

УДК 550.388.2

В.М. СОМСИКОВ

## МЕХАНИКА ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

Предлагается подход к описанию природных систем в рамках аналитической механики. Подход основан на возможности представления неравновесной системы совокупностью взаимодействующих равновесных подсистем. Получено обобщенное уравнение Ньютона. На его основе выводятся уравнения Лагранжа, Гамильтона и Лиувилля. Предложено определение энтропии в рамках классической механике. Предлагается путь обоснования термодинамики.

**ВВЕДЕНИЕ.** Все природные системы открыты и неравновесны. Их открытость определяется характером энергетической взаимосвязи с внешним миром, а уровень неравновесности определяется величиной отклонения энтропии системы от ее максимального значения в равновесном состоянии. Если открытость и неравновесность систем малы, либо не влияют на изучаемое явление, они описываются в рамках законов классической механики. Но если изучаются механизмы возникновения структур, переходные и нелинейные явления, то есть все те явления, которые связаны с диссипативностью и открытостью систем, возникают трудности. Они свидетельствуют об ограничениях физических теорий неравновесных систем. Наиболее ярким примером таких трудностей является проблема необратимости. Начиная с Больцмана, и по сей день интерес к ней не уменьшается [1-4].

Как правило, существующие объяснения необратимости в своей основе используют свойство перемешивания гамильтоновых систем. Если постулировать усреднение фазового пространства по физически малому объему, то это свойство приводит к необратимости. Но природа такого усреднения необъяснима в рамках классической механики [2, 3].

С целью изучения проблемы необратимости, нами сначала исследовались системы жестких дисков [5, 6]. Было установлено, что если система дисков представляет собой две взаимодействующих равновесных подсистемы (РПС), то работа коллективных сил между РПС, зависящих от скоростей дисков, приводит ее к равновесию. Эти силы, определяемые скоростями дисков относительно центров масс

РПС, преобразуют кинетическую энергию движения РПС в их внутреннюю энергию [6].

Для обобщения результатов исследований дисков, необходим анализ систем потенциально взаимодействующих элементов. Здесь, как и с дисками, объяснение необратимости можно искать, опираясь на представление модели неравновесной системы в виде совокупности взаимодействующих РПС. Правомерность использования такой модели известна из кинетики [7]. Используя ансамбли РПС, Гиббс заложил основы статистической физики. Но метод Гиббса применим для равновесных систем при отсутствии обмена энергиями между РПС, а в неравновесных системах именно обмен энергией между РПС отвечает за установление равновесия. Тем не менее, разбиение неравновесной системы на равновесные РПС позволяет изучать их динамику, если опираться на уравнение взаимодействия систем (УВС) [8]. Поэтому в основу предлагаемого ниже подхода положена модель системы из равновесных структурных частиц, динамика которых описывается УВС [8]. В нем принятые следующие ограничения: 1). Энергия РПС должна быть представлена суммой внутренней энергии и энергии движения РПС как целого; 2). Каждый элемент системы должен быть закреплен за соответствующей РПС вне зависимости от его перемещения в пространстве; 3). В течение всего процесса подсистемы считаются равновесными.

Первое условие необходимо для введения в описание динамики систем внутренней энергии, в качестве параметра, характеризующего потоки энергии между РПС. Второе условие позволяет избежать проблемы переопределения РПС из-за перемешивания частиц. Последнее условие из-

вестно из термодинамики. Оно снимает проблемы, связанные с описанием системы при условии нарушения равновесности РПС.

Ниже предложим объяснение, почему использование модели неравновесной системы в виде совокупности РПС позволяет расширить формализм классической механики и как это делается. Поясним вывод УВС. Найдем выражение для диссипативной силы, определяющей изменение внутренней энергии РПС. Покажем, как с помощью УВС получить уравнения Лагранжа, Гамильтона и Лиувилля для РПС. Для классической механики предложим определение энтропии. Покажем, как в предлагаемом подходе возникает связь классической механики с термодинамикой.

Поставленная задача затрагивает острые проблемы физики (нарушение симметрии, эргодичность, хаос и т.п.). Даже их простое перечисление потребует большого объема текста. Поэтому попробуем сделать упор на прозрачность используемых идей, простоту математических выкладок, выполненных исключительно в рамках классической механики.

**ОБОСНОВАНИЕ ПОДХОДА.** Классическая механика строится в рамках определенных принципов и ограничений. Так, в ней используется абстрактное понятие о материальной точке, обладающей весом, и закон сохранения энергии. Этого достаточно, чтобы получить уравнения, описывающие динамику элементарных частиц на базе единственного постулата: «*работа сил реакции всегда равна нулю на любом виртуальном перемещении элементарных частиц, не нарушающем заданных кинематических связей*» [9]. Используя этот постулат и условие консервативности (моногенности) активных сил, получают канонические уравнения, представляющие основу классической механики [9–12]. Эти уравнения описывают динамику системы частиц вблизи равновесных состояний. Но все попытки с их помощью описать динамику неравновесных систем сталкиваются с серьезными трудностями. Их анализ приводит к предположению о существовании в классической механики ограничений, которые по тем или иным причинам неприемлемы для описания эволюции неравновесных систем. Наша задача – определить эти ограничения и найти такой путь построения расширенной теории, который их исключает.

Неравновесные системы характеризуются наличием диссипативных структур. Они создаются и поддерживаются потоками энергии, вещества, энтропии создаваемыми внешними воздействиями. Динамика системы определяется пространственно-временным распределением этих потоков, имеющих свои значения в каждой ее физической точке (здесь понятие физической точки соответствует определению, данному Климонтовичем [17]).

Описать внутреннюю динамику неравновесных систем с помощью формализма Гамильтона не удается. Одна из главных причин связана с тем, что формализм Гамильтона получен из дифференциального принципа Даламбера при условии консервативности коллективных сил. Требование консервативности сил автоматически исключает возможность описания диссипативных процессов, а, значит, описание эволюции. Но выполнение условия консервативности сил доказано только для равновесных систем и в приближении теории возмущения. Во всех других случаях, включая неравновесные системы, доказательства консервативности коллективных сил внутри систем нет [9–12]. Поэтому нужен такой подход к анализу неравновесных систем, который бы позволял описывать внутренние диссипативные процессы в неравновесной системе без использования канонического формализма Гамильтона.

В кинетике для определения состояния неравновесной системы, в каждой физической точке нужно знать энергию движения массы, так и ее внутреннюю энергию [13]. Эти типы энергии определяют основные канала преобразования потоков энергии между различными областями неравновесной системы. Их природа различна. Первый – обусловлен коллективным движением точки. Внутренняя энергия обусловлена хаотическим движением частиц. В равновесном случае движение центра масс ( $\text{ЦМ}$ ) точки исчезает, и функция распределения всей системы определяется ее полной энергией [13, 17]. Отсюда предположим, что уравнение, описывающее динамику неравновесной системы, должно включать в себя два параметра: энергию движения физической точки и внутреннюю энергию.

Необходимость разделения энергии системы на два типа: энергию  $\text{ЦМ}$  и внутреннюю

энергию, следует и из анализа задачи двух тел. В лабораторной системе координат ее решить не удается из-за нелинейности, возникающей в результате влияния движения одного тела на другое. Но она решается путем перехода в систему цм, где переменные разделяются. Переход в цм эквивалентен представлению энергии в виде двух слагаемых: энергии движения системы и ее внутренней энергии. Не сложно убедиться, что задачу двух тел можно решить дифференцированием по времени энергии, записанной в виде суммы энергии движения системы и внутренней энергии.

Ввести в описание системы два типа энергии можно, если ее представить совокупностью РПС. Динамика такой системы будет описываться уравнением взаимодействия РПС. Его можно получить с помощью закона сохранения энергии. Это делается так. Приготавливаем неравновесную систему, состоящую из потенциально взаимодействующих материальных точек. Для простоты возьмем систему из двух разнесенных в пространстве РПС. Записываем энергию системы в переменных, в которых она распадается на энергию движения РПС, их внутренние энергии и энергию взаимодействия РПС. Тогда производная по времени от энергии при условии ее сохранения даст нам УВС. Оно связывает микропотоки энергии, обусловленные парными взаимодействиями частиц с макропотоками энергии между РПС. При таком описании не требуются условия на характер коллективных сил внутри неравновесной системы, так как эти силы определяются самими УВС. Условие неделимости элементов системы снимается использованием модели системы из РПС.

Ниже поясним вывод уравнений динамики систем.

**УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РПС.** Поясним вывод уравнения движения одной системы. Пусть она состоит из  $N$  потенциально взаимодействующих частиц с массами равными единице. Силы между парами частиц центральные и потенциальные. Энергия системы равна сумме кинетических энергий элементов

$$T_N = \sum_{i=1}^N mv_i^2 / 2, \text{ их потенциальной энергии в}$$

поле внешних сил -  $U_N^{env}$  и потенциальной энер-

гии их взаимодействия  $U_N(r_{ij}) =$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N U_{ij}(r_{ij}), \text{ где } r_{ij} = r_i - r_j. \text{ Т.е.,}$$

$E = E_N + U^{env} = T_N + U_N + U^{env} = const$ . Перейдем к переменным, в которых энергия системы разбивается на энергию движения цм и внутреннюю энергию. Дифференцированием энергии по времени, получим [14]:

$$V_N M_N \dot{V}_N + \dot{E}_N^{ins} = -V_N F^{env} - \Phi^{env}, \quad (1)$$

$$\text{где } F^{env} = \sum_{i=1}^N F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i),$$

$$\dot{E}_N^{ins} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i (m\dot{\tilde{v}}_i + F(\tilde{r}_i)_i),$$

$$\Phi^{env} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i).$$

Уравнение (1) -уравнение баланса энергии системы во внешнем поле. В левой части первый член определяет изменение кинетической энергии системы -  $T_N^{tr}$ . Второй член определяет изменение внутренней энергии системы -  $E_N^{ins}$ . Правая часть определяет работу сил, изменяющую  $U_N^{env}$ . Первый член связан с изменением  $T_N^{tr}$ . Второй член определяет работу сил, изменяющую  $E_N^{ins}$ . Т.е. работа внешних сил изменяет, как  $T_N^{tr}$ , так и  $E_N^{ins}$ .

Из уравнения Ньютона следует, что динамика отдельной частицы определяется трансформацией кинетической энергии в потенциальную энергию. Очевидно, что если не разделять энергию частицы на два типа: потенциальную и кинетическую, то нельзя найти ее траекторию.

Согласно (1), работа внешних сил идет как на изменение  $T_N^{tr}$ , так и на изменение  $E_N^{ins}$ . Т.е. внешняя сила распадается на две части. Первая сила потенциальная. Она меняет импульс цм. Вторая сила изменяет  $E_N^{ins}$ , не меняя импульса системы. Она непотенциальная и связана с хаотическим движением частиц во внешнем поле. Следовательно, если не разделять энергию системы на три типа: кинетическую энергию движения цм, внутреннюю энергию и

потенциальную энергию во внешнем поле, то нельзя описать динамику системы.

Из уравнения (1) находим уравнение движения системы. Оно имеет вид:

$$M_N \dot{V}_N = -F^{env} - \alpha_N V_N, \quad (2)$$

где  $\alpha_N = (\Phi^{env} + E_N^{ins}) / V_N^2$  - коэффициент, определяемый изменением внутренней энергии. Назовем (2) обобщенным уравнением Ньютона (ОУН). Оно переходит в уравнение Ньютона, если нет относительного движения элементов.

Уравнения (1, 2) можно получить иначе, непосредственно из уравнений Ньютона. Для этого надо умножить уравнение Ньютона для каждой частицы системы на соответствующую скорость, а затем сложить полученные уравнения для всех частиц (если бы мы просто сложили уравнения Ньютона, то внутренние силы во втором члене уравнения (2) были бы потеряны [15]). Это подтверждает правильность получения уравнения (2).

Итак, динамика системы во внешнем поле определяется энергией движения и внутренней энергией. Каждой из них соответствует своя сила. Изменение энергии движение обусловлено потенциальной составляющей силы, а изменение внутренней энергии – непотенциальной частью.

Из (1, 2) найдем уравнение взаимодействующих РПС, заменив внешние силы силами между РПС. Поясним его вывод для двух  $L$  и  $K$  РПС.

Дифференцируем их энергию по времени. Чтобы найти уравнение для  $L$ -РПС, слева в полученном выражении оставляем только члены, определяющие изменение кинетической и потенциальной энергии взаимодействия между собой элементов  $L$ -РПС. Все остальные члены переносим в правую часть и группируем их так, чтобы они включали члены с идентичными скоростями. Согласно УН, группы членов, содержащие скорости частиц  $K$ -РПС равны нулю. Поэтому в правой части остаются только члены, определяющие взаимодействие –  $L$ -РПС с  $K$ -РПС. В результате получим УВС для  $L$ -РПС. Аналогично получим уравнение для  $K$ -РПС. Выполнив замену:  $v_i = \tilde{v}_i + V$  и воспользовавшись равенством (a), окончательно

получим [8, 14]:

$$V_L M_L \dot{\vec{V}}_L + \dot{E}_L^{ins} = -\Phi_L - V_L \Psi \quad (3)$$

$$V_K M_K \dot{\vec{V}}_K + \dot{E}_K^{ins} = \Phi_K + V_K \Psi \quad (4)$$

$$\Psi = \sum_{i_L=1}^L F_{i_L}^K, \quad \Phi_L = \sum_{i_L=1}^L \tilde{v}_{i_L} F_{i_L}^K,$$

$$\Phi_K = \sum_{i_K=1}^K \tilde{v}_{j_K} F_{j_K}^L, \quad F_{i_L}^K = \sum_{j_K=1}^K F_{i_L j_K},$$

$$F_{j_K}^L = \sum_{i_L=1}^L F_{i_L j_K},$$

$$\dot{E}_L^{ins} = \sum_{i_L=1}^{L-1} \sum_{j_L=i_L+1}^L v_{i_L j_L} [m \dot{v}_{i_L j_L} / L + F_{i_L j_L}],$$

$$\dot{E}_K^{ins} = \sum_{i_K=1}^{K-1} \sum_{j_K=i_K+1}^K v_{i_K j_K} [m \dot{v}_{i_K j_K} / K + F_{i_K j_K}].$$

Уравнения (3, 4) – это УВС, описывающие обмен энергией между РПС. Независимыми переменными УВС являются макропараметры – координаты и скорости движения РПС, а также микропараметры – относительные координаты и скорости элементов РПС. Т.о., УВС связывает между собой два типа описания: на макроуровне и на микроуровне.

Сила  $\Psi$  определяет движение  $\text{цм}$  РПС. Она потенциальна и является суммой сил, действующих на элементы соответствующей РПС со стороны другой РПС. Сила, определяемая членами  $\Phi_L$  и  $\Phi_K$ , выполняет работу по переходу энергии взаимодействия РПС во внутреннюю энергию. Она непотенциальна, так как зависит от скоростей элементов относительно  $\text{цм}$  РПС.

Из УВС не сложно получить уравнения движения РПС [14]:

$$M_L \dot{\vec{V}}_L = -\vec{\Psi} - \alpha_L \vec{V}_L \quad (5)$$

$$M_K \dot{\vec{V}}_K = \vec{\Psi} + \alpha_K \vec{V}_K \quad (6),$$

где  $\alpha_L = (\dot{E}_L^{ins} + \Phi_L) / V_L^2$ ;

$$\alpha_K = (\Phi_K - \dot{E}_K^{ins}) / V_K^2.$$

Уравнения (5, 6) это ОУН для двух РПС. Вторые члены в правых частях уравнений определяют силы, изменяющие внутренние энергии РПС. Эти силы эквивалентны силе трения. Их работа складывается из работ сил одной РПС при их хаотическом движении в поле сил другой РПС. Коэффициенты,  $\alpha_L, \alpha_K$  определяют эффективность преобразования энергии

взаимодействия РПС во внутреннюю энергию. Это коэффициенты трения.

Состояние неравновесной системы, состоящей из РПС, по аналогии с состоянием системы из элементарных частиц, можно определять в фазовом пространстве  $6R - 1$  измерений, где  $R$  - количество РПС. Положение каждой РПС задается тремя координатами и импульсами. Назовем это пространство  $S$ -пространством.  $S$ -пространство, в отличии от обычного фазового пространства, не сохраняется. Это связано с тем, что оно определяется энергией относительного движения РПС без учета внутренней энергии. Если изменение внутренней энергии мало, ОУН переходит в уравнение Ньютона. Это возможно, например, когда расстояния между РПС велики [14,16].

**УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА, ГАМИЛЬТОНА И ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ РПС.** Динамика совокупности РПС, определяется уравнениями Лагранжа, Гамильтона и Лиувилля, вытекающими из ОУН. Прежде, чем пояснить вывод этих уравнений, напомним, что принцип Гамильтона для системы элементарных частиц выводится из дифференциального принципа Даламбера с помощью уравнения Ньютона [9]. Для этого приравнивается нулю интеграл по времени от виртуальной работы  $\delta w^e$ , производимой эффективными силами. Интегрирование по времени выполняется при условии, что внешние силы обладают силовой функцией. Это означает, что принцип Гамильтона справедлив только для случаев, когда  $\sum F_i \delta R_i = -\delta V$ , где  $i$  - номера частиц, а  $F_i$  - сила, действующая на частицу. Но для РПС мы не имеем права требовать выполнения условия консервативности сил взаимодействия из-за той части силы, которая изменяет ее внутреннюю энергию. Поэтому вывод принципа Гамильтона для РПС следует выполнять, опираясь на УВС. Этот вывод приведен в [6, 7].

Уравнение Лиувилля для РПС имеет вид [6]:

$$df/dt = -f\partial F / \partial V \quad (7)$$

Здесь  $f$  - функция распределения РПС,  $F$  - непотенциальная часть сил, действующих на РПС. Они могут быть найдены с помощью формул (5, 6).

Правая часть уравнения (7) обусловлена непотенциальными силами. Она не равна нулю, так как силы между РПС, трансформирующие энергию их относительного движения в их внутреннюю энергию, зависят от скоростей элементов. Т.е.  $S$ -пространство сжимается, а относительные скорости РПС стремятся к нулю. Система стремится к равновесию. Невозможность возврата внутренней энергии РПС в ее энергию движения объясняется невозможностью изменения импульса РПС за счет движения ее элементов [10].

**УВС И ТЕРМОДИНАМИКА.** Рассмотрим, как УВС позволяет связать механику и термодинамику. Согласно основному уравнению термодинамики, работа внешних сил над системой распадается на две части. Первая связана с обратимой работой. Ей можно поставить в соответствие изменение энергии движения системы, как целого. Другая часть энергии уходит на нагрев. Она связана с внутренними степенями свободы системы. Этой части энергии соответствует внутренняя энергия РПС.

Поясним, как с помощью УВС термодинамику связать с механикой [14]. Пусть имеется неподвижная неравновесная система, состоящая из « $R$ » РПС. Каждая из РПС состоит из достаточно большого количества элементов  $N_n \gg 1$ , где  $n = 1, 2, 3 \dots R$ ,  $N = \sum_{n=1}^R N_n$ . Пусть над системой совершается работа  $dE$ . В термодинамике энергию  $E$  принято называть внутренней (в нашем случае она равна сумме внутренних энергий РПС). Согласно термодинамике:  $dE = dQ - PdY$ :  $Q$  - тепловая энергия,  $P$  - давление,  $Y$  - объем. УВС также является дифференциалом двух типов энергии. Т.е. величина  $dE$  перераспределяется внутри системы так, что одна ее часть идет на изменение энергии относительного движения РПС, а другая изменяет внутреннюю энергию РПС.

Понятие энтропии возникает в связи с тем, что преобразование  $E^{ins}$  в  $E^{tr}$  запрещено законом сохранения импульса РПС [10]. Действительно, импульс РПС не зависит ни от сил, изменяющих  $E^{ins}$ , ни от внутренних сил. Поэтому работа по замкнутому контуру для РПС

отлична от нуля. Отсюда появляется возможность ввести понятие энтропии, как величины, характеризующей увеличение внутренней энергии РПС за счет энергии их движения. Тогда прирост энтропии неравновесной системы можно определить так [8, 14]:

$$\Delta S = \sum_{L=1}^R \left\{ N_L \sum_{k=1}^{N_L} \left[ \int \sum_s F_{ks}^L v_k dt \right] / E_L \right\} \quad (8)$$

$E_L$  - внутренняя энергия РПС;  $N_L$  - число элементов в  $L$ -РПС;  $L = 1, 2, 3 \dots R$  - количество РПС;  $s$  - внешние элементы, взаимодействующие с  $k$ -м элементом;  $F_{ks}^L$  - сила, действующая на  $k$ -й элемент РПС со стороны  $s$ -го элемента;  $v_k$  - скорость  $k$ -го элемента.

Найдем выражение для производства энтропии  $\sigma_{prod}$ . Из условия  $\Delta S = \Delta Q / kT$  имеем:  $dS/dt = [dE^{ins}/dt]/(E^{ins})$ . Выразим эту формулу через работу сил взаимодействия РПС. Пусть  $E_0$  - полная энергия системы,  $E_{L0}^{tr}$  - начальная энергия относительного движения  $L$ -РПС. Согласно (3, 4), скорость прироста  $\dot{E}^{ins}$  равна:  $\zeta = \sum_{L=1}^R \Phi_L$ . Для внутренней энергии всех РПС имеем:  $E^{ins} = E_0 - \sum_{L=1}^R E_L^{tr}$ , где  $\sum_{L=1}^R E_L^{tr}$  - суммарное значение энергии относительного движения РПС. Но  $\sum_{L=1}^R E_L^{tr} = \zeta_0 - \int_0^t \zeta dt$ , где  $\zeta_0 = \sum_{L=1}^R E_{L0}^{tr}$ .

Отсюда:

$$\sigma_{prod} = D / (1 - D_0 + \int_0^t D dt), \quad \text{где} \quad D = \zeta / E_0,$$

$$D_0 = \zeta_0 / E_0.$$

Для поддержания неравновесной системы в стационарном состоянии необходима компенсация убыли энергии  $E^{tr}$ . Это возможно за счет притока энергии в систему. Условие стационарности системы определяется формулой:

$$|\sigma_{prod}| = |\sigma_-| - |\sigma_+|, \quad \text{где} \quad \sigma_- \text{ - поток уходящей эн-}$$

тропии,  $\sigma_+$  - поток приходящей энтропии,  $\sigma_{prod}$  - производство энтропии в системе.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Представлением неравновесной системы совокупностью РПС, мы сводим задачу об описании динамики ее элементов к описанию потоков энергии между РПС. Эти потоки определяются работой как потенциальных, так и непотенциальных сил. Они эквивалентны потокам между различными областями системы. Потоки перераспределяют энергию взаимодействия РПС между двумя типами энергии: энергии движения РПС и ее внутренней энергии. В соответствии с этими типами энергии, силы между РПС распадаются на две части. Их потенциальная часть меняет энергию движения РПС. Непотенциальные - меняют внутреннюю энергию.

Динамика РПС определяется УВС. Оно выводится из закона сохранения энергии. С помощью УВС получаем обобщенные уравнения Гамильтона и Лиувилля в S-пространстве. S-пространство сжимаемо, что связано с преобразованием энергии движения РПС в их внутреннюю энергию. Такое преобразование необратимо из-за непотенциальности соответствующих сил.

Можно предложить следующее объяснение необратимости: энергия относительного движения РПС в результате работы непотенциальной части силы между ними трансформируется в их внутреннюю энергию. Когда энергия относительного движения РПС исчезает, система приходит к равновесию.

Обобщенное уравнение Ньютона согласуется с феноменологическим уравнением движения, включающим силу трения и с основным уравнением термодинамики. Первый закон термодинамики следует из того, что работа внешних сил изменяет как энергию движения РПС, так и их внутреннюю энергию. Второй закон следует из условия трансформации энергии относительного движения РПС в их внутреннюю энергию.

Таким образом, для расширения механики Ньютона на открытые неравновесные системы нужно отказаться от ограничивающих условий неделимости взаимодействующих частиц и от требования потенциальности коллективных сил взаимодействия систем. Это достигается путем

взаимодействия РПС во внутреннюю энергию. Это коэффициенты трения.

Состояние неравновесной системы, состоящей из РПС, по аналогии с состоянием системы из элементарных частиц, можно определять в фазовом пространстве  $6R - 1$  измерений, где  $R$  - количество РПС. Положение каждой РПС задается тремя координатами и импульсами. Назовем это пространство  $S$ -пространством.  $S$ -пространство, в отличии от обычного фазового пространства, не сохраняется. Это связано с тем, что оно определяется энергией относительного движения РПС без учета внутренней энергии. Если изменение внутренней энергии мало, ОУН переходит в уравнение Ньютона. Это возможно, например, когда расстояния между РПС велики [14,16].

**УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА, ГАМИЛЬТОНА И ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ РПС.** Динамика совокупности РПС, определяется уравнениями Лагранжа, Гамильтона и Лиувилля, вытекающими из ОУН. Прежде, чем пояснить вывод этих уравнений, напомним, что принцип Гамильтона для системы элементарных частиц выводится из дифференциального принципа Даламбера с помощью уравнения Ньютона [9]. Для этого приравнивается нулю интеграл по времени от виртуальной работы  $\delta w^e$ , производимой эффективными силами. Интегрирование по времени выполняется при условии, что внешние силы обладают силовой функцией. Это означает, что принцип Гамильтона справедлив только для случаев, когда  $\sum F_i \delta R_i = -\delta V$ , где  $i$  - номера частиц, а  $F_i$  - сила, действующая на частицу. Но для РПС мы не имеем права требовать выполнения условия консервативности сил взаимодействия из-за той части силы, которая изменяет ее внутреннюю энергию. Поэтому вывод принципа Гамильтона для РПС следует выполнять, опираясь на УВС. Этот вывод приведен в [6, 7].

Уравнение Лиувилля для РПС имеет вид [6]:

$$df/dt = -f\partial F / \partial V \quad (7)$$

Здесь  $f$  - функция распределения РПС,  $F$  - непотенциальная часть сил, действующих на РПС. Они могут быть найдены с помощью формул (5, 6).

Правая часть уравнения (7) обусловлена непотенциальными силами. Она не равна нулю, так как силы между РПС, трансформирующие энергию их относительного движения в их внутреннюю энергию, зависят от скоростей элементов. Т.е.  $S$ -пространство сжимается, а относительные скорости РПС стремятся к нулю. Система стремится к равновесию. Невозможность возврата внутренней энергии РПС в ее энергию движения объясняется невозможностью изменения импульса РПС за счет движения ее элементов [10].

**УВС И ТЕРМОДИНАМИКА.** Рассмотрим, как УВС позволяет связать механику и термодинамику. Согласно основному уравнению термодинамики, работа внешних сил над системой распадается на две части. Первая связана с обратимой работой. Ей можно поставить в соответствие изменение энергии движения системы, как целого. Другая часть энергии уходит на нагрев. Она связана с внутренними степенями свободы системы. Этой части энергии соответствует внутренняя энергия РПС.

Поясним, как с помощью УВС термодинамику связать с механикой [14]. Пусть имеется неподвижная неравновесная система, состоящая из « $R$ » РПС. Каждая из РПС состоит из достаточно большого количества элементов  $N_n \gg 1$ , где  $n = 1, 2, 3 \dots R$ ,  $N = \sum_{n=1}^R N_n$ . Пусть над системой совершается работа  $dE$ . В термодинамике энергию  $E$  принято называть внутренней (в нашем случае она равна сумме внутренних энергий РПС). Согласно термодинамике:  $dE = dQ - PdY$ :  $Q$  - тепловая энергия,  $P$  - давление,  $Y$  - объем. УВС также является дифференциалом двух типов энергии. Т.е. величина  $dE$  перераспределяется внутри системы так, что одна ее часть идет на изменение энергии относительного движения РПС, а другая изменяет внутреннюю энергию РПС.

Понятие энтропии возникает в связи с тем, что преобразование  $E^{ins}$  в  $E^{tr}$  запрещено законом сохранения импульса РПС [10]. Действительно, импульс РПС не зависит ни от сил, изменяющих  $E^{ins}$ , ни от внутренних сил. Поэтому работа по замкнутому контуру для РПС

отлична от нуля. Отсюда появляется возможность ввести понятие энтропии, как величины, характеризующей увеличение внутренней энергии РПС за счет энергии их движения. Тогда прирост энтропии неравновесной системы можно определить так [8, 14]:

$$\Delta S = \sum_{L=1}^R \left\{ N_L \sum_{k=1}^{N_L} \left[ \int \sum_s F_{ks}^L v_k dt \right] / E_L \right\} \quad (8)$$

$E_L$  - внутренняя энергия РПС;  $N_L$  - число элементов в  $L$ -РПС;  $L = 1, 2, 3 \dots R$  - количество РПС;  $s$  - внешние элементы, взаимодействующие с  $k$ -м элементом;  $F_{ks}^L$  - сила, действующая на  $k$ -й элемент РПС со стороны  $s$ -го элемента;  $v_k$  - скорость  $k$ -го элемента.

Найдем выражение для производства энтропии  $\sigma_{prod}$ . Из условия  $\Delta S = \Delta Q / kT$  имеем:  $dS/dt = [dE^{ins}/dt]/(E^{ins})$ . Выразим эту формулу через работу сил взаимодействия РПС. Пусть  $E_0$  - полная энергия системы,  $E_{L0}^{tr}$  - начальная энергия относительного движения  $L$ -РПС. Согласно (3, 4), скорость прироста  $\dot{E}^{ins}$  равна:  $\zeta = \sum_{L=1}^R \Phi_L$ . Для внутренней энергии всех РПС имеем:

$E^{ins} = E_0 - \sum_{L=1}^R E_L^{tr}$ , где  $\sum_{L=1}^R E_L^{tr}$  - суммарное значение энергии относительного движения РПС. Но  $\sum_{L=1}^R E_L^{tr} = \zeta_0 - \int_0^t \zeta dt$ , где

$$\zeta_0 = \sum_{L=1}^R E_{L0}^{tr}.$$

Отсюда:

$$\sigma_{prod} = D / (1 - D_0 + \int_0^t D dt), \quad \text{где} \quad D = \zeta / E_0,$$

$$D_0 = \zeta_0 / E_0.$$

Для поддержания неравновесной системы в стационарном состоянии необходима компенсация убыли энергии  $E^{tr}$ . Это возможно за счет притока энергии в систему. Условие стационарности системы определяется формулой:

$$|\sigma_{prod}| = |\sigma_-| - |\sigma|_+, \quad \text{где} \quad \sigma_- \text{ - поток уходящей эн-}$$

тропии,  $\sigma_+$  - поток приходящей энтропии,  $\sigma_{prod}$  - производство энтропии в системе.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Представлением неравновесной системы совокупностью РПС, мы сводим задачу об описании динамики ее элементов к описанию потоков энергии между РПС. Эти потоки определяются работой как потенциальных, так и непотенциальных сил. Они эквивалентны потокам между различными областями системы. Потоки перераспределяют энергию взаимодействия РПС между двумя типами энергии: энергии движения РПС и ее внутренней энергии. В соответствии с этими типами энергии, силы между РПС распадаются на две части. Их потенциальная часть меняет энергию движения РПС. Непотенциальные - меняют внутреннюю энергию.

Динамика РПС определяется УВС. Оно выводится из закона сохранения энергии. С помощью УВС получаем обобщенные уравнения Гамильтона и Лиувилля в S-пространстве. S-пространство сжимаемо, что связано с преобразованием энергии движения РПС в их внутреннюю энергию. Такое преобразование необратимо из-за непотенциальности соответствующих сил.

Можно предложить следующее объяснение необратимости: энергия относительного движения РПС в результате работы непотенциальной части силы между ними трансформируется в их внутреннюю энергию. Когда энергия относительного движения РПС исчезает, система приходит к равновесию.

Обобщенное уравнение Ньютона согласуется с феноменологическим уравнением движения, включающим силу трения и с основным уравнением термодинамики. Первый закон термодинамики следует из того, что работа внешних сил изменяет как энергию движения РПС, так и их внутреннюю энергию. Второй закон следует из условия трансформации энергии относительного движения РПС в их внутреннюю энергию.

Таким образом, для расширения механики Ньютона на открытые неравновесные системы нужно отказаться от ограничивающих условий неделимости взаимодействующих частиц и от требования потенциальности коллективных сил взаимодействия систем. Это достигается путем

замены модели материальных точек на модель системы взаимодействующих РПС. Тем самым учитываются потоки энергии в системе, обусловленные как потенциальными, так и непотенциальными силами, чего не удается сделать на основе модели системы, состоящей из материальных точек.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Cohen E.G. Boltzmann and statistical mechanics, Dynamics: Models and Kinetic Methods for Non-equilibrium M-B systems. NATO Sci. Series E: Applied Sciences. 371, 1998, p. 223-246.
2. Prigogine I. From the being to becoming. M. 1980.
3. Zaslavsky G.M. Stochastically dynamics of systems. M. 1984.
4. Ulenbeck G. E., Ford, G.W. Lectures on statistical mechanics. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island. 1963.
5. Somsikov V.M. Non-recurrence problems in evolution of a hard-disk system// Int. Jour. Bifurc. And Chaos. 11, 2001, p.2863-2866.
6. Somsikov V.M. Some approach to the Analysis of the Open Nonequilibrium systems// AIP. 20, 2002, p.149-156.
7. Landau L.D, Lifshits, Ye. M. Statistical Physics. M. 1976.
8. Somsikov V.M. Thermodynamics and classical mechanics// Journal of Physics. Conference series. 23, 2005, p. 7-16.
9. Lanczos, C. The variation principles of mechanics. University of Toronto press, 1962.
10. Landau L.D, Lifshits, Ye. M. Mechanics. M. 1973.
11. Arnold V. Mathematical methods of the classical mechanics. M. 1976.

12. Goldstain G. Classical mechanics. M. 1975.
13. Rumer Yu.B., Ryvkin, M. Sh. Thermodynamics. Stat. Physics and Kinematics. M. 1977.
14. Somsikov V.M. Expansion of a formalism of classical mechanics for nonequilibrium systems. arX:physics/0703141v1 17Mar2007.
15. Longmair K. Plasma physics. M. 1966.
16. Poincare A. About sciences. M. 1983.
17. Klimontovich, Yu.L. Statistical physics. M. 1982.

## Резюме

Аналитикалық механика аясындағы табиги жүйелерді сипаттауға арналған тесіл ұсынылып отыр. Бул тесіл өзара өрекеттесуші тепе-тәң кіші жүйелердің жынытыры аркылы тепе-тәндіксіз жүйелердің көрсету мүмкіндігіне негізделген. Жалпыланған Ньютон тендеуі алынған. Онын негізінде Лагранждың, Гамильтон мен Лиувилльдің тендеулері көрсетілген. Классикалық механика шенберінде энтропияның анықталу тәсілі ұсынылған. Термодинамиканың тұжырымдану жолы ұсынылған.

## Summary

The approach to the description of dynamics of nonequilibrium systems of potentially interacting elements is offered. This approach is based on the following key statement: a closed nonequilibrium system can be represented as a set of interacting equilibrium subsystems. The equation of motion of these subsystems has been obtained. The general Lagrange, Hamilton and Liouville equations for subsystems have been obtained on the basis of this equation. The way of a substantiation of thermodynamics is offered.

Институт ионосферы  
МОН РК, г. Алматы

Поступила 15.06.2008 г.