

УДК 533+53

В.Л. САВЕЛЬЕВ, С.А. ФИЛЬКО

КИНЕТИЧЕСКАЯ СИЛА И КВАЗИЧАСТИЦЫ В КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Предложен метод расчета кинетической силы, которая используется для моделирования динамики газа сталкивающихся молекул конечной системой квазичастиц, двигающихся по гладким траекториям.

В работе [1] на основе параметризации столкновений матрицей поворота было предложено переписать точным образом уравнение Больцмана в форме уравнения Лиувиля:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial v} \cdot \left(\frac{e_1}{m_1} \mathbf{E} + \frac{e_1}{m_1 c} v \times \mathbf{B} + \mathbf{g} + \frac{1}{m_1} \mathbf{F}_{coll} \right) f = 0. \quad (1)$$

ности совпадает с функцией распределения реальных молекул. При этом силовой член

Кинетическая сила \mathbf{F}_{coll} действует на квазичастицы, функция распределения которых в точ-

$\frac{\partial}{\partial v} \cdot \frac{\mathbf{F}_{coll}}{m_1} f$ в уравнении описывает эффект стол-

кновений реальных молекул. Кинетическая сила зависит от функций распределения молекул первого сорта $f(\mathbf{v})$ и молекул второго сорта $\psi(\mathbf{v})$, с которыми молекулы первого сорта сталкиваются:

$$\mathbf{F}_{coll} = \frac{m_1}{f} \mathbf{J},$$

$$\mathbf{J} = - \int d\mathbf{u} d\alpha \frac{\hat{\mathbf{R}}}{8\pi^2} \mathbf{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}}) [f(\mathbf{v}'_\alpha) \psi(\mathbf{u}'_\alpha) - f(\mathbf{v}'_{-\alpha}) \psi(\mathbf{u}'_{-\alpha})],$$

$$\frac{d \hat{\mathbf{R}}}{8\pi^2} = \frac{d\Omega_n}{4\pi} \frac{d\phi}{\pi} (1 - \cos \phi),$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}}) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} 4\pi b(\mathbf{v}, \mu) \frac{\phi}{2} (\mathbf{n} \times \mathbf{v}),$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{u},$$

где единичный вектор \mathbf{n} задает направление оси поворота, ϕ – угол поворота, который определяет матрица вращения $\hat{\mathbf{R}}$; $\hat{\mathbf{n}}$ – параметр ослабления столкновения; $d\sigma / d\Omega$ – дифференциальное сечение столкновения, $b(\mathbf{v}, \mu) = \mathbf{v} d\sigma / d\Omega$, m_1, m_2 – массы частиц первого и второго сортов, $m = m_1 / m_2$. Остальные обозначения стандартные. Параметры столкновения меняются в следующих пределах:

$$n \in \{n^2 = 1\}; \quad 0 \leq \phi \leq \pi; \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

после « α – ослабленного» столкновения даются выражениями:

$$\mathbf{v}'_\alpha = \mathbf{v} + \frac{[(1 - \cos \alpha \phi) \hat{\mathbf{n}}^2 + \sin \alpha \phi \hat{\mathbf{n}}](\mathbf{v} - \mathbf{u})}{1 + m},$$

$$\mathbf{u}'_\alpha = \mathbf{u} - \frac{m[(1 - \cos \alpha \phi) \hat{\mathbf{n}}^2 + \sin \alpha \phi \hat{\mathbf{n}}](\mathbf{v} - \mathbf{u})}{1 + m}.$$

Напомним, что:

$$\hat{\mathbf{R}} = e^{\phi \hat{\mathbf{n}}} = (1 - \cos \phi) \hat{\mathbf{n}}^2 + \sin \phi \hat{\mathbf{n}} + 1,$$

$$\hat{\mathbf{n}} \mathbf{v} \stackrel{df}{=} \mathbf{n} \times \mathbf{v}, \quad \mu = \frac{\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{R}} \mathbf{v}}{\mathbf{v}^2} = 1 - \frac{(1 - \cos \alpha \phi)(\mathbf{n} \times \mathbf{v})^2}{\mathbf{v}^2}.$$

В этой работе для простоты мы будем рассматривать чистый газ с молекулами только одного сорта. В этом случае в уравнении для кинетической силы положим $\psi(\mathbf{v}) = f(\mathbf{v})$, $m_2 = m_1$, $m = 1$.

Если известны скорости N частиц $\mathbf{v}_i, i \in [1, N]$ и плотность молекул $n(\mathbf{r}, t)$:

$$\tilde{f}(\mathbf{v}) = n(\mathbf{r}, t) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i),$$

то функцию распределения молекул по скоростям $f(\mathbf{v})$ можно оценить с помощью преобразования редукции $e^{\tau(\kappa_s \nabla^2 + \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{u}_s \cdot \nabla)}$:

$$f(\mathbf{v}) = e^{\tau(\kappa_s \nabla^2 + \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{u}_s \cdot \nabla)} \tilde{f}(\mathbf{v}) =$$

$$= \int d\mathbf{v}' \tilde{f}(\mathbf{v}') \frac{e^{-\frac{[\mathbf{v} - (1 - e^{-\tau}) \mathbf{u}_s - e^{-\tau} \mathbf{v}']^2}{2(1 - e^{-2\tau}) \kappa_s}}}{\left(\sqrt{2\pi(1 - e^{-2\tau}) \kappa_s} \right)^3},$$

где $\tau \geq 0$ – параметр преобразования ре-

дукции мелких масштабов, $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}$, $\kappa_s > 0$ – затравочный масштаб усреднения, а \mathbf{u}_s – затравочный вектор сдвига группы преобразований редукции. Подставляем в и получаем для оценки функции распределения следующее выражение:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{n(\mathbf{r}, t)}{(\sqrt{2\pi\bar{\kappa}})^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{[\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}_i]^2}{2\bar{\kappa}}}, \quad (8)$$

где

$$\bar{\kappa} = (1 - e^{-2\tau}) \kappa_s, \quad \bar{\mathbf{v}}_i = e^{-\tau} \mathbf{v}_i + (1 - e^{-\tau}) \mathbf{u}_s \quad (9)$$

При этом первые моменты функции распределения, очевидно, выражаются через величины $\bar{\mathbf{v}}_i, \bar{\kappa}$ следующим образом:

$$\langle \mathbf{v} \rangle_\tau = \frac{1}{N} \sum_i \bar{\mathbf{v}}_i, \quad \langle \mathbf{v}^2 \rangle_\tau = 3\bar{\kappa} + \frac{1}{N} \sum_i \bar{\mathbf{v}}_i^2. \quad (10)$$

Преобразование редукции (8) построено таким образом, что оно отфильтровывает мелкомасш-

табные флуктуации и при этом слабо изменяет крупномасштабные характеристики. Средняя скорость и средний квадрат относительной скорости квазичастиц всей системы выражаются через те же величины выборки пробных частиц следующими выражениями:

$$\langle v \rangle_\tau = \langle v \rangle_0 e^{-\tau} + u_s (1 - e^{-\tau}), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle v^2 \rangle_\tau - \langle v \rangle_\tau^2 = & (\langle v^2 \rangle_0 - \langle v \rangle_0^2) e^{-2\tau} + \\ & + 3\kappa_s (1 - e^{-2\tau}), \end{aligned}$$

где

$$\langle v \rangle_\tau = \int v f(v) dv, \quad \langle v^2 \rangle_\tau = \int v^2 f(v) dv. \quad (12)$$

Из(11) видно, что $\langle v \rangle_\tau$ при изменении параметра $0 \leq \tau \leq \infty$ меняется от $\langle v \rangle_0$ до u_s , а

$$\frac{1}{3}(\langle v^2 \rangle_\tau - \langle v \rangle_\tau^2) \quad \text{соответственно} \quad \text{от}$$

$$\frac{1}{3}(\langle v^2 \rangle_0 - \langle v \rangle_0^2) \quad \text{до} \quad \kappa_s.$$

Затравочные масштаб κ_s и вектор сдвига u_s определяются по набору скоростей $v_i, i \in [1, N]$ в уравнении (6) с помощью выражений:

$$\kappa_s = \frac{1 + \varepsilon}{3}(\langle v^2 \rangle_0 - \langle v \rangle_0 \cdot \langle v \rangle_0), \quad u_s = \langle v \rangle_0,$$

$$\langle v^2 \rangle_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2, \quad \langle v \rangle_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i, \quad (13)$$

где ε – настроочный параметр. При таком выборе затравочных параметров преобразование редукции сохраняет неизменными норму функции распределения и среднюю скорость:

$$\langle v \rangle_\tau = \langle v \rangle_0, \quad \langle v^2 \rangle_\tau = \langle v^2 \rangle_0.$$

Средний же квадрат скорости в системе центра масс, согласно (11) и (13), преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle v^2 \rangle_\tau - \langle v \rangle_\tau^2 = & (\langle v^2 \rangle_0 - \langle v \rangle_0^2)(e^{-2\tau} + \\ & + (1 + \varepsilon)(1 - e^{-2\tau})) \end{aligned} \quad (15)$$

Применение преобразования редукции для расчета кинетической силы дает возможность отфильтровать затрудняющие моделирование [2] флуктуации. Эти флуктуации силы связаны с не слишком большим количеством квазичастиц, которое реально может быть использовано в процессе численного моделирования.

Восстановленная с помощью преобразования редукции функция распределения является суперпозицией Максвеллианов с разными средними скоростями \bar{v}_i , поэтому для вычисления кинетической силы удобно использовать формулу для матричных элементов оператора потока в пространстве скоростей J :

$$\begin{aligned} J(f_M(v - v_0), \psi_M(u - u_0)) = & \int d\alpha \frac{d\hat{R}}{8\pi^2} [\bar{a}(v - u'_{0\alpha}, \hat{R}) f_M(v - v'_{0\alpha}) - \\ & - \bar{a}(v - u'_{0-\alpha}, \hat{R}) f_M(v - v'_{0-\alpha})], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\bar{a}(v, \hat{R}) = \int a(v_*, \hat{R}) \psi_M(v - v_*) dv_*,$$

$$f_M(v) = \left(\frac{m_1}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m_1 v^2}{2kT} \right),$$

$$\psi_M(u) = \left(\frac{m_2}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m_2 u^2}{2kT} \right).$$

В результате для кинетической силы чистого газа получаем выражение:

$$F_{coll}(v) = m_1 \frac{n(r, t)}{N} \frac{\sum_{ik} J_{ik}(v)}{\sum_i f_M(v - \bar{v}_i)}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} J_{ik} = & \int d\alpha \frac{d\hat{R}}{8\pi^2} [\bar{a}(v - \bar{u}'_{ik\alpha}, \hat{R}) f_M(v - \bar{v}'_{ik\alpha}) - \\ & - \bar{a}(v - \bar{u}'_{ik-\alpha}, \hat{R}) f_M(v - \bar{v}'_{ik-\alpha})], \end{aligned}$$

$$a(v, \hat{R}) = \frac{1}{2} 4\pi b(v, \mu) \frac{\phi}{2} [n \times v],$$

$$f_M(v) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\bar{\kappa}})^3} e^{-\frac{v^2}{2\bar{\kappa}}},$$

$$\bar{a}(v, \hat{R}) = \int a(v_*, \hat{R}) \psi_M(v - v_*) dv_*,$$

$$\begin{aligned}\bar{v}'_{ik\alpha} &= \bar{v}_i + \frac{[(1 - \cos \alpha \phi) \hat{n}^2 + \sin \alpha \phi \hat{n}] (\bar{v}_i - \bar{v}_k)}{2}, \\ \bar{u}'_{ik\alpha} &= \bar{v}_k - \frac{[(1 - \cos \alpha \phi) \hat{n}^2 + \sin \alpha \phi \hat{n}] (\bar{v}_i - \bar{v}_k)}{2}.\end{aligned}$$

Для вычисления усредненного по Гауссу удельного ускорения $\bar{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}})$ можно использовать следующую формулу [3]:

$$\begin{aligned}& e^{\frac{\bar{\kappa}}{2} \nabla^2} \mathbf{v}^\beta P_l \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{\mathbf{v} \mathbf{v}_0} \right) \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{\beta + l + 3}{2}\right)}{\Gamma\left(l + \frac{3}{2}\right)} (2\bar{\kappa})^{\frac{\beta - l}{2}} e^{-\frac{v^2}{2\bar{\kappa}}} \\ & \Phi\left(\frac{\beta + l + 3}{2}, l + \frac{3}{2}; \frac{v^2}{2\bar{\kappa}}\right) \mathbf{v}^l P_l \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{\mathbf{v} \mathbf{v}_0} \right) \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{\beta + l + 3}{2}\right)}{\Gamma\left(l + \frac{3}{2}\right)} (2\bar{\kappa})^{\frac{\beta - l}{2}} \\ & \Phi\left(-\frac{\beta - l}{2}, l + \frac{3}{2}; -\frac{v^2}{2\bar{\kappa}}\right) \mathbf{v}^l P_l \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{\mathbf{v} \mathbf{v}_0} \right), \quad (18)\end{aligned}$$

где $\Phi(\alpha, \gamma; z)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [3]:

$$\begin{aligned}\Phi(\alpha, \gamma; z) &= 1 + \frac{\alpha}{\gamma} \frac{z}{1!} + \frac{\alpha(\alpha+1)}{\gamma(\gamma+1)} \frac{z^2}{2!} + \\ &+ \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} \frac{z^3}{3!} + \dots \quad (19)\end{aligned}$$

$\Gamma(z)$ – гамма-функция [3]:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad (20)$$

$$\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}.$$

При $\operatorname{Re} z \rightarrow -\infty$ функция $\Phi(\alpha, \gamma; z)$ имеет асимптотику:

$$\Phi(\alpha, \gamma; z) \sim \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma - \alpha)} (-z)^{-\alpha}. \quad (21)$$

Для твердых сфер дифференциальное сечение столкновений не зависит от скорости и угла, $\sigma_\theta = \frac{\sigma_0}{4\pi}$, и поэтому удельное ускорение принимает вид:

$$\begin{aligned}\text{Преобразование Гаусса от удельного ускорения } \mathbf{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}}) &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} 4\pi b(\mathbf{v}, \mu) \frac{\phi}{2} [\mathbf{n} \times \mathbf{v}] = \\ &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sigma_0 \mathbf{v} \frac{\phi}{2} [\mathbf{n} \times \mathbf{v}] \quad (22)\end{aligned}$$

ния в этом случае может быть получено с помощью формулы при значениях $\beta = 2, l = 1$:

$$\begin{aligned}\bar{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}}) &= e^{\frac{\bar{\kappa}}{2} \nabla^2} \mathbf{a}(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{R}}) = \\ &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sigma_0 \frac{\phi}{2} \mathbf{n} \times e^{\frac{\bar{\kappa}}{2} \nabla^2} \mathbf{v} \mathbf{v} \\ &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sigma_0 \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2\bar{\kappa}}{\pi}} \\ & \Phi\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{\mathbf{v}^2}{2\bar{\kappa}}\right) \frac{\phi}{2} [\mathbf{n} \times \mathbf{v}]. \quad (23)\end{aligned}$$

При выполнении расчетов, для вырожденной гипергеометрической функции удобно воспользоваться ее выражением через функцию ошибок erf :

$$\begin{aligned}\Phi\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}; -z\right) &= \frac{3}{32z^{3/2}} (2e^{-z} \sqrt{z}(2z+1) + \\ &+ \sqrt{\pi}(4z^2 + 4z - 1) \operatorname{erf}(\sqrt{z}))\end{aligned}$$

В результате мы приходим к следующему алгоритму пространственно однородной релаксации газа сталкивающихся молекул:

1. Задается начальный набор скоростей $\mathbf{v}_i, i \in [1, N]$.
2. Восстанавливается функция распределения $f(v)$ по формуле (8).
3. Рассчитывается кинетическая сила $F_{coll}(\mathbf{v})$ для каждой частицы $\mathbf{v} = \mathbf{v}_i, i \in [1, N]$ по выражению (17).
4. Скорости частиц пересчитываются по формуле:

$$\mathbf{v}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \frac{1}{m_i} F_{coll}(\mathbf{v}_i(t)) \Delta t.$$

5. При пересчете на временной шаг кинети-

ческая сила обеспечивает сохранение средней скорости пробных частиц, энергия же сохраняется приблизительно, компенсировать дефицит энергии следует изменением параметра преобразования редукции τ на $\tau' = \tau(t + \Delta t)$ из условия:

$$\langle v^2 \rangle_{\tau}(t) - \langle v^2 \rangle_{\tau'}(t + \Delta t) = 0, \quad (25)$$

что дает уравнение:

$$\begin{aligned} & (\langle v^2 \rangle_0(t + \Delta t) - \langle v \rangle_0^2(t + \Delta t)) \\ & (e^{-2\tau'} + (1 + \varepsilon)(1 - e^{-2\tau'})) \end{aligned} \quad (26)$$

$$= (\langle v^2 \rangle_0(t) - \langle v \rangle_0^2(t))(e^{-2\tau} + (1 + \varepsilon)(1 - e^{-2\tau})),$$

из которого следует формула пересчета:

$$\begin{aligned} e^{-2\tau'} &= \frac{\varepsilon - \delta}{\varepsilon}, \\ \delta &= \frac{(\langle v^2 \rangle_0(t) - \langle v \rangle_0^2(t))}{(\langle v^2 \rangle_0(t + \Delta t) - \langle v \rangle_0^2(t + \Delta t))} \\ & (e^{-2\tau} + (1 + \varepsilon)(1 - e^{-2\tau})) - 1. \end{aligned} \quad (27)$$

По полученным скоростям $v_i(t + \Delta t)$ и пересчитанному $\tau(t + \Delta t) = \tau'$ восстанавливается функция распределения $f(v)$ по формуле и рассчитывается кинетическая сила $F_{coll}(v)$.

$$+ (1 + \varepsilon)(1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2\varepsilon} \right) \Phi$$

$$(1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} = \frac{1}{2\varepsilon} \Phi$$

$$(1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

$$+ (1 - e^{-2\tau}) \frac{3}{2\varepsilon} (1 - \varepsilon(1 + \varepsilon)) \Phi +$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Saveliev V.L. and Nanbu K. Collision group and renormalization of the Boltzmann collision integral // Phys. Rev. E **65**, 051205, pp.1-9 (2002).

2. Saveliev V.L., Filko S.A. Divergence and Stochastic Combined Forms of the Boltzmann's Collision Integral in the Numerical Simulation // Rarefied Gas Dynamics: 25-th International Symposium Rarefield Gas Dynamics, July 21-28, 2006, Saint-Petersburg, Russia. AIP Conf. Proc (AIP. Melville. NY. 2007).

3. Савельев В.Л. Обобщенные собственные функции линейного оператора столкновений для рассеяния на неподвижных центрах. – Алма-Ата, 1980, 11с. (Препринт ИФВЭ АН КазССР:80-12).

4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Физматгиз, 1963, 1100 с.

Резюме

Квазибөлшектердің соңғы жүйесінің тегіс траекториямен қозғалатын соқтығысуышы молекулаларының газ динамикасын модельдеу үшін пайдаланылатын кинетикалық күшті есептеудің әдісі ұсынылған.

Summary

The method for the kinetic force calculation is proposed. The kinetic force is used for the colliding molecules modeling by finite system of quasi-particles moving along smooth trajectories.

ДГП «Институт ионосферы»,

г. Алматы

22 июля 2007 г.

Жетысуский государственный университет,

г. Талдыкорган