos \theta_0 \sin \theta_0 + \theta_0) \right\} - R \left\{ -q_e \mu \left(-tg^4 \frac{\theta_0}{2} - tg^2 \frac{\theta_0}{2} + 2tg^2 \frac{\theta_0}{2} \ln tg \frac{\theta_0}{2} \right) \left(1 + tg^2 \frac{\theta_0}{2} \right)^{-2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} q_e \cos \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) [\varphi 1_k H(\theta_0 - \theta_k) - \varphi 1_{k+1} H(\theta_0 - \theta_{k+1})] + \frac{1}{2} q_e \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) \times \right. \\ \left. \times [\varphi 2_k H(\theta_0 - \theta_k) - \varphi 2_{k+1} H(\theta_0 - \theta_{k+1})] + \frac{1}{2} q_z \mu \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) [\varphi 3_k H(\theta_0 - \theta_k) - \varphi 3_{k+1} \times \right. \\ \left. \times H(\theta_0 - \theta_{k+1})] + \frac{1}{2} q_z \cos \theta_0 \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) [\varphi 4_k H(\theta_0 - \theta_k) - \varphi 4_{k+1} H(\theta_0 - \theta_{k+1})] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} q_z \sum_{k=1}^n (\theta_k + \theta_{k+1}) [\varphi 5_k H(\theta_0 - \theta_k) - \varphi 5_{k+1} H(\theta_0 - \theta_{k+1})] \right\},$$

$$P_2(\theta_0) = R \left\{ \frac{1}{2} q_e \mu \cos^2 \theta_0 - q_e \cos \theta_0 (\cos \theta_0 + \ln(\csc \theta_0 - ctg \theta_0)) + q_e \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + \ln \sin \theta_0 \right) + \frac{1}{2} q_z \mu (-\cos \theta_0 \sin \theta_0 + \theta_0) + q_z \cos \theta_0 \sin \theta_0 - \frac{1}{2} q_z \mu (\cos \theta_0 \sin \theta_0 + \theta_0) \right\},$$

$$P_3(\theta_a) = -4\gamma^4 R \left\{ -\frac{1}{2} q_e \cos^2 \theta_a + q_e \cos \theta_0 \cos \theta_a + \frac{1}{2} q_z (\cos \theta_a \sin \theta_a + \theta_a) - \right. \\ \left. - q_z \cos \theta_0 \sin \theta_a \right\},$$

$$P_4(\theta_a) = -4\gamma^4 R \ln(\csc \theta_a - \operatorname{ctg} \theta_a) \left\{ -\frac{1}{2} q_e \cos^2 \theta_a + q_e \cos \theta_0 \cos \theta_a + \frac{1}{2} q_z (\cos \theta_a \sin \theta_a + \right. \\ \left. + \theta_a) - q_z \cos \theta_0 \sin \theta_a \right\} + 4\gamma^4 R \left\{ q_e \left(-\operatorname{tg}^4 \frac{\theta_a}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} + 2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_a}{2} \right) \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \right)^{-2} - \right. \\ \left. - q_e \cos \theta_0 \left(2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_a}{2} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \right)^{-1} - \ln \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \right) \right) - \right. \\ \left. - q_z \cos \theta_0 \left(-\theta_a - \theta_a \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} + 2\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_a}{2} \right) \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_a}{2} \right)^{-1} \right\}.$$

Получены выражения меридиональных и окружных растягивающих усилий и изгибающих моментов сферической оболочки под действием нагрузки.

Построено график зависимости угла поворота сферической оболочки для θ ($25^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$), $q_e = q_z = 10^5 \text{ Н}$, $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, $\mu = 0,28$, $h = 0,1 \text{ см}$, $R = 0,8 \text{ см}$ (рисунок 1). Для расчета использована программа MathCAD.

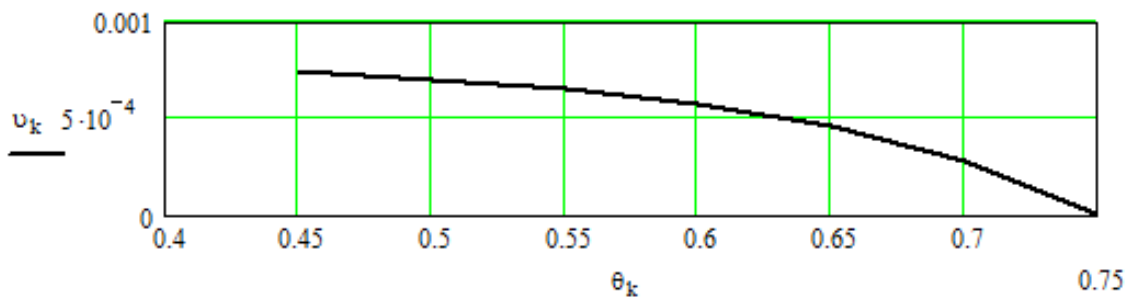


Рисунок 1 – График зависимости угла поворота сферической оболочки от переменной θ

График конкретных значений нагрузок иллюстрирует закономерность изгиба оболочки под воздействием и указанных выше способов закрепления границ.

В отличие от результатов В.С. Черниной [6] полученных для однородной системы уравнений в настоящей работе получены аналитические решения для задачи (1), (7) с учетом правой части дифференциальных уравнений (1).

Работа выполнена в рамках научной программы по фундаментальным исследованиям МОН РК «Решение новыми математическими методами нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений фундаментальных и прикладных задач механики твердого и деформируемого твердого тела» (Договор на выполнение НИР №851 от 02.03.2012 г. Грантовое финансирование научных исследований).

ЛИТЕРАТУРЫ

1 Тюреходжаев А.Н., Кырыкбаев Б.Ж., Рыстыгулова В.Б. Карibaева Г.А. Деформирование неоднородных пластин и оболочек // Международная конференция «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения», посвященная 100-летию со дня рождения академика И.Н.Векуа, Новосибирск, 28 мая–2 июня 2007 г. 2 с.

2 Тюреходжаев А.Н., Рыстыгулова В.Б. Изгиб составной неоднородной кольцевой пластины // Сборник докладов VII Международной конференции «Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте», 23-24 апреля 2008 г., Санкт-Петербург. – С. 206-266.

3 Тюреходжаев А.Н., Рыстыгулова В.Б. Аналитическое решение задачи о осесимметричном изгибе тонкостенной конической оболочки // Труды Международной научно-практической конференции «Механика и строительство транспортных сооружений», посвященная 75-летию Заслуженного деятеля науки РК, академика НАН РК, д.т.н., профессора Айталиева Ш.М., 28-29 января 2010 г., Алматы. – С.117-123.

4 Тюреходжаев А.Н., Рыстыгулова В.Б. Аналитическое решение уравнений Мейснера методом частичной дискретизации // Международная научно-техническая конференция «Современные проблемы геотехники, механики и строительства транспортных сооружений», посвященная 70-летию д.т.н., профессора, академика МАИИ Исханова Е.А., 28-29 мая 2010 г., Алматы. – С.133-135.

5 Тюреходжаев А.Н., Рыстыгулова В.Б. Аналитическое решение задачи осесимметрично нагруженной оболочки вращения // Международная научно-техническая конференция «Третьи Ержановские чтения», посвященная 20-летию НИА РК, 21-22 мая 2010 г., Актюбе. – С.291-295.

6 Чернина В.С. Статика тонкостенных оболочек вращения. Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1968. – 456 с.

REFERENCES

1 Tjurehodzhaev A.N., Kyrykbaev B.Zh., Rystygulova V.B. Karibaeva G.A. Deformirovanie neodnorodnyh plastin i obolochek // Mezhdunarodnaja konferencija

«Differencial'nye uravnenija, teorija funkcij i prilozhenija», posvjashhennaja 100-letiju so dnja rozhdenija akademika I.N.Vekua, Novosibirsk, 28 maja–2 ijunja 2007 g. 2 str.

2 Tjurehodzhaev A.N., Rystygulova V.B. Izgib sostavnoj neodnorodnoj kol'cevoj plastiny // Sbornik dokladov VII Mezhdunarodnoj konferencii «Problemy prochnosti materialov i sooruzhenij na transporte», 23-24 aprelja 2008 g., Sankt-Peterburg. – S. 206-266.

3 Tjurehodzhaev A.N., Rystygulova V.B. Analiticheskoe reshenie zadachi o osesimmetrichnom izgibe tonkostennoj konicheskoy obolochki // Trudy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Mehanika i stroitel'stvo transportnyh sooruzhenij», posvjashhennaja 75-letiju Zasluzhennogo dejatelja nauki RK, akademika NAN RK, d.t.n., professora Ajtalieva Sh.M., 28-29 janvarja 2010 g., Almaty. – S.117-123.

4 Tjurehodzhaev A.N., Rystygulova V.B. Analiticheskoe reshenie uravnenij Mejsnera metodom chastichnoj diskretizacii // Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija «Sovremennye problemy geotehniki, mehaniki i stroitel'stva transportnyh sooruzhenij», posvjashhennaja 70-letiju d.t.n., professora, akademika MAIN Isahanova E.A., 28-29 maja 2010 g., Almaty. – S.133-135.

5 Tjurehodzhaev A.N., Rystygulova V.B. Analiticheskoe reshenie zadachi osesimmetrichno nagruzhennoj obolochki vrashhenija // Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija «Tret'i Erzhanovskie chtenija», posvjashhennaja 20-letiju NIA RK, 21-22 maja 2010 g., Aktjube. – S.291-295.

6 Chernina V.S. Statika tonkostennyh obolochek vrashhenija. Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury izdatel'stva «Nauka», 1968, – 456 s.

Резюме

В.Б.Рыстыгулова

(Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университет, Алматы қ., Қазақстан)

ҚАБЫРҒАСЫ ЖҰҚА СФЕРАЛЫҚ ҚАБЫҚШАНЫҢ ӨСКЕ СИММЕТРИЯЛЫ ИІЛУІ

Жұмыста иілуі коэффициенттері айнымалы төртінші ретті дифференциальдық тендеумен сипатталатын, қалыңдығы тұрақты қабырғасы жұқа сфералық қабықша қарастырылған. Есептің аналитикалық шешімін алу, ереже бойынша, айтарлықтай қиын. Мұндай есептің шешімін алуға сызықтық емес дифференциальдық тендеулерді бөліктеп дискретизациялау әдісін қолдану арқылы қол жеткізілген. Есеп контуры бойынша мықтап бекітілген сфералық қабықша үшін шығарылған. Инженерлік есептеулерге арналған

MathCAD математикалық пакетін қолданып, сфералық қабықшаның иілуінің графигі тұрғызылған. Жүктеменің әсерінен сфералық қабықшаның меридиональды және шеңбер бойымен созылған күштері мен иілуші моменттерінің өрнектері алынған.

Кілт сөздер: оңтүстік симметриялық иіліс, кернеулі-өзгерген күй, сфералық қабықша, ауыспалы коэффициенті, дифференциалдық теңдеу, талдап қорытылған функциялар.

Summary

V.B. Rystygulova

(Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty)

AXISYMMETRIC BENDING OF THIN-WALLED SPHERICAL SHELL

This paper considers thin-walled spherical shell of constant thickness, the bending which describes the by the differential equation of the fourth order with variable coefficients so that receiving of the analytical solutions, as a rule, is very difficult. Receiving such a solutions attained attraction of method partial discretization nonlinear differential equations. The problem is solved for rigidly fixing the of the spherical shell along the contour. Built graph of bending spherical shell, using a mathematical package for engineering calculations MathCAD. Expressions are obtained the meridional and circumferential tensile forces and bending moments of a spherical shell under load.

Keywords: axisymmetric bending, stress-strain state, a spherical shell, differential equations with variable coefficients, generalized functions.

Поступила 29.07.2013 г.