УДК 539.3

А. Ж. СЕЙТМУРАТОВ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНКИ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ

Кызылординский государственный университет им. Коркыт Ата

В случае двухслойной пластинки в качестве такой плоскости удобнее взять плоскость раздела однородности $Z = 0$, т.е. для каждой составляющей пластинки имеет шесть вспомогательных функций, связанных шестью условиями по линии контакта, которые приводят к следующим зависимостям [5]:

$$U^{(1)} = U^{(2)};\ V^{(1)} = V^{(2)};\ W_1^{(1)} = W_1^{(2)};$$

$$U_1^{(2)} = M_1[M_2]^{-1}\left[U_1^{(1)} + \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial x}\right] - \frac{\partial W_1^{(2)}}{\partial x};$$

$$V_1^{(2)} = M_1[M_2]^{-1}\left[V_1^{(1)} + \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial y}\right] - \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial y};$$

$$W = [N_2]^{-1}\left\{N_1 W^{(1)} - M_1(1+C_1)\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right) + \right.$$

$$\left. + M_2(1+C_2)\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right)\right\}, \tag{1}$$

при этом параметры верхней составляющей обозначены индексом "1", а нижней – индексом "2".

В качестве оставшихся шести вспомогательных функций возьмем смещения и деформации точек плоскости раздела однородности верхнего слоя, для определения которых имеет шесть граничных условий при $Z = h_1$ и $Z = -h_2$, которые запишем в виде

$$\sigma_{zz}^{(1)} = f_z^{(1)}(x,y,t); \qquad \frac{\partial \sigma_{xz}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(1)}}{\partial y} = \frac{\partial f_{xz}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial f_{yz}^{(1)}}{\partial y};$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{yz}^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial f_{xz}^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial f_{yz}^{(1)}}{\partial x} \quad (Z = h_1) \tag{2}$$

и

$$\sigma_{zz}^{(2)} = f_z^{(2)}(x,y,t); \qquad \frac{\partial \sigma_{xz}^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(2)}}{\partial y} = \frac{\partial f_{xz}^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial f_{yz}^{(2)}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(2)}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{yz}^{(2)}}{\partial x} = \frac{\partial f_{xz}^{(2)}}{\partial y} - \frac{\partial f_{yz}^{(2)}}{\partial x} \quad (Z = -h_2)\cdot \tag{3}$$

Подставляя выражения для напряжения в граничных условия (2) и (3) с учетом зависимостей (1), получим систему шести уравнений относительно $U^{(1)}$, $V^{(1)}$, $W^{(1)}$, $U_1^{(1)}$, $V_1^{(1)}$, $W_1^{(1)}$:

$$D_1^{(0)}\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right) + D_2^{(0)}\left(W^{(1)}\right) + D_3^{(0)}\left(\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial y}\right) + D_4^{(0)}\left(W_1^{(1)}\right) = M_1^{-1}\left(f_z^{(1)}\right);$$

$$K_1\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right) + K_2\left(W^{(1)}\right) + K_3\left(\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial y}\right) + K_4\left(W_1^{(1)}\right) = M_1^{-1}\left(\frac{\partial f_{xz}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial f_{yz}^{(1)}}{\partial y}\right); \tag{4}$$

$$H_1\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right)+H_2\left(W^{(1)}\right)+H_3\left(\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial y}\right)+H_4\left(W_1^{(1)}\right)=M_2^{-1}\left(f_z^{(2)}\right);$$

$$E_1\left(\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial v^{(1)}}{\partial y}\right)+E_2\left(W^{(1)}\right)+E_3\left(\frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial y}\right)+E_4\left(W_1^{(1)}\right)=M_2^{-1}\left(\frac{\partial f_{xz}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial f_{yz}^{(1)}}{\partial y}\right)$$

$$\Pi_1\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial y}-\frac{\partial V^{(1)}}{\partial x}\right)+\Pi_2\left(\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial y}-\frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial x}\right)=M_1^{-1}\left(\frac{\partial f_{xz}^{(1)}}{\partial y}-\frac{\partial f_{yz}^{(1)}}{\partial x}\right);$$

$$\Pi_3\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial y}-\frac{\partial V^{(1)}}{\partial x}\right)+\Pi_4\left(\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial y}-\frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial x}\right)=M_2^{-1}\left(\frac{\partial f_{xz}^{(2)}}{\partial y}-\frac{\partial f_{yz}^{(2)}}{\partial x}\right)$$

где операторы $D_j^{(0)}, K_j, H_j, E_j, \Pi_j$ равны

$$D_1^{(0)}=\sum_{n=0}^{\infty}\left[C_1Q_{n1}\left(\lambda_{21}^{(1)}-\Delta\right)-\left(1+C_1\right)\lambda_{21}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$D_2^{(0)}=\sum_{n=0}^{\infty}\left[C_1Q_{n1}\left(\lambda_{21}^{(1)}-\Delta\right)+\left(1-C_1\right)\lambda_{21}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$D_3^{(0)}=-\sum_{n=0}^{\infty}\left[2D_1Q_{n1}\lambda_{21}^{(1)}+\lambda_{11}^{(1)}\right]\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$D_4^{(0)}=\sum_{n=0}^{\infty}\left[2D_1Q_{n1}\Delta+\lambda_{11}^{(1)}\right]\lambda_{21}^{(1)}\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$K_1=\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_{11}^{1\ (1)}\left[2C_1Q_{n1}\Delta+\lambda_{21}^{(1)}\right]\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$K_2=\sum_{n=0}^{\infty}\Delta\left[2C_1Q_{n1}\lambda_{11}^{(1)}+\left(1+C_1\right)\lambda_{21}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!}; \qquad (5)$$

$$K_3=\sum_{n=0}^{\infty}\left[D_1Q_{n1}\left(\lambda_{21}^{(1)}-\Delta\right)+\lambda_{11}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$K_4=-\sum_{n=0}^{\infty}\Delta\left[D_1Q_{n1}\left(\lambda_{21}^{(1)}-\Delta\right)-\lambda_{11}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$H_1=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_2Q_{n2}\left(\lambda_{22}^{(1)}-\Delta\right)\left(1-\rho_0\right)-\left[\left(1+C_2\right)\left(1-C_2\right)\lambda_{22}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};\right.$$

$$H_2=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_2Q_{n2}\left(\lambda_{22}^{(1)}-\Delta\right)\left(1-C_2\right)\lambda_{22}^{(n)}\right\}\rho_1\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$H_3=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{2D_2Q_{n2}\lambda_{22}^{(1)}+\lambda_{22}^{(n)}\right\}\rho_2\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$H_4=-\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left(1-\rho_0\right)\Delta\left[2D_2Q_{n2}\lambda_{22}^{(1)}+\lambda_{12}^{(n)}\right]+\lambda_{22}^{(1)}\left[2D_2Q_{n2}\Delta+\lambda_{12}^{(n)}\right]\right\}\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$E_1 = -\sum_{n=0}^{\infty}\{2(1-\rho_0)2C_2Q_{n2}\lambda_{12}^{(1)} +$$

$$+\left[(1-C_2)\lambda_{12}^{(1)} - (1-C_2)\rho_0\Delta\right]\lambda_{12}^{(n)}\}\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$E_2 = -\sum_{n=0}^{\infty}\rho_1\Delta\left[2C_2Q_{n2}\lambda_{12}^{(1)} + (1+C_2)\lambda_{22}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$E_3 = \sum_{n=0}^{\infty}\rho_2\left[D_2Q_{n2}\left(\lambda_{22}^{(1)} - \Delta\right) + \lambda_{12}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$E_4 = \sum_{n=0}^{\infty}\Delta(\rho_2 - 2)\left[D_2Q_{n2}\left(\lambda_{22}^{(1)} - \Delta\right) - \lambda_{12}^{(n)}\right]\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$\Pi_1 = \sum_{n=0}^{\infty}\lambda_{21}^{(n+1)}\frac{h_1^{2n+1}}{(2n+1)!}; \qquad \Pi_2 = \sum_{n=0}^{\infty}\lambda_{21}^{(n)}\frac{h_1^{2n}}{(2n)!};$$

$$\Pi_3 = -\sum_{n=0}^{\infty}\rho_1\lambda_{22}^{(n+1)}\frac{h_2^{2n+1}}{(2n+1)!}; \qquad \Pi_4 = \sum_{n=0}^{\infty}\rho_2\lambda_{22}^{(n+1)}\frac{h_2^{2n}}{(2n)!};$$

$$\rho_1 = N_1N_2^{-1}; \qquad \rho_2 = M_1M_2^{-1};$$

$$\rho_0 = N_2^{-1}\left[M_1(1+C_1) - M_2(1+C_2)\right]$$

а операторы C_j, D_j имеют вид

$$C_j = 1 - N_jM_j^{-1}; \qquad D_j = 1 - N_j^{-1}M_j \tag{6}$$

Система общих уравнений (4) распалась на систему четырех уравнений относительно $\left(\frac{\partial U^1}{\partial x} + \frac{\partial V^1}{\partial y}\right), W^{(1)}, \ldots$ и двух относительно $\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial V^{(1)}}{\partial x}\right), \ldots$, что упрощает исследование этой системы.

Система уравнений (4) и является системой общих уравнений, описывающих продольно-поперечное колебание двухслойной или кусочно-однородной вязкоупругой изотропной пластинки постоянной толщины.

Так как пластинка неоднородна, то чисто поперечное и чисто продольное ее колебание не может иметь места, а колебание – комбинированное или продольно-поперечное.

Приняв за основную искомую функцию поперечное смещение $W_1^{(1)}$ точек верхней составляющей пластинки по линии раздела однородности, для неё из системы первых четырёх уравнений (4) получим следующее уравнение

$$L\left(W_1^{(1)}\right) = F(x, y, t), \tag{7}$$

где оператор L и правая часть F равны

$$\begin{aligned} L = &\left[D_1^{(0)}K_2 - D_2^{(0)}K_1\right]\left[H_3E_4 - H_4E_3\right] + \left[D_1^{(0)}K_3 - D_3^{(0)}K_1\right]\times \\ &\times\left[H_4E_2 - H_2E_4\right] + \left[D_1^{(0)}K_4 - D_4^{(0)}K_1\right]\left[H_2E_3 - H_3E_2\right] - \\ &-\left[D_2^{(0)}K_3 - D_3^{(0)}K_2\right]\left[H_4E_1 - H_1E_4\right] - \left[D_2^{(0)}K_4 - D_4^{(0)}K_2\right]\times \\ &\times\left[H_1E_3 - H_3E_1\right] + \left[D_3^{(0)}K_4 - D_4^{(0)}K_3\right]\left[H_1E_2 - H_2E_1\right]; \end{aligned} \tag{8}$$

$$F(x,y,t)=-\{K_1[H_2E_3-H_3E_2]+K_2[H_3E_1-H_1E_3]+$$
$$+K_3[H_1E_2-H_2E_1]\}\{M_1^{-1}(f_z^{(1)})\}+\{D_1^{(0)}[H_2E_3-H_3E_2]+$$
$$+D_2^{(0)}[H_3E_1-H_1E_3]+D_3^{(0)}[H_1E_2-H_2E_1]\}\times$$
$$\times\left\{M_1^{-1}\left(\frac{\partial fxz^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial fyz^{(1)}}{\partial y}\right)\right\}-\{D_1^{(0)}[K_2E_3-K_3E_2]+$$
$$+D_2^{(0)}[K_3E_1-K_1E_3]+D_3^{(0)}[K_1E_2-K_2E_1]\}\{M_2^{-1}(fz^{(2)})\}+$$
$$+\{D_1^{(0)}[K_2H_3-K_2H_3]+D_2^{(0)}[K_2H_1-K_1H_2]+$$
$$+D_3^{(0)}[K_1H_2-K_2H_1]\}\left\{M_2^{-1}(\frac{\partial fxz^{(2)}}{\partial x}+\frac{\partial fyz^{(2)}}{\partial y})\right\}$$

Как видно, общее уравнение (7),описывающее колебание двухслойной пластинки, очень сложно по структуре. Получим из него приближенное уравнение.

Так как пластинка совершает комбинированное колебание, то простейшее уравнение, описывающее такое колебание, должно быть уравнением шестого порядка по производным.

Ограничиваясь в операторе (8) первыми двумя слагаемыми в каждой из входящих в него сумм, для $W_1^{(1)}$ получим приближенное уравнение

$$Q_1\left(\frac{\partial^4 W_1^{(1)}}{\partial t^4}\right)+Q_2\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta W_1^{(1)}\right)+Q_3(\Delta^2 W_1^{(1)})+Q_4\left(\frac{\partial^6 W_1^{(1)}}{\partial t^6}\right)+$$
$$+Q_5\left(\frac{\partial^4}{\partial t^4}\Delta W_1^{(1)}\right)+Q_6\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta^2 W_1^{(1)}\right)+Q_7(\Delta^3 W_1^{(1)})=F_1 \qquad (9)$$

где операторы Q_j и F_1 равны

$$Q_1=M_2^{-2}(h_1\rho_1+h_2\rho_2)^2;$$
$$Q_2=-2M_2^{-1}\{2(h_1\rho_2D_1+h_2D_2)(h_1\rho_1+h_2\rho_2)+$$
$$+(\rho_2-1)[h_1\rho_1(h_1+h_2)-(h_1^2D_1\rho_1-h_2^2D_2\rho_2)]\};$$
$$Q_3=4(\rho_1-1)(h_1^2\rho_1D_1+h_2^2D_2+2h_1h_2\rho_2D_1);$$
$$Q_4=\frac{1}{6}M_1^{-2}\{h_1^2\rho_1M_1^{-1}[3h_2^2\rho_2^2+h_1\rho_1(h_1\rho_1+4h_2\rho_2)](2-D_1)+$$
$$+h_2^2\rho_2M_2^{-1}[3h_1^2\rho_1^2+h_2\rho_2(h_2\rho_2+4\rho_1h_1)](2-D_2)\};$$
$$Q_5=-\frac{1}{6}\{h_1^4\rho_2\rho_1^2M_1^{-2}[2\rho_2(4D_1(1-D_1)+1)+(\rho_2-1)\times$$
$$\times(4+D_1)^2]+h_2^4\rho_2^2M_2^{-2}[2(1+4D_2-4D_2^2)-(\rho_2-1)D_2\times$$
$$\times(2-D_2)]+6h_1^2h_2^2[\rho_1\rho_2M_1^{-1}M_2^{-1}(4(\rho_2^2D_1+D_2)+(\rho_2-1)\times$$
$$\times(\rho_2(1-D_2)(2+D_1)+D_2(1+2D_1)))+M_2^{-2}(\rho_1^2+\rho_2^2)]+$$
$$+2\rho_2h_1h_2[2\rho_1\rho_2M_1^{-1}M_2^{-1}(h_1^2\rho_2(6D_1-7D_1^2-5)+$$
$$h_2^2\rho_2(D_2(D_2-5)-\rho_2(2-D_2)))-h_1^2\rho_2\rho_1M_1^{-2}(2D_1(4-D_2)+$$
$$+(\rho\ \ -1)(4-3D_1))-2h_2^2\rho_2\rho_2^2M_2^{-2}D_1(4-D_2)]\};$$

$$Q_6 = -\frac{1}{3}\{h_1^4\rho_2\rho_1 M_1^{-1}[2D_1(1-3\rho_2+4D_1)-(\rho_2-1)(2+9D_1-$$
$$-3D_1^2)]+h_2^4\rho_2 M_2^{-1}[4D_2(1-2D_2)+(\rho_2-1)D_2(3-D_2)]-$$
$$-3h_1^2h_2^2[\rho_1 M_1^{-1}(4\rho_2 D_1(\rho_2(1+D_2)+D_2)-(\rho_2-1)(2(\rho_2-1)\times$$
$$\times D_2(1-D_1)+\rho_2(2-D_1+4D_1^2)))+\rho_2 M_2^{-1}(4D_2(1+D_1+$$
$$+\rho_2 D_1)+(\rho_2-1)(6\rho_2 D_1(1-D_2)-D_2(1-6D_1)))]-2h_1h_2\rho_2\times$$
$$\times[\rho_1 M_1^{-1}(2h_1^2(2D_2^2(1+2D_1)+(\rho_2-1)(1+2D_1-D_1^2))+$$
$$+h_2^2(2(\rho_2-1)+(\rho_2+3)D_2))+4\rho_2 M_2^{-1}D_1(h_1^2+h_2^2(2(\rho_2-1)\times$$
$$\times(1-D_2)+\rho_2 D_2+(1+D_2)))]\};$$
$$Q_7 = -\frac{2}{3}\{h_1^4\rho_2 D_1[4D_1-5(\rho_2-1)]+h_2^4 D_2[4D_2-(\rho_2-1)]-$$
$$-3h_1^2h_2^2[8\rho_2 D_1 D_2+(\rho_2-1)(3\rho_2 D_1-(2\rho_2-1)D_1D_2-$$
$$-D_2(1-D_1))]-4h_1h_2\rho_2 D_1[h_1^2(2D_2+(\rho_2-1))+$$
$$+h_2^2(2(\rho_2-1)+(\rho_2+1)D_2)]\};$$
$$F_1(x,y,t) = M_2^{-2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(f_z^{(1)}+f_z^{(2)}\right)+(h_1+h_2)\times$$
$$\times[h_2\rho_2\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(1)}}{\partial y^2}\right)+h_1\rho_1\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(2)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(2)}}{\partial y^2}\right)+$$
$$+[h_1^2 D_1\rho_1-h_2^2 D_2\rho_2]\left[\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(1)}}{\partial y^2}\right)-\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(2)}}{\partial x^2}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(2)}}{\partial y^2}\right)\right]\Bigg\}-2\Delta\{2M_2^{-2}(h_1\rho_2 D_1+h_2 D_2)[M_1^{-1}(f_z^{(1)})+$$
$$+M_2^{-1}(f_z^{(2)})]+2\rho_2 h_1 h_2\left[D_1 M_1^{-1}\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(1)}}{\partial y^2}\right)+\right.$$
$$\left.+D_2 M_2^{-1}\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(2)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(2)}}{\partial y^2}\right)\right]+M_2^{-1}\left(h_1^2\rho_2 D_1+h_2^2 D_2\right)\times$$
$$\times\left[\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 fyz^{(1)}}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 f_{xz}^{(2)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_{yz}^{(2)}}{\partial y^2}\right)\right]\Bigg\}; \qquad (10)$$
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Если пластинка однородна, а $W_1^{(1)}$ поперечное смещение точек её срединной плоскости, то в этом случае оператор шестого порядка в уравнении (9) распадается на два оператора: оператор второго порядка, описывающий чисто продольное колебание пластинки и оператор четвёртого порядка, описывающий чисто поперечное колебание.

Так как для однородной пластинки $h_1 = h_2$ оператор шестого порядка в уравнении (9) распадается на произведение операторов второго и четвёртого порядков, то можно поставить следующую задачу.

Для заданных материалов обеих составляющих пластинки как подобрать толщины этих составляющих, чтобы оператор шестого порядка в уравнении (9) и в общем случае распался на произведение операторов второго и четвёртого порядка, т.е. при определённых внешних усилиях плоскость раздела однородности могла совершать как чисто продольное, так и чисто поперечное смещение.

Такое упрощение общего оператора шестого порядка в (9) можно осуществить, если материалы составляющих пластинки упруги и операторы Q_j в уравнении (9) связаны зависимостью

$$Q_2 Q_4 Q_7 = Q_1 Q_5 Q_7 + Q_3 Q_4 Q_6 \qquad (11)$$

Уравнение (11) будет уравнением для нахождения $\frac{h_1}{h_2}$ при заданных упругих характеристиках составляющих пластинки.

Таким образом, удалось строго вывести приближённое уравнение колебания кусочно-однородной пластинки постоянной толщины и на основе этого уравнения решать различные прикладные задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1 Филиппов И.Г. Приближенный метод решения динамических задач для вязкоупругих сред // ПММ. – 1979. – Т. 43, № 1. – С. 133-137.

2 Филиппов И.Г. К нелинейной теории вязкоупругих изотропных сред. – Киев: Прикл. механика, 1983. – Т. 19, № 3. – С. 3-8.

3 Филиппов И.Г., Ишрипкулов Т.Ш., Мирзанабилов С.М. Нестационарные колебания линейных упругих и вязкоупругих сред. – Ташкент: «ФАН» УзССР, 1909.

4 Филиппов И.Г., Филиппов С.И. Уравнения колебания кусочно-однородной пластинки переменной толщины // МТТ. – 1989. – № 5. – С. 149-157.

5 Филиппов И.Г., Филиппов С.И., Костин В.И. Динамика двумерных композитов // Труды Междун. конф. по механики и материалам. – США, Лос-Анжелес, 1995. – С. 75-79.

А. Ж. Сейітмұратов

ҚАЛЫҢДЫҒЫ 2h БОЛАТЫН ТІК ТӨРТБҰРЫШТЫ ПІШІНДЕГІ
ЖАЗЫҚ ЭЛЕМЕНТТІК ӨЗІНДІК ТЕРБЕЛІСІНІҢ ЖИІЛІГІН АНЫҚТАУ ЕСЕБІ

$(-\infty < (x,y) < \infty_{1;}; |Z| \le h)$, кеңістігінде қалыңдығы 2h болатын тік төртбұрышты пішіндегі жазық элементтің өзіндік тербелісінің жиілігін анықтау есебі қарастырылған. Пластинка метериалы Максвел үлгісі бойынша өрнектелген.

A. Zh. Seitmuratov

THE APPROACHED EQUATIONS OF FLUCTUATION
OF THE TWO-LAYER PLATE OF CONSTANT THICKNESS

The exercise of oscillation is examined with the flat element of rectangular form, the stoutness of which is equalize in (=2h), $(-\infty < (x,y) < \infty_{1;}; |Z| \le h)$, where it is occupied the pout of expanse. And this task is decided with the Makswel's model.