УДК 530.145

С. К. ТЛЕУКЕНОВ, М. К. ЖУКЕНОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА И АНИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА С МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЭФФЕКТОМ МЕТОДОМ МАТРИЦАНТА

Рассмотрены условия, накладываемые на волновые поля при взаимодействии волн с границей двух полупространств. На основе метода матрицанта решена задача об отражении и преломлении электромагнитных волн на границе изотропного диэлектрика и анизотропного диэлектрика с магнитоэлектрическим эффектом.

Актуальность исследования электромагнитных волновых процессов в средах с магнитоэлектрическим эффектом связана необходимостью изучения материалов с целью применения их в электронике при создании различных приборов и устройств.

Двумерное распространение электромагнитных волн в средах с магнитоэлектрическим эффектом описываются уравнениями Максвелла с материальными соотношениями:

$$D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_j - \alpha_{ij} H_j, \tag{1}$$

$$B_i = \mu_0 \mu_{ij} H_j - \alpha_{ij} E_j, \tag{2}$$

Уравнениями Максвелла с материальными соотношениями (1), (2) можно привести к системе уравнений 1-го порядка:

$$\frac{d\vec{U}}{dz} = B\vec{U} \qquad \vec{U} = (E_y, H_x, H_y, E_x). \tag{3}$$

При распространении волны в плоскости xz ($k_y = 0$) элементы матрица В имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ 0 & -b_{14} & 0 & b_{34} \\ -b_{23} & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$b_{12} = i\varpi\mu_0\mu_1$$

$$b_{14} = -i\varpi\alpha_{\perp}$$

$$b_{21} = i\varepsilon_0\left(\frac{k_x^2}{\beta}\varepsilon_2 + \omega\varepsilon_1\right)$$

$$b_{23} = -i\left(\frac{k_x^2}{\beta}\alpha_{11} + \omega\alpha_{\perp}\right)$$

$$b_{34} = -i\varpi\varepsilon_0\varepsilon_1$$

$$b_{43} = -i\mu_0\left(\frac{k_x^2}{\beta}\mu_2 + \omega\mu_1\right)$$

здесь $\beta = \omega(\alpha_{11}^2 - \varepsilon_0\varepsilon_2\mu_0\mu_2)$, α_{ik} – несимметричный тензор, $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости для описания этих свойств среды. Для анизотропных диэлектриков с магнитоэлектрическим эффектом тетрагональной, тригональной и гексагональной сингонии:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix} \qquad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$$

В рамках метода матрицанта, усредненный матрицант, описывающий распространение электромагнитных волн в анизотропных средах с магнитоэлектрическим эффектом, имеет аналитическое представление:

$$T_{уср}^{\pm} = \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E\right)\left(E\cos kz \pm \frac{B}{k}\sin kz\right) - \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E\right)\left(E\cos\chi z \pm \frac{B}{\chi}\sin\chi z\right). \tag{5}$$

матрицант (5) является решением уравнения (3) при постоянных значениях физико-механических параметров:

$$\vec{U} = T\vec{U}_0. \tag{6}$$

Решение (6) содержит сумму прямых и обратных волн. Учитывая, что:

$$\cos kz = \frac{1}{2}\left(e^{ikz} + e^{-ikz}\right);$$

$$\sin kz = \frac{1}{2}\left(e^{ikz} - e^{-ikz}\right)$$

из (5) получим матриканты для волн распространяющихся в направлении $z > 0$ и $z < 0$

$$T^{+}_{усp} = \frac{1}{2}\left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E\right)\left(E - \frac{B_0}{ik}\right)e^{-ikz} -$$

$$-\frac{1}{2}\left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E\right)\left(E - \frac{B_0}{i\chi}\right)e^{-i\chi z},$$

$$T^{-}_{усp} = \frac{1}{2}\left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E\right)\left(E + \frac{B_0}{ik}\right)e^{-ikz} -$$

$$-\frac{1}{2}\left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E\right)\left(E + \frac{B_0}{i\chi}\right)e^{-i\chi z}. \tag{7}$$

В (5) и (7)

$$\hat{\pi} = \frac{\hat{P} - \widetilde{P}_2 E}{\widetilde{P}_1 - \widetilde{P}_2} - \frac{1}{2}E; \; \hat{P} = E + \frac{1}{2}B^2 h^2. \tag{8}$$

$\widetilde{P}_1, \widetilde{P}_2$ – корни характеристического уравнения следующего из условия

$$\det(\hat{P} - \lambda E) = 0.$$

Рассмотрим условия, накладываемые на волновые поля при взаимодействии волн с границей двух полупространств.

При $z = 0$ матриканты (7) могут быть записаны в виде

$$T_0^{\pm} = \frac{1}{2}E \mp R \tag{9}$$

матрица R имеет вид:

$$R = \frac{1}{2i}\left(\frac{k-\chi}{k\chi}\right)\pi B - \frac{1}{4i}\left(\frac{k+\chi}{k\chi}\right)B. \tag{10}$$

Полагая: $\vec{U}_P$ – поле падающих волн, $\vec{U}_R$ – поле отраженных волн и $\vec{U}_t$ – поле преломленных волн, на основе (3) имеем:

$$T_0^P\vec{U}_P + T_0^R\vec{U}_R = T_0^t\vec{U}_t, \text{ при } z = 0$$

или

$$\left(\frac{1}{2}E - R_0\right)\vec{U}_P + \left(\frac{1}{2}E + R_0\right)\vec{U}_R =$$

$$= \left(\frac{1}{2}E - R_t\right)\vec{U}_t. \tag{11}$$

Учитывая непрерывность полей на контакте сред:

$$\vec{U}_P + \vec{U}_R = \vec{U}_t \tag{12}$$

получим:

$$R_0\vec{U}_P - R_0\vec{U}_R = R_t\vec{U}_t. \tag{13}$$

С учетом (12) выражение (13) есть искомое граничное условие для векторов $\vec{U}_P, \vec{U}_R, \vec{U}_t$ в матричной форме.

В (12) и (13) неизвестны вектора $\vec{U}_R$ и $\vec{U}_t$. Подстановка (12) в (13) дает уравнение

$$(R_0 + R_t)\vec{U}_R = (R_0 - R_t)\vec{U}_P, \tag{14}$$

откуда следует представление для отраженных волн:

$$\vec{U}_R = (R_0 + R_t)^{-1}(R_0 - R_t)\vec{U}_0. \tag{15}$$

Поле преломленных волн $\vec{U}_t$ определяется формулой (12).

Матрица R в (9) может быть представлена в форме:

$$R = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)}\left[B_0^2 h^2 - (p_{11} + p_{22} - \Delta_0)E\right]B, \tag{16}$$

где

$$p_{11} = b_{12}b_{21} - b_{14}b_{23};$$

$$p_{22} = b_{34}b_{43} - b_{14}b_{23};$$

$$\Delta_0 = \sqrt{\left(b_{12}b_{34} + b_{14}^2\right)\left(b_{21}b_{43} + b_{23}^2\right)}. \tag{17}$$

Условия (11) или (13) с условием непрерывности решений на границе раздела сред (12), есть матричная форма граничных условий, накладываемые на векторы полей отраженных, преломленных и падающих волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электодинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.

2. *Вайнштейн Б.К.* Современная кристаллография. Т. 4. Наука, 1979.

3. *Тлеукенов С.К., Оспанов А.Т.* Изучение электомагнитных полей в анизотропных средах. Алматы: Наука, 1985. 176 с.

4. *Тлеукенов С.К.* О характеристической матрице периодически неоднородного слоя // Математические вопросы теории распространения волн. Л.: Зап. научн. семин., ЛОМИ, 1987. Т. 165. С. 177-181.

5. *Тлеукенов С.К.* Метод матрицанта. Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. 148 с.

6. *Tleykenov S.* The structure of propagabor matrix and it is application in the case of the periodical inhomogeneous media. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations. 1989. Kurukshetra, India. P. 4.

7. *Тлеукенов С.К., Жукенов М.К.* Магнитэллектрлік эффектісі бар біртексіз және периодты біртексіз ортада электрмагниттік толқындардың таралуы // Вестник ПГУ. 2005. №3. Павлодар.

Резюме

Екі жартылайкеңістік шекарасында толқындық өрістерге қойылатын шарттар қарастырылды. Матрицант әдісімен изотропты диэлектрик пен магнитэлектрлік эффектісі бар диэлектриктің шекарасында электромагниттік толқындардың шағылу және сыну есебі шығарылды.

Summary

In work the conditions imposed on wave fields at interaction of waves with border of two semispaces are considered. On the basis of a method matrizer the problem about reflexion and refraction of electromagnetic waves on border isotropic dielectric and anisotropic dielectric with magnetoelectric effect is solved.

ПГУ им. С. Торайгырова,
г.Павлодар

Поступила 19.09.09г.