УДК 521.3+629.195.1

М. Д. ШИНИБАЕВ[1], А. А. БЕКОВ[1], С. К. ДОСЫБЕКОВ[2],
А. М. ТАСКУЛОВА[2], К. С. НУРСЕИТОВ[2], К. С. АСТЕМЕСОВА[3]

МЕТОД КЕПЛЕРОВСКИХ ОСКУЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ВО ВТОРОЙ ЗАДАЧЕ ХИЛЛА

[1]Институт космических исследований им. У. М. Султангазина, АО «НЦКИТ», г. Алматы;
[2]Южно-Казахстанский государственный университет им. М. О. Ауезова, г. Шымкент;
[3]Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы

Предлагается метод решения второй задачи Хилла в кеплеровских оскулирующих элементах.

В работе [1] была решена вторая задача Хилла методом обращения эллиптических интегралов 1-го рода в цилиндрической системе координат. Это решение обладало следующими недостатками:

1) решение давало только часть орбиты эллиптического типа.

2) решение было справедливо только для орбит малого наклона.

Поэтому в [2] была сделана попытка решения второй задачи Хилла в кеплеровских оскулирующих элементах, и было получено решение в квадратурах.

В данной работе предлагается новый приближенный метод решения второй задачи Хилла в оскулирующих кеплеровских элементах.

Силовая функция Хилла имеет вид:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}\nu r^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)Z^2, \tag{1}$$

здесь μ – произведение постоянной тяготения на сумму масс центрального тела и спутника (пробного тела); ν и ν' – постоянные коэффициенты; $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$; x, y, z – планетоцентрические координаты спутника.

Силовая функция (1) аппроксимирует нецентральное поле тяготения сжатого сфероида (Земли).

Введем неподвижную систему координат $Oxyz$ с началом в центре масс Земли, тогда дифференциальные уравнения движения спутника будут иметь вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{x}{r^3} = X, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \mu\frac{y}{r^3} = Y, \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \mu\frac{z}{r^3} = Z, \tag{2}$$

где $X = \nu x$, $Y = \nu y$, $Z = \nu' z$.

Если учесть, что ν и ν' – малые величины, то уравнения первого приближения

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{x}{r^3} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \mu\frac{y}{r^3} = 0, \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \mu\frac{z^2}{r^3} = 0 \tag{3}$$

допускают общее решение [3]

$$\left.\begin{aligned}
&x = r\alpha, \quad y = r\beta, \quad z = r\gamma, \quad r = \frac{p}{1 + e\cos\vartheta},\\
&\dot{x} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\,[\alpha e\sin\vartheta + \alpha'(1 + e\cos\vartheta)],\\
&\dot{y} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\,[\beta e\sin\vartheta + \beta'(1 + e\cos\vartheta)],\\
&\dot{z} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\,[\gamma e\sin\vartheta + \gamma'(1 + e\cos\vartheta)],
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=\cos u\cos\Omega-\sin u\sin\Omega\cos i,\quad \alpha'=\frac{d\alpha}{du},\\ &\beta=\cos u\sin\Omega+\sin u\cos\Omega\cos i,\quad \beta'=\frac{d\beta}{du},\\ &\gamma=\sin u\sin i,\quad \gamma'=\frac{d\varphi}{du},\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

аргумент широты

$$u=\vartheta+\omega,\tag{6}$$

истинная аномалия ϑ связана со временем t следующим соотношением

$$t-\tau=\frac{p^{3/2}}{\mu^{1/2}}\int_0^{\vartheta}\frac{d\vartheta}{(1+e\cos\vartheta)^2},\tag{7}$$

параметр орбиты

$$p=\frac{c^2}{\mu},\tag{8}$$

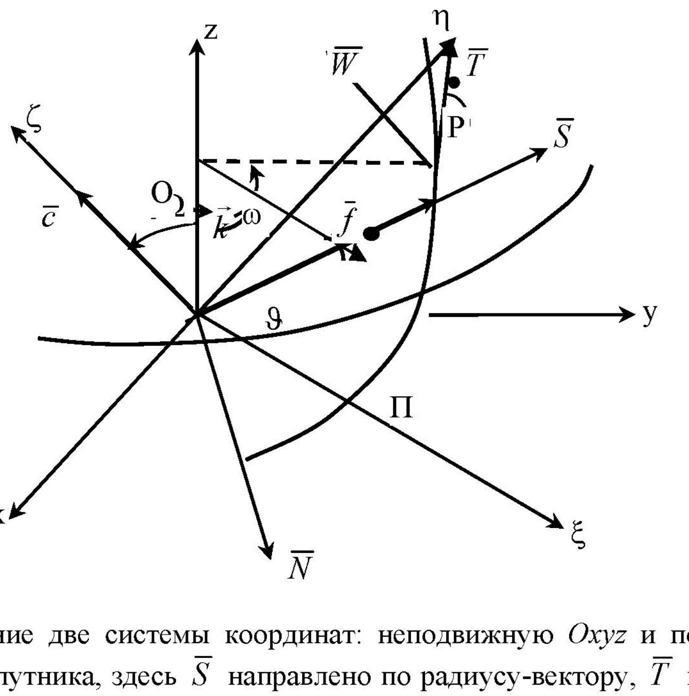
c – постоянная интеграла площадей; f – модуль вектора Лапласа; e – эксцентриситет орбиты; τ – время прохождения через перицентр; Ω – долгота восходящего узла; ω – угловое расстояние перицентра; произвольными постоянными интегрирования в этих формулах являются элементы кеплеровской орбиты Ω, i, ω, p, e, τ.

Пусть начальные условия

$$\left.t=t_0,\ x=x_0,\ y=y_0,\ z=z_0,\ \dot x=\dot x_0,\ \dot y=\dot y_0,\ \dot z=\dot z_0\right\}\tag{9}$$

допускают эллиптический тип движения, тогда в соответствии с методом Лагранжа истинное движение спутника, определяемое дифференциальными уравнениями (2), будет представлять собой непрерывно изменяющийся кеплеровский эллипс. При этом общее решение уравнений (2) будет иметь вид, совпадающий с решением (4), только в них кеплеровские элементы будут непрерывными функциями времени, т.е.

$$\Omega(t),\ i(t),\ \omega(t),\ p(t),\ e(t),\ \tau(t).$$



Введем в рассмотрение две системы координат: неподвижную $Oxyz$ и подвижную PSTW с началом в центре масс спутника, здесь $\overline{S}$ направлено по радиусу-вектору, $\overline{T}$ направлено перпендикулярно радиусу-вектору в плоскости мгновенной орбиты и $\overline{W}$ направлено перпендикулярно плоскости ST.

В этих предположениях запишем уравнения Ньютона [3]

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\Omega}{d\vartheta}=\frac{r}{p}\sin u\cos ec i\cdot\widetilde{W}^*,\quad \frac{di}{d\vartheta}=\frac{r}{p}\cos u\cdot\widetilde{W}^*,\\
&\frac{d\omega}{d\vartheta}=-\frac{\cos\vartheta}{e}\cdot\widetilde{S}^*+\frac{\sin\vartheta}{e}\left(1+\frac{r}{p}\right)\widetilde{T}^*-\frac{r}{p}\sin u\operatorname{ctg} i\cdot\widetilde{W}^*,\\
&\frac{dp}{d\vartheta}=2r\widetilde{T}^*,\quad \frac{de}{d\vartheta}=\widetilde{S}^*\sin\vartheta+\left[\cos\vartheta+(\cos\vartheta+e)\frac{r}{p}\right]\cdot\widetilde{T}^*,\\
&\frac{d\tau}{d\vartheta}=\frac{p}{e}\sqrt{\frac{p}{e}}\cdot\left[(eN\sin\vartheta-\cos\vartheta)\widetilde{S}^*+\frac{p}{r}N\widetilde{T}^*\right]\frac{r^2}{p^2},
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

где

$$\widetilde{S}^*=K\widetilde{S},\ \widetilde{T}^*=K\widetilde{T},\ \widetilde{W}^*=K\widetilde{W} \tag{11}$$

и

$$K=\left[\frac{\sqrt{\mu}\sqrt{p}}{r^2}+\frac{\cos\vartheta}{e}\widetilde{S}-\frac{\sin\vartheta}{e}\left(1+\frac{r}{p}\right)\widetilde{T}\right]^{-1}, \tag{12}$$

$$S=\alpha X+\beta Y+\gamma Z,\quad T=\alpha' X+\beta' Y+\gamma' Z,\quad \mathrm{W}=\alpha'' X+\beta'' Y+\gamma'' Z,\} \tag{13}$$

$$\widetilde{S}=\sqrt{\frac{p}{\mu}}\cdot S,\ \widetilde{T}=\sqrt{\frac{p}{\mu}}\cdot T,\ \widetilde{W}=\sqrt{\frac{p}{\mu}}\cdot W, \tag{14}$$

$$N=2\frac{p^2}{r^2}\int_0^{\vartheta}\frac{\cos\vartheta}{(1+e\cos\vartheta)^2}d\vartheta, \tag{15}$$

$$\alpha''=\sin\Omega\sin i,\quad \beta''=-\cos\Omega\sin i,\quad \gamma''=\cos i.\} \tag{16}$$

Выполним следующие разложения в степенные ряды с точностью $O(e^2)$ и $O(v)$ для исходного эллипса с кеплеровскими элементами Ω_0, i_0, ω_0, p_0, e_0, τ_0:

$$\frac{r_0}{p_0}=1-e_0\cos\vartheta+e_0^2\cos^2\vartheta+O(e^3), \tag{17}$$

$$\left(\frac{r_0}{p_0}\right)^2=1-2e_0\cos\vartheta+\frac{3}{2}e_0^2+\frac{3}{2}e_0^2\cos 2\vartheta+O(e^3), \tag{18}$$

$$t-\tau_0=p_0\sqrt{\frac{p_0}{\mu}}\left(\vartheta-2e_0\sin\vartheta+\frac{3}{2}e_0^2\vartheta+\frac{3}{4}e_0^2\sin 2\vartheta\right)+O(e^3), \tag{19}$$

$$N_0=\left(2+\frac{1}{2}e_0^2\right)\sin\vartheta-2e_0\vartheta+e_0\sin 2\vartheta-\frac{1}{2}e_0^2\sin 3\vartheta-4e_0^2\vartheta\cos\vartheta+O(e^3). \tag{20}$$

Из (5) имеем

$$\alpha_0=\alpha_1\cos\vartheta+\alpha_2\sin\vartheta, \tag{21}$$

где

$$\alpha_1=\cos\Omega_0\cos\omega_0-\sin\Omega_0\cos i_0\sin\omega_0,$$

$$\alpha_2=-(\cos\Omega_0\sin\omega_0+\sin\Omega_0\cos i_0\cos\omega_0);$$

$$\beta_0=\beta_1\cos\vartheta+\beta_2\sin\vartheta, \tag{22}$$

где

$$\beta_1 = \cos\omega_0 \cos\Omega_0 + \sin\omega_0 \cos\Omega_0 \cos i_0,$$

$$\beta_2 = \cos\omega_0 \cos\Omega_0 \cos i_0 - \sin\omega_0 \sin\Omega_0;$$

$$\gamma_0 = \gamma_1 \cos\vartheta + \gamma_2 \sin\vartheta, \tag{23}$$

где

$$\gamma_1 = \sin\omega_0 \sin i_0,\ \gamma_2 = \cos\omega_0 \sin i_0.$$

Из (16) находим

$$\alpha_0'' = \sin\Omega_0 \sin i_0,\ \beta_0'' = -\cos\Omega_0 \sin i_0,\ \gamma_0'' = \cos i_0. \tag{24}$$

Из (5) найдем

$$\alpha_0' = \alpha_1' \cos\vartheta + \alpha_2' \sin\vartheta, \tag{25}$$

где

$$\alpha_1' = -\cos\Omega_0 \sin\omega_0 - \sin\Omega_0 \cos i_0,$$

$$\alpha_2' = \sin\Omega_0 \sin\omega_0 \cos i_0 - \cos\Omega_0 \cos\omega_0;$$

$$\beta_0' = \beta_1' \cos\vartheta + \beta_2' \sin\vartheta, \tag{26}$$

где

$$\beta_1' = -\sin\Omega_0 \sin\omega_0 + \cos\Omega_0 \cos i_0 \cos\omega_0,$$

$$\beta_2' = -\sin\Omega_0 \cos\omega_0 - \cos\Omega_0 \cos i_0 \sin\omega_0;$$

$$\gamma_0' = \gamma_1' \cos\vartheta + \gamma_2' \sin\vartheta, \tag{27}$$

где

$$\gamma_1' = \cos\omega_0 \sin i_0,\ \dot{\gamma}_2 = -\sin\omega_0 \sin i_0.$$

Далее из (11)÷(14) находим

$$K = K_0 + K_1 e_0^2 + K_2 v + (K_3 e_0 + K_4 v)\cos\vartheta + K_5 e_0^2 \cos 2\vartheta + K_6 v \cos 3\vartheta +$$
$$+ K_7 v \cos 4\vartheta + K_8 v \sin\vartheta + K_9 v \sin 2\vartheta + K_{10} v \sin 3\vartheta + K_{11} v \sin 4\vartheta, \tag{28}$$

$$\tilde{S}^* = vK_0 (A_1 + A_2 \cos 2\vartheta + A_3 \sin 2\vartheta), \tag{29}$$

$$\tilde{T}^* = vK_0 (B_1 + B_2 \cos 2\vartheta + B_3 \sin 2\vartheta), \tag{30}$$

$$\tilde{W}^* = vK_0 (C_1 \cos\vartheta + C_2 \sin\vartheta), \tag{31}$$

где

$$K_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu}\cdot\sqrt{p_0}\cdot p_0^2},\ K_1 = -\frac{3}{2}K_0,\ K_2 = -K_0^2\cdot\frac{1}{4}\overline{B}_3,\ K_3 = 2K_0,\ K_4 = -K_0^2\cdot\frac{A_2 - 2B_3 + 2A_1}{2e_0},$$

$$K_5 = K_1,\ K_6 = -K_0^2\cdot\frac{A_2 + 2B_3}{2e_0},\ K_7 = K_0^2\cdot\frac{B_3}{4},\ K_8 = K_0^2\cdot\frac{(4B_1 - A_3 - 2B_2)}{2e_0},\ K_9 = -\frac{K_0^2 B_1}{2},$$

$$K_{10} = \frac{K_0^2(2B_2 - A_3)}{2e_0},\ K_{11} = -\frac{K_0^2 B_2}{4};$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}}\cdot\left[a_1 + b_1 + \left(\frac{v'}{v}\right)c_1\right],\ A_2 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}}\cdot\left[a_2 + b_2 + \left(\frac{v'}{v}\right)c_2\right],$$

$$A_3 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}}\cdot\left[a_3 + b_3 + \left(\frac{v'}{v}\right)c_3\right];$$

$$a_1 = p_0\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2},\ a_2 = p_0\frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}{2},\ a_3 = p_0\alpha_1\alpha_2;$$

$$b_1 = p_0 \frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2},\ b_2 = p_0 \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{2},\ b_3 = p_0 \beta_1 \beta_2;$$

$$c_1 = p_0 \frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}{2},\ c_2 = p_0 \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{2},\ c_3 = p_0 \gamma_1 \gamma_2;$$

$$B_1 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}} \cdot \frac{p_0}{2} \left[\alpha_1' \alpha_1 + \alpha_2' \alpha_2 + \beta_1' \beta_1 + \beta_2' \beta_2 + \frac{v'}{v} (\gamma_1' \gamma_1 + \gamma_2' \gamma_2) \right],$$

$$B_2 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}} \cdot \frac{p_0}{2} \left[\alpha_1' \alpha_1 - \alpha_2' \alpha_2 + \beta_1' \beta_1 - \beta_2' \beta_2 + \frac{v'}{v} (\gamma_1' \gamma_1 - \gamma_2' \gamma_2) \right],$$

$$B_3 = \sqrt{\frac{p_0}{\mu}} \cdot \frac{p_0}{2} \left[\alpha_1' \alpha_2 + \alpha_2' \alpha_1 + \beta_1' \beta_2 + \beta_2' \beta_1 + \frac{v'}{v} (\gamma_1' \gamma_2 + \gamma_2' \gamma_1) \right];$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{p_0}{2}} \cdot p_0 \cdot \alpha_0'' \alpha_1,\ C_2 = \sqrt{\frac{p_0}{2}} \cdot p_0 \cdot \alpha_0'' \alpha_2 .$$

Полагая

$$\left. \begin{aligned} &\Omega(\vartheta) = \Omega_0 + \Delta\Omega, \quad i(\vartheta) = i_0 + \Delta i, \quad \omega(\vartheta) = \omega_0 + \Delta\omega, \\ &\mathrm{p}(\vartheta) = \mathrm{p}_0 + \Delta p, \quad e(\vartheta) = e_0 + \Delta e, \quad \tau(\vartheta) = \tau_0 + \Delta\tau, \end{aligned} \right\} \tag{32}$$

с учетом выражений (17)÷(31) перепишем (10) в следующем виде:

$$\frac{d(\Delta\Omega)}{d\vartheta} = v(\Omega_1 + \Omega_2 \cos 2\vartheta + \Omega_3 \sin 2\vartheta), \tag{33}$$

где

$$\Omega_1 = \frac{K_0}{\sin i_0}(C_1 \sin\omega_0 + C_2 \cos\omega_0),\ \Omega_2 = \frac{K_0}{2\sin i_0}(C_1 \sin\omega_0 - C_2 \cos\omega_0),$$

$$\Omega_3 = \frac{K_0}{2\sin i_0}(C_1 \cos\omega_0 + C_2 \sin\omega_0);\quad \frac{d(\Delta i)}{d\vartheta} = v(I_0 + I_1 \cos 2\vartheta + I_2 \sin 2\vartheta), \tag{34}$$

где

$$I_0 = \frac{1}{2} K_0 (C_1 \cos\omega_0 - C_2 \sin\omega_0),\ I_1 = \frac{1}{2} K_0 (C_1 \cos\omega_0 + C_2 \sin\omega_0),$$

$$I_2 = \frac{1}{2} K_0 (C_2 \cos\omega_0 - C_1 \sin\omega_0);$$

$$\frac{d(\Delta\omega)}{d\vartheta} = v(\omega_1 + \omega_2 \cos\vartheta + \omega_3 \cos 2\vartheta + \omega_4 \cos 3\vartheta + \omega_5 \sin\vartheta + \omega_6 \sin 2\vartheta + \omega_7 \sin 3\vartheta), \tag{35}$$

где

$$\omega_1 = -\frac{K_0 \operatorname{ctg} i_0}{2}(C_1 \sin\omega_0 + C_2 \cos\omega_0),\ \omega_2 = \frac{K_0}{e_0}\left(B_3 - A_1 - \frac{1}{2}A_2\right),$$

$$\omega_3 = \frac{K_0 \operatorname{ctg} i_0}{2}(C_2 \cos\omega_0 - C_1 \sin\omega_0),\ \omega_4 = -\frac{K_0}{e_0}\left(B_0 + \frac{1}{2}A_2\right),\ \omega_5 = \frac{K_0}{e_0}\left(B_1 - B_2 - \frac{1}{2}A_3\right),$$

$$\omega_6 = -\frac{K_0 \operatorname{ctg} i_0}{2}(C_1 \cos\omega_0 + C_2 \sin\omega_0),\ \omega_7 = \frac{K_0}{e_0}\left(B_2 - \frac{1}{2}A_3\right);$$

$$\frac{d(\Delta p)}{d\vartheta} = v(p_1 + p_2 \cos 2\vartheta + p_3 \sin 2\vartheta), \tag{36}$$

где

$$p_1 = 2 p_0 K_0 B_1,\ p_2 = 2 p_0 K_0 B_2,\ p_3 = 2 p_0 K_0 B_3;$$

$$\frac{d(\Delta e)}{d\vartheta} = \nu(e_1 \sin\vartheta + e_2 \sin 3\vartheta + e_3 \cos\vartheta + e_4 \cos 3\vartheta), \tag{37}$$

где

$$e_1 = K_0\left(A_1 - \frac{1}{2}A_2 + B_3\right),\ e_2 = K_0\left(\frac{1}{2}A_2 + B_3\right),\ e_3 = K_0\left(\frac{1}{2}A_3 + 2B_1 + B_2\right),$$

$$e_4 = K_0\left(B_2 - \frac{1}{2}A_3\right);\ \frac{d(\Delta\tau)}{d\vartheta} = \nu(\tau_1 \cos\vartheta + \tau_2 \cos 3\vartheta + \tau_3 \sin\vartheta + \tau_4 \sin 3\vartheta), \tag{38}$$

где

$$\tau_1 = \tau_{00}\left(B_3 - A_1 - \frac{1}{2}A_2\right),\ \tau_{00} = \frac{p_0\sqrt{p_0 K_0}}{e\sqrt{\mu}},\ \tau_2 = -\tau_{00}\left(\frac{1}{2}A_2 - B_3\right),$$

$$\tau_3 = \tau_{00}\left(2B_1 - B_2 - \frac{1}{2}A_3\right),\ \tau_4 = \tau_{00}\left(B_2 - \frac{1}{2}A_3\right).$$

Проинтегрируем (33)÷(38) от нуля до верхних переменных пределов и учтем (32), тогда найдем оскулирующие кеплеровские элементы спутника в первом приближении:

$$\Omega = \Omega_0 + \nu\left(\Omega_1\vartheta + \frac{1}{2}\Omega_2 \sin 2\vartheta - \frac{1}{2}\Omega_3 \cos 2\vartheta\right) + \nu\left(\frac{1}{2}\Omega_3\right), \tag{39}$$

$$i = i_0 + \nu\left(I_0\vartheta + \frac{1}{2}I_1 \sin 2\vartheta - \frac{1}{2}I_2 \cos 2\vartheta\right) + \nu\left(\frac{1}{2}I_2\right), \tag{40}$$

$$\omega = \omega_0 + \nu\left(\omega_1\vartheta + \omega_2 \sin\vartheta + \frac{1}{2}\omega_3 \sin 2\vartheta + \frac{1}{3}\omega_4 \sin 3\vartheta - \omega_5 \cos\vartheta - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\omega_6 \cos 2\vartheta - \frac{1}{3}\omega_7 \cos 3\vartheta\right) + \nu\left(\omega_5 + \frac{1}{2}\omega_6 + \frac{1}{3}\omega_7\right), \tag{41}$$

$$p = p_0 + \nu\left(p_1\vartheta + \frac{1}{2}p_2 \sin 2\vartheta - \frac{1}{2}p_3 \cos 2\vartheta\right) + \nu\left(\frac{1}{2}p_3\right), \tag{42}$$

$$e = e_0 + \nu\left(-e_1 \cos\vartheta - \frac{1}{3}e_2 \cos 3\vartheta + e_3 \sin\vartheta + \frac{1}{3}e_4 \sin 3\vartheta\right) + \nu\left(e_1 + \frac{1}{3}e_2\right), \tag{43}$$

$$\tau = \tau_0 + \nu\left(\tau_1 \sin\vartheta + \frac{1}{3}\tau_2 \sin 3\vartheta - \tau_3 \cos\vartheta - \frac{1}{3}\tau_4 \cos 3\vartheta\right) + \nu\left(\tau_3 + \frac{1}{3}\tau_4\right). \tag{44}$$

Подставив (39)÷(44) в (5), можно получить в первом приближении решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (2) в декартовых прямоугольных координатах.

Анализируя кеплеровские оскулирующие элементы (39)÷(44), можно утверждать, что линейные возмущения νx, νy, $\nu' z$ приводят к появлению в переменных $x, y, z, \Omega, i, \omega, p$ вековых членов, следовательно:

1) линия восходящего узла *ON* вращается относительно оси *Oz*, и перемещается против хода стрелки часов в плоскости *Oxy*;

2) фокальная ось Оξ вращается относительно оси Оζ, перицентр эллипса перемещается совместно с Оζ;

3) время прохождения через перицентр колеблется с незначительной амплитудой в окрестности величины τ_0;

4) эксцентриситет орбиты также совершает колебания с малой амплитудой в окрестности начального значения e_0 и будет меньше предела Лапласа;

5) в силу малости ν в целом возмущенная орбита будет мало отличаться от невозмущенной;

6) параметр орбиты является линейной функцией времени, размер орбиты изменяется и возмущенная орбита в отличие от невозмущенной будет незамкнутой.

Таким образом, выражения (39)÷(44) дают решение второй задачи Хилла для эллиптического типа движения спутника при любом наклоне орбиты, т.е. поставленная цель достигнута.

ЛИТЕРАТУРА

1 Шинибаев М.Д. Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения. – Алматы: РИО ВАК РК, 2001. – 128 с.

2 Шинибаев М.Д., Таскулова А.М., Нурсеитов К.С. Определение кеплеровских элементов второй задачи Хилла // Известия НАН РК. – 2008. – № 4. – С. 44-46.

3 Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. – М.: Наука, 1968. – 799 с.

REFERENCES

1. *Shinibaev M.D.* Postupatelnoe dvizhenie passivno gravitiruyzego tela v centralnom i necentralnom pole tyagotenia.- Almaty: RIO VAK RK, 2001, 128 s.

2. *ShinibaevM.D., TaskulovaA.M., Nurseitov K.S.* Opredelenie keplerovskih elementov vtoroi zadachi Hilla// Izvestia NAN RK. 2008. № 4. S. 44-46.

3. *Duboshin G.N.* Nebesnaya mehanika: Osnovnye zadachi i metody. M.: Nauka, 1968, 799 s.

М. Д. Шыныбаев, А. А. Беков, С. К. Досыбеков,
А. М. Тасқұлова, К. С. Нұрсейітов, К. С. Астемесова

ХИЛЛДЫҢ ЕКІНШІ ЕСЕБІНДЕГІ КЕПЛЕРДІҢ ОСКУЛЯЦИЯЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕР ӘДІСІ

Хиллдың екінші есебін Кеплердің оскуляциялық элементтер әдісімен шешу жолы ұсынылған.

M. D. Shinibaev, A. A. Bekov, S. K. Dosibekov,
A. M. Taskulova, K. S. Nurseitov, K. S. Astemesova

THE METHOD OF KEPLERIAN OSQULATING ELEMENTS IN THE SECOND PROBLEM THE HILL

The method of solving the second Hill’s problem in Kepler’s osqulating elements is considered.