УДК 517.956

Р.Б. СЕИЛХАНОВА

КРИТЕРИЙ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДАРБУ С ОТХОДОМ ОТ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ ЧАПЛЫГИНА

В данной работе получен критерий однозначной разрешимости задачи Дарбу с отходом от характеристики для многомерного гиперболического уравнения с оператором Чаплыгина, а также доказана теорема единственности решения сопряженной ей задачи.

В [1], для уравнения колебания струны изучалась задача Дарбу с отходом от характеристики, где обращено внимание на изучение таких задач для гиперболических уравнений. Многомерный аналог этой задачи для волнового уравнения предложен в [2].

п.1. Постановка задач и результаты. Пусть D — конечная область евклидова пространства E^{β}_{m+1} точек $(x_1, \ldots, x_m, t)$, ограниченная коноидами $\beta|x| = \int_0^t \sqrt{g(\xi)}d\xi$, $|x| = 1 - \int_0^t \sqrt{g(\xi)}d\xi$ и плоскостью $t=0$, $0 \le t \le t_0$, $t_0 : \frac{\beta}{1+\beta} = \int_0^{t_0} \sqrt{g(\xi)}d\xi$, где $|x|$ — длина вектора $x=(x_1,\ldots,x_m)$, а $0<\beta=const\le 1$. Части этих поверхностей, образующих границу ∂D_β области D_β, обозначим через S, S^1 и S соответственно.

В области D_β рассмотрим вырождающееся многомерное гиперболическое уравнение

$$Lu \equiv g(t)\Delta_x u - u_{tt} = 0, \qquad (1)$$

где Δ_x — оператор Лапласа по переменным $x_1, \ldots, x_m$, $m \ge 2$, $g(t)>0$ при $t>0$ и $g(0)=0$, $g(t) \in C^m((0,t_0)) \cap C([0,t_0])$.

В качестве многомерного аналога задачи Дарбу с отходом от характеристики для уравнения (1) рассмотрим следующую

Задача 1. Найти в области Db решение уравнения (1) из класса $C(\overline{D_\beta}) \cap C(D_\beta)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_S = \tau(x),\ u|_{S_\beta} = \sigma(x), \qquad (2)$$

или

$$u_t|_S = \nu(x),\ u|_{S_\beta} = \sigma(x), \qquad (3)$$

предложенную М.Х.Проттером ([2]) для многомерного волнового уравнения

$$\Delta_x u - u_{tt} = 0. \qquad (4)$$

А также рассмотрим задачу Дарбу ($\beta=1$) и задачи Дирихле, Пуанкаре ($\beta<1$).

Задача 2. Найти в области D_1 решение уравнения (1) из класса

$C(\overline{D_1}) \cap C^2(D_1)$, удовлетворяющее краевым условиям

$\vartheta|_S = 0$, $\vartheta|_{S^1} = 0$,

или

$\vartheta_t|_S = 0$, $\vartheta|_{S^1} = 0$.

Задача 3. Найти в области $D\beta$ решение уравнения (1) из класса $C(\overline{D_\beta}) \cap C^2(D_\beta)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$\vartheta|_{S \cup S_\beta \cup S^1} = 0,$$

или

$$\vartheta_t|_S = 0,\ \vartheta|_{S_\beta \cup S^1} = 0.$$

В дальнейшем нам удобно перейти от декартовых координат $x_1, \ldots, x_m, t$ к сферическим $r, \theta_1, \ldots, \theta_{m-1}, t$, $r \ge 0$, $0 \le \theta_1 < 2\pi$, $0 \le \theta_i \le \pi$, $i=2, \ldots, m-1$.

Пусть $\{Y^k_{n,m}(\theta)\}$ — система линейно независимых сферических функций порядка n, $1 \le k \le k_n$, $(m-2)!n!k_n = (n+m-3)!(2n+m-2)$, $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_{m-1})$, $W_2^l(S)$, $l=0, 1, \ldots$ — пространства Соболева, а $\tilde{S}_\beta = \{(r, \theta) \in S,\ 0<r<1/(1+\beta)\}$.

Через $\bar{\tau}^k_n(r)$, $\bar{\nu}^k_n(r)$, $\bar{\sigma}^k_n(r)$ обозначим ко-

эффициенты разложения рядов по сферическим функциям $Y^k_{n,m}(\theta)$ соответственно функций $\tau(r,\theta)$, $\nu(r,\theta)$, $\sigma(r,\theta)$.

Введем множество функций

$$B^l(S)=\Big\{f(r,\theta): f\in W_2^l(S),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\Big(\|f_n^k(r)\|^2_{C^2((0,1))}+\|f_n^k(r)\|^2_{C([0,1])}\Big)$$

$$\exp 2(n^2+n(m-2))<\infty, l\ge m-1\Big\}.$$

Пусть $\tau(r,\theta)=r^3\tau^*(r,\theta)$, $\nu(r,\theta)=r^3\tau^*(r,\theta)$, $\sigma(r,\theta)=r^2\sigma^*(r,\theta)$, $\tau^*(r,\theta)$, $\nu^*(r,\theta)\in B^l(S)$, $\sigma^*(\rho,\theta)\in B^l(\widetilde{S}_\beta)$.

Тогда справедлив следующий критерий

Теорема 1. Задача 1 однозначно разрешима $\Leftrightarrow \beta<1$.

Имеет место также

Теорема 2. В классе $C^l(\overline{D_\beta})\cap C^2(D_\beta)$ решения задач 2 и 3 тривиальные.

Отметим, что эти теоремы для уравнения (4) получены в [3].

п.2. Доказательство теоремы 1. Пусть в<1. В сферических координатах уравнение (1) имеет вид [4]

$$g(t)\left(u_{rr}+\frac{m-1}{r}u_r-\frac{1}{r^2}\delta u\right)-u_{tt}=0, \qquad (5)$$

$$\delta=-\sum_{i=1}^{m-1}\frac{1}{g_j\sin^{m-j-1}\theta_j}\frac{\partial}{\partial\theta_j}\left(\sin^{m-j-1}\theta_j\frac{\partial}{\partial\theta_j}\right),\ g_1=1,$$

$g_j=(\sin\theta_1\sin\theta_2\ \dots\ \sin\theta_{j-1})^2, j>1$.

Так как искомое решение задачи 1 принадлежит классу

$C(\overline{D_\beta})\cap C^2(D_\beta)$, то его можно искать в виде

$$u(r,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\bar{u}_n^k(r,t)Y^k_{n,m}(\theta), \qquad (6)$$

где $\bar{u}_n^k(r,t)$ — функции, подлежащие определению. Подставляя (6) в (5), используя ортогональность сферических функций $Y^k_{n,m}(\theta)$ ([4]), получим

$$g(t)\bar{u}^k_{nrr}+\frac{m-1}{r}g(t)\bar{u}^k_{nr}-\bar{u}^k_{ntt}-\frac{\lambda_n g(t)}{r^2}\bar{u}^k_n=0,$$

$$\lambda_n=n(n+m-2), \qquad (7)$$

$k=\overline{1,k_n}$, n=0, 1, … .

Выполнив в (7) замену переменных $\bar{u}_n^k(r,t)=r^{(1-m)/2}u_n^k(r,t)$ и положив затем $r=r$, $y=\left(\frac{3}{2}\int_0^t\sqrt{g(\xi)}d\xi\right)^{2/3}$, будем иметь

$$yu^k_{nrr}-u^k_{nyy}+\frac{\bar{\lambda}_n y}{r^2}u^k_n-b(y)u^k_{ny}=0, \qquad (8)$$

$$\bar{\lambda}_n=\frac{[(m-1)(3-m)-4\lambda_n]}{4},\quad b(y)=\frac{1}{2g}\left[\frac{dg}{dy}-\frac{g}{y}\right].$$

Полагая $u^k_n=\omega^k_n\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^y b(\xi)d\xi\right]$, уравнение (8) приводим к виду

$$y\omega^k_{nrr}-\omega^k_{nyy}+\frac{\bar{\lambda}_n y}{r^2}\omega^k_n=c(y)\omega^k_n, \qquad (9)$$

$$c(y)=-\frac{1}{4}\left(b^2+2b'_y\right)\in C(y>0).$$

Уравнение (9), в свою очередь, с помощью замены переменных $r=r$, $x_0=\frac{2}{3}y^{3/2}$ переходит в уравнение

$$\omega^k_{nrr}-\omega^k_{nx_0x_0}-\frac{1}{3x_0}\omega^k_{nx_0}+\frac{\bar{\lambda}_n}{r^2}\omega^k_n=g^k_n(r,x_0), \qquad (10)$$

$$g^k_n(r,x_0)=\left(\frac{3x_0}{2}\right)^{-2/3}c\left[\left(\frac{3x_0}{2}\right)^{2/3}\right]\omega^k_n\left[r,\left(\frac{3x_0}{2}\right)^{2/3}\right].$$

При этом краевые условия (2) и (3) запишутся в виде

$$\omega^k_n(r,0)=\tau^k_n(r),\ \omega^k_n(r,\beta r)=\sigma^k_n(r),\ k=\overline{1,k_n},$$
$$n=0,1,\dots, \qquad (11)$$

$$\lim_{x_0\to 0}x_0^{\frac{1}{3}}\frac{\partial}{\partial x_0}\omega^k_n=\nu^k_n(r),\ \omega^k_n(r,\beta r)=\sigma^k_n(r),$$

$$k=\overline{1,k_n},\ n=0,1,\dots, \qquad (12)$$

$$\tau^k_n(r)=r^{(m-1)/2}\bar{\tau}^k_n(r),\ \nu^k_n(r)=r^{(m-1)/2}\bar{\nu}^k_n(r),$$

$$\sigma^k_n(r)=r^{(m-1)/2}\bar{\sigma}^k_n(r).$$

Наряду с уравнением (10), рассмотрим уравнение

$$L_\alpha\omega^k_{\alpha,n}\equiv\omega^k_{\alpha,nrr}-\omega^k_{\alpha,nx_0x_0}-,$$
$$-\frac{\alpha}{x_0}\omega^k_{\alpha,nx_0}+\frac{\bar{\lambda}_n}{r^2}\omega^k_{\alpha,n}=g^k_{\alpha,n}(r,x_0) \qquad (13_\alpha)$$

$$L_0\omega_{0,n}^k \equiv \omega_{0,nrr}^k - \omega_{0,nx_0x_0}^k + \frac{\overline{\lambda}_n}{r^2}\omega_{0,n}^k = g_{0,n}^k(r,x_0), \quad (13_0)$$

$$g_{\alpha,n}^k(r,x_0) = \left(\frac{x_0}{1-\alpha}\right)^{-2\alpha} c\left[\left(\frac{x_0}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\right]\omega_{\alpha,n}^k\left[r,\left(\frac{x_0}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\right],$$

$$g_{0,n}^k(r,x_0) = c(x_0)\omega_{\alpha,n}^k(r,x_0),\ 0<\alpha=const<1.$$

Уравнение (10) совпадает с $(13_б)$ при $\alpha = \frac{1}{3}$.

Как доказано в [5] (см также [6]), существует следующая функциональная связь между решениями задачи Коши для уравнений (13_α) и (13_0).

1. Если $\omega_{0,n}^{k,1}(r,x_0)$ — решение задачи Коши для уравнения (13_0), удовлетворяющее условию

$$\omega_{0,n}^{k,1}(r,0) = \tau_n^k(r),\ \frac{\partial}{\partial x_0}\omega_{0,n}^{k,1}(r,0) = 0, \quad (14)$$

то функция

$$\omega_{0,n}^{k,1}(r,x_0) = \gamma_\alpha \int_0^1 \omega_{0,n}^{k,1}(r,\xi x_0)(1-\xi^2)^{\frac{\alpha}{2}-1} d\xi \equiv$$

$$\equiv 2^{-1}\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)x_0^{1-\alpha} D_{0x_0^2}^{-\alpha/2}\left[\frac{\omega_{0,n}^{k,1}(r,x_0)}{x_0^2}\right] \quad (15)$$

при $\alpha>0$ является решением уравнения (13_α) с данными (14).

2. Если $\omega_{0,n}^{k,1}(r,x_0)$ является решением задачи Коши для уравнения (13_0), удовлетворяющее условию

$$\omega_{0,n}^{k,1}(r,0) = \frac{\nu_n^k(r)}{(1-\alpha)(3-\alpha)\ldots(2q+1-\alpha)},\ \frac{\partial}{\partial x_0}\omega_{0,n}^{k,1}(r,0) = 0,$$

то при $0<\alpha<1$ функция

$$\omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,x_0) = \gamma_{2-\alpha+2q}\left(\frac{1}{x_0}\frac{\partial}{\partial x_0}\right)^q$$

$$\left[x_0^{1-\alpha+2q}\int_0^1 \omega_{0,n}^{k,1}(r,\xi x_0)(1-\xi^2)^{q-\frac{\alpha}{2}} d\xi\right] \equiv$$

$$\equiv \gamma_{2-\alpha+2q} 2^{q-1}\Gamma\left(q-\frac{\alpha}{2}+1\right) D_{0x_0^2}^{\frac{\alpha}{2}-1}\left[\frac{\omega_{0,n}^{k,1}(r,x_0)}{x_0}\right] \quad (16)$$

является решением уравнения $(13_б)$ с данными

$$\omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,0)=0,\ \lim_{x_0\to 0} x_0^\alpha \frac{\partial}{\partial x_0}\omega_{\alpha,n}^{k,2} = \nu_n^k(r),$$

где $\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\gamma_\alpha = 2\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)$. $\Gamma(z)$ – гамма-функция, D_{0t}^α — оператор Римана-Лиувилля ([7]), а $q\geq 0$ — наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $2-\alpha+2q \geq m-1$.

При этом функции $g_{\alpha,n}^k(r,x_0)$, $g_{0,n}^k(r,x_0)$ связаны формулами (15) в случае связи 1 и (16) в случае связи 2.

Сначала решим задачи (13_0), (11) и (13_0), (12). Произведя замену переменных $\xi = \frac{r+x_0}{2}$, $\eta = \frac{r-x_0}{2}$, эти задачи запишем в следующем виде:

$$L\upsilon_n^k \equiv \upsilon_{n\xi\eta}^k + \frac{\overline{\lambda}_n}{(\xi+\eta)^2}\upsilon_n^k = c(\xi-\eta)\upsilon_n^k(\xi,\eta), \quad (17)$$

$$\upsilon_n^k(\xi,\xi) = \tau_n^k(\xi),\ \upsilon_n^k(\xi,\gamma\xi) = \sigma_n^k(\xi), \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial\upsilon_n^k}{\partial\xi} - \frac{\partial\upsilon_n^k}{\partial\eta}\right)\Bigg|_{\xi=\eta} = \nu_n^k(\xi),\ \upsilon_n^k(\xi,\gamma\xi) = \sigma_n^k(\xi), \quad (19)$$

$$\upsilon_n^k(\xi,\eta) = \omega_{0,n}^k(\xi+\eta,\xi-\eta),$$

$$\tau_n^k(\xi) = (2\xi)^{(m-1/2)}\overline{\tau}_n^k(2\xi),\ \nu_n^k(\xi) = \sqrt{2}(2\xi)^{(m-1/2)}\overline{\nu}_n^k(\xi),$$

$$\sigma_n^k(\xi) = ((1+\gamma)\xi)^{(m-1)/2}\overline{\sigma}_n^k((1+\gamma)\xi),\qquad 0<\gamma=\frac{1-\beta}{1+\beta}<1,$$

$k=\overline{1,k_n}$, $n=0, 1, \ldots$.

Аналогично, как в [8], можно записать решение задачи Коши для уравнения (17) следующим образом

$$\upsilon_n^k(\xi,\eta) = \frac{1}{2}\tau_n^k(\eta)R(\eta,\eta;\xi,\eta) + \frac{1}{2}\tau_n^k(\xi)R(\xi,\xi;\xi,\eta) +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\int_\eta^\xi\left[\nu_n^k(\xi_1)R(\xi_1,\xi_1;\xi_1,\eta) -\right.$$

$$\left.-\tau_n^k(\xi_1)\frac{\partial}{\partial N}R(\xi_1,\eta_1;\xi_1,\eta)\Big|_{\xi_1=\eta_1}\right]d\xi_1 +$$

$$+\int_{1/2\gamma\xi}^{\xi}\int^{\eta} c(\xi_1-\eta_1)\vartheta_n^k(\xi_1,\eta_1)R(\xi_1,\eta_1;\xi,\eta)d\xi_1 d\eta_1 \quad (20)$$

где

$$R(\xi_1,\eta_1;\xi,\eta) = P_\mu\left[\frac{(\xi_1-\eta_1)(\xi-\eta)+2(\xi_1\eta_1+\xi\eta)}{(\xi_1+\eta_1)(\xi+\eta)}\right]$$

— функция Римана уравнения $L\vartheta_n^k=0$, ([9]), а $P_\mu(z)$ — функция Лежандра, $\mu=n+(m-3)/2$,

$$\left.\frac{\partial}{\partial N}\right|_{\xi_1=\eta_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left.\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}-\frac{\partial}{\partial\eta_1}\right)\right|_{\xi_1=\eta_1}.$$

Из (20) при $\eta=\gamma\xi$, используя краевое условие (18), получим интегральное уравнение первого рода

$$g_n^k(\xi)=\int_{\gamma\xi}^{\xi}\nu_n^k(\xi_1)P_\mu\left[\frac{\xi_1^2+\gamma\xi^2}{(1+\gamma)\xi\xi_1}\right]d\xi_1,\quad 0\le\xi\le\frac{1}{2},$$

$$\sqrt{2}g_n^k(\xi)=-\tau_n^k(\gamma\xi)-\tau_n^k(\xi)+$$
$$+\frac{(\gamma-1)}{(1+\gamma)}\int_{\gamma\xi}^{\xi}\frac{\tau_n^k(\xi_1)}{\xi_1}P_\mu^{/}\left[\frac{\xi_1^2+\gamma\xi^2}{(1+\gamma)\xi\xi_1}\right]d\xi_1+2\sigma_n^k(\xi),$$

которое, как показано в [3], имеет единственное решение.

В случае задачи (17), (19) приходим к функционально-интегральному уравнению вида

$$\tau_n^k(\xi)+\tau_n^k(\gamma\xi)=g_n^k(\xi)+\int_{\gamma\xi}^{\xi}\tau_n^k(\xi_1)G_n(\xi,\xi_1)d\xi_1,$$

$$g_n^k(\xi)=2\sigma_n^k(\xi)-\sqrt{2}\int_{\gamma\xi}^{\xi}\nu_n^k(\xi_1)P_\mu\left[\frac{\gamma\xi_1^2+\xi^2}{(1+\gamma)\xi\xi_1}\right]d\xi_1,$$

$$G_n(\xi,\xi_1)=\frac{\gamma-1}{(1+\gamma)\xi_1}P_\mu^{/}\left[\frac{\xi_1^2+\gamma\xi^2}{(1+\gamma)\xi\xi_1}\right],$$

которое однозначно разрешимо [3].

Следовательно, задачи (17), (18) и (17), (19) сводятся к интегральному уравнению Вольтерра второго рода (20).

Теперь будем решать задачу (13_α), (11). Ее решение ищем в виде $\omega_{\alpha,n}^k(r,x_0)=\omega_{\alpha,n}^{k,1}(r,x_0)+\omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,x_0)$, где $\omega_{\alpha,n}^{k,1}(r,x_0)$ — решение задачи Коши ($13_б$), (14), а $\omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,x_0)$ — решение краевой задачи для ($13_б$) с условием

$$\omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,0)=0,\ \omega_{\alpha,n}^{k,2}(r,\beta r)=\sigma_n^k(r)-\omega_{\alpha,n}^{k,1}(r,\beta r).\quad(21)$$

Учитывая формулы (15), (16), а также обратимость оператора D_{0t}^{α} ([7]), задачи ($13_б$), (14) и ($13_б$), (21) соответственно сводим к задаче Коши ($13_0^б$), (14) и к задаче для (13_0) с данными

$$\frac{\partial}{\partial x_0}\omega_{0,n}^{k,1}(r,0)=0,\ \omega_{0,n}^{k,1}(r,\beta r)=\varphi_n^k(r),\qquad(22)$$

где $\varphi_n^k(r)$ — функция, выражающаяся через $\tau_n^k(r)$, $\sigma_n^k(r)$.

Задача Коши (13_0), (14), как видно из (20), приводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода.

Задача (13_0), (22) сводится к задаче (17), (19), которое имеет единственное решение.

Таким образом, задача (13_α), (11) однозначно разрешима. Аналогично доказывается однозначная разрешимость задачи (13_α), (12).

Далее, как и в [6,10], доказывается, что функция (6) принадлежит искомому классу, где $\bar{u}_n^k(r,t)$ определяются из двумерных задач.

Первая часть теоремы 1 доказана.

Пусть теперь задача 1 однозначно разрешима. Покажем, что $\beta<1$. Предположим противное, т.е. $\beta=1$.

В этом случае в [10] доказано, что задача 1 имеет бесчисленное множество решений.

Это приводит к противоречию нашему предположению.

Теорема 1 установлена. Из этой теоремы вытекает следующий критерий единственности решения задачи 1: однородная задача, соответствующая задаче 1, $u(x,t)\equiv0\Leftrightarrow\beta<1$.

п.3. Доказательство теоремы 2. При $\beta=1$ эта теорема установлена в [10–12]. Пусть $\beta<1$. Сначала построим u(r,θ,t) — решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_S=\tau(r,\theta)=\bar{\tau}_n^k(r)Y_{n,m}^k(\theta),\ u|_{S_\beta}=0,\ k=\overline{1,k_n},$$
$$n=0,1,\dots,\qquad(23)$$

$\bar{\tau}_n^k(r)\in V$, где V — множество функций $\tau(r)$ из класса $C^2(0<r<1)\cap C^1(0\le\le1)$. Очевидно, что множество V плотно всюду в $L_2((0,1))$. Функцию u(r,θ,t) будем искать в виде

$$u(r,\theta,t)=\bar{u}_n^k(r,t)Y_{n,m}^k(\theta).\qquad(24)$$

Тогда для $\omega_n^k(r,x_0)$ получим краевую задачу для (10) с данными

$$\omega_n^k(r,0)=\tau_n^k(r),\ \omega_n^k(r,\beta r)=0,\ k=\overline{1,k_n},\ n=0,1,\dots,$$

которое, как показано в п.2., имеет единственное решение.

Таким образом, решение задачи (1), (23) в виде (24) построено.

Далее, как в случае $\beta=1$, завершается доказательство теоремы 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бицадзе А. В.* Некоторые классы уравнений в частных производных. – М: Наука, 1981, 448с.

2. *Protter M.H.* // J. Rational Mech. and Analusis, 1954. Vol.3, №4. С. 435–446.

3. *Алдашев С.А.* // Известия НАН РК, сер. физ-мат. наук., 2007, №3, С.3–7.

4. *Михлин С.Г.* Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. –М.: Физматгиз, 1962, 254 с.

5. *Терсенов С.А.* Введение в теорию уравнений, вырождающихся на границе. –Новосибирск: НГУ, 1973, 143 с.

6. *Алдашев С.А.* Краевые задачи для многомерных гиперболических и смешанных уравнений. –Алматы: Гылым, 1994, 170 с.

7. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. –М.: Высш.шк., 1985, 301 с.

8. *Алдашев С.А.* // Укр. матем. журнал, 2003. Т.55, №1. С.100–107.

9. *Copson E.T.* // J. Rath. Mech. Anal., 1958. Vol.1, P. 324–348.

10. *Алдашев С.А.* // Укр. матем. журнал, 2004. Т.56, №8, С.1119–1127.

11. *Алдашев С.А.* // Известия вузов. Математика. 2006, №9(532), С.3–9.

12. *Алдашев С.А.* // Докл НАН РК. Алматы, 2002. №6, С.50–52.

Резюме

Чаплыгин операторы бар көп өлшемді гиперболалық теңдеуге арналған сипаттамадан ауытқыған Дарбу есебінің біршешімділік критерийі алынған және оған түйіндес есептің шешімінің жалғыздық теоремасы дәлелденген.

Summary

In the work the criterion of the unique solvability of Darboux problem with deviation from the characteristics for multidimensional hyperbolic equation with operator Chapligin and the theorem of uniqueness for the solution of conjugate problem is proved.

Западно-Казахстанский аграрно-технический университет им. Жангир хана

Поступила 27.11.07