ХИМИЯ

УДК 66.011.–944.023

А.Ш. ШАРАФИЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКОВ ГАЗА И ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ КРУПНОПЕРФОРИРОВАННУЮ ПРОТИВОТОЧНУЮ ТАРЕЛКУ МАССООБМЕННОГО АППАРАТА

Основываясь на понятиях о турбулентной вязкости, турбулентном числе Прандтля и уравнении Бернулли получены расчетные уравнения, характеризующие закономерности растекания жидкости и распределения газа через крупноперфорированную тарелку

Известные модели структуры потоков газа и жидкости предполагают равномерное распределение потоков в направлении, перпендикулярном их движению. В реальных аппаратах во многих случаях приходится сталкиваться с неравномерным распределением потоков в поперечном направлении. Поперечная неравномерность возникает как в результате первоначальной неравномерности при вводе потоков в аппарат, так и вследствие тех или иных нарушений в движении потоков через аппарат. Поперечная диффузия (поперечное перемешивание) в некоторой степени восстанавливает равномерность распределения, но ее роль обычно невелика, особенно в аппаратах большого диаметра. Таким образом, как правило, с увеличением масштаба аппарата влияние поперечной неравномерности увеличивается, что ведет к ухудшению работы.

Методы учета влияния поперечной неравномерности пока еще разработаны в незначительной степени. Поэтому обычно пользуются, например, диффузионной моделью, рассматривая эффективный коэффициент диффузии как сумму составляющих, обусловленных, с одной стороны, диффузией и перемешиванием, а с другой – неравномерным распределением потоков по поперечному сечению аппарата. Известными соотношениями, полученными на этой основе в настоящее время нельзя воспользоваться для расчета из-за отсутствия данных о законе распределения потоков по сечению аппарата. Поэтому требуется выработка новых подходов к решению этого вопроса.

Нами, основываясь на фундаментальных понятиях физики и гидродинамики – о турбулентной вязкости, турбулентном числе Прандтля и уравнении Бернулли получены расчетные уравнения, характеризующие закономерности растекания жидкости и распределения газа через крупноперфорированную пластину (тарелку).

Модель движения жидкости по тарелке. При описании турбулентного течения по тарелке необходимо учитывать перенос импульса в слое жидкости за счет турбулентных пульсаций. Тогда уравнение движения жидкости приобретает вид:

$$\rho_\infty\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{dp}{dx}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\rho_\infty\frac{\partial}{\partial y}\left(-\overline{u'v'}\right), \quad (1)$$

где u', v' – соответственно продольная и поперечная составляющие скорости турбулентных пульсаций.

Уравнение теплопроводности для турбулентного слоя запишется в виде:

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{1}{\rho_\infty c_p}\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\overline{T'v'}\right). \quad (2)$$

Здесь T' – возмущение температурного поля, обусловленное турбулентными пульсациями поля скоростей.

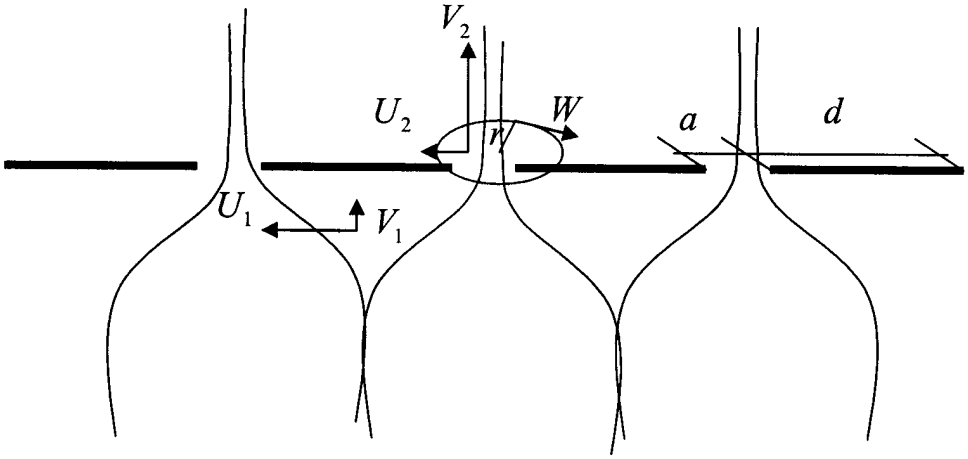
Уравнение (2) можно переписать в виде:

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\nu_\infty}{\mathrm{Pr}_\infty}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\overline{T'v'}\right), \quad (3)$$

где число $\mathrm{Pr}_\infty=\dfrac{\mu_\infty c_p}{\lambda_\infty}$.

Граничные условия для уравнения движения, как обычно, – это условия прилипания, т.е. равенства нулю всех компонент поля скоростей на стенке:

$$u=v=0;\quad u'=v'=0\cdot \quad (4)$$



a – шаг между отверстиями; d – диаметр отверстий перфорации.

Рис. 1. Схема движения потоков через тарелку

На стенке задается также либо постоянная температура, либо постоянный тепловой поток:

$$y = 0 \rightarrow T = T_w = const \text{ или } \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = q_w = const. \quad (5)$$

В настоящее время наиболее продуктивным для решения подобных задач является подход, основанный на понятиях турбулентной вязкости и турбулентного числа Прандтля. Показано [1], что с помощью таких модельных представлений можно рассчитывать турбулентные пограничные слои с естественной конвекцией. В соответствии с этим подходом слагаемое в уравнении импульсов, обусловленное турбулентными пульсациями представляется в виде

$$\overline{u'v'} = -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (6)$$

где ε – коэффициент турбулентной вязкости, с определением которого и связаны основные трудности расчета.

В соответствии моделью Себеси, Брэдшоу [2], для расчета коэффициента турбулентной вязкости целесообразно использовать длину пути смешения, характерную для пограничных слоев без выталкивающих сил, т.е.

$$\varepsilon = (0{,}075\delta)^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad (7)$$

где δ – толщина гидродинамического пограничного слоя.

Во-вторых, принимается изменение толщины пограничного слоя по полуэмпирическому закону

$$\delta = 0{,}371 \mathrm{Re}_x^{-0{,}2}. \quad (8)$$

Зависящее от продольной координаты переменное число Рейнольдса рассчитывается по «эквивалентной» продольной скорости, связанной с дополнительным слагаемым в уравнении импульсов, обусловленным тепловой конвекцией. Таким образом, осуществляется замыкание тепловой и гидродинамической задач.

Полученное описанным способом первое приближение профиля скорости в турбулентном пограничном слое можно использовать для расчета второго приближения и так далее.

Расчет по упрощенной методике дает весьма хорошее совпадение с результатами масштабных численных экспериментов Себеси и Брэдшоу уже для первого приближения. Расчет профиля скорости по первому приближению дал для средней части пограничного слоя результаты, весьма близкие к опытным данным.

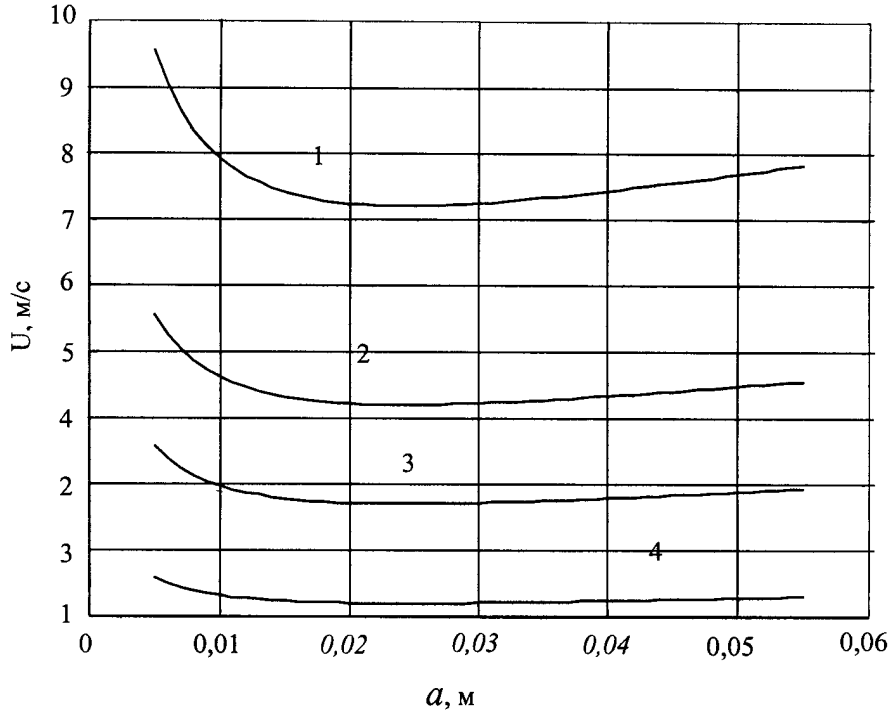
Модель движения газа через тарелку. Пусть ΔP – перепад давления на решетке, Q – объемный расход газа через решетку.

В качестве геометрического критерия «крупнодырчатости» по газовому потоку примем (см. рис. 1):

$$z = \frac{a}{d} >\approx 1. \quad (1)$$

Выраженный через долю свободного сечения ε этот параметр выглядит следующим образом:

$$z = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}. \quad (2)$$



Газ – воздух при нормальных условиях, $V = 3$ м/с.
Кривые : 1 – ε = 0,2; 2 – ε = 0,3; 3 – ε = 0,4; 4 – ε = 0,6

Рис. 2. Зависимость поперечной составляющей скорости газа под решеткой от геометрического параметра a

Запишем перепад давления в виде:

$$\Delta P = \xi\rho\frac{\overline{V}^2}{2} = \xi\rho\frac{V_1^2}{2} \qquad (3)$$

С другой стороны, из уравнения Бернулли получаем [3]:

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\left(U_1^2 - U_2^2\right). \qquad (4)$$

Баланс массы через отверстие:

$$\rho Q = \rho a V_2 . \qquad (5)$$

Тогда интенсивность вихря, индуцируемого при обтекании решетки можно принять равной (по крайней мере, по порядку) циркуляции воздушного потока вокруг элемента решетки с характерным размером $\sim a$:

$$\Gamma \approx \chi^{-1} a\left(U_1 - U_2\right). \qquad (6)$$

Здесь χ – некоторый коэффициент, учитывающий особенности обтекания кромки отверстия. По данным [3] $\chi \approx 0{,}2$

С другой стороны, из баланса сил в стационарном состоянии получаем:

$$a\Delta P = \varepsilon\rho\Gamma\frac{U_1 + U_2}{2}. \qquad (7)$$

Распределение скорости газа в зоне вихря, выраженное через циркуляцию потока запишем в форме:

$$W = \frac{\Gamma}{2\pi a^2}\left(r - \frac{a}{2}\right). \qquad (8)$$

Определим мощность, диссипируемую в зоне вихря:

$$N_{dis} = \mu\int_{\Sigma}\left(\frac{dW}{dr}\right)^2 d\sigma \approx \mu\frac{\Gamma^2}{4\pi^2 a^4}\frac{\pi a^3}{4} = \mu\frac{\Gamma^2}{16\pi a}. \qquad (9)$$

С другой стороны, эту мощность можно оценить из соотношения:

$$N_{dis} = \frac{Q\Delta P}{K} = \xi\frac{\rho V^2}{2}\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 VS, \qquad (10)$$

где коэффициент ξ определяется степенью поджатия струи газа при выходе из отверстия, K – число отверстий в решетке.

Отсюда получаем выражение для интенсивности циркуляции:

$$\Gamma = 2\pi a V\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\xi V a\rho}{2\mu}}. \qquad (11)$$

Далее, используя (6) и (7), находим:

$$U_1 = \frac{\Gamma\chi}{2a} + \frac{a\Delta P}{\varepsilon\rho\Gamma}. \qquad (12)$$

Отсюда получаем:

$$U_1 = A\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\sqrt{a} + B\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{a}}, \qquad (13)$$

где $$A = \chi\pi V\sqrt{\frac{\xi\rho V}{2\mu}};\ B = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sqrt{\frac{2\mu\xi V}{\rho}}. \qquad (14)$$

При фиксированной доле свободного сечения зависимость поперечной составляющей скорости газа под решеткой приобретает вид, показанный на рис. 2.

Минимальное значение поперечной составляющей (соответствующее фактически минимуму гидродинамического сопротивления) наблюдается при фиксированной доле свободного сечения для отверстий с характерным размером:

$$a = \frac{B}{A}. \qquad (15)$$

Таким образом, в результате проведенного анализа разработана математическая модель растекания жидкости и распределения скорости газа по крупноперфорированной тарелке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Brener A. M.* Adaptation of random walk methods to the modelling of liquid distribution in packed columns // Advances in Fluid Mechanics, VI.- WIT Press.- Southampton, Boston.2002.P. 291-301.

2. *Себеси Т., Брэдшоу Р.* Конвективный теплообмен. М.: Мир, 1987. 590 с.

3. *Идельчик Я. Е.* Аэродинамика промышленных аппаратов. М.: Энергия, 1964. 287 с.

Резюме

Турбуленттік қоймалжыңдық, Прандтлянің турбуленттік саны және Бернулли теңдеулері негізінде сұйықтық пен газдың қарсы ағымдағы тәрелкенің тесіктері арқылы өтуі кезіндегі таралу заңдылықтарын сипаттайтын теңдеулер алынды.

Summary

Being based on concepts about turbulent viscosity, turbulent number of the Prandtl and equation of the Bernoulli the settlement equations characterizing laws of distribution of a liquid and gas at passage through apertures of a counter flow plate are received.

Республиканский научно-исследовательский центр по безопасности в химической, нефтехимической и нефтегазоперерабатывающей промышленности

Поступила 4.03.2009 г.