УДК 517.94

А. Е. ТОЛЕУХАНОВ, А. К. ШАЙМЕРДЕНОВА

РЕЗОЛЬВЕНТА КОРРЕКТНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Дано всюду разрешимых краевых задач для неоднородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами на отрезке. Для наглядности все результаты иллюстрируется на неоднородных дифференциальных уравнениях третьего порядка с переменными коэффициентами на отрезке. Приведены формулы резольвенты указанных краевых задач.

Введение. Известно [1], что для неоднородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами всюду разрешимой задачей является задача Коши, то есть для всюду разрешимости краевые условия выбираются специальным образом. В данной работе предлагается еще одна постановка всюду разрешимых краевых задач для неоднородных дифференциальных уравнений третьего порядка с переменными коэффициентами. Для наглядности все результаты иллюстрируются на неоднородных дифференциальных уравнениях третьего порядка с переменными коэффициентами на отрезке. В настоящей статье описаны всевозможные всюду разрешимые краевые задачи для неоднородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами на отрезке. А также приведены формулы резольвент указанных краевых задач. Метод работы идейно близок к методам работ [2-4].

1. Вспомогательные теоремы.

Теорема 1. *Пусть* $p_k(x) \in C^{3-k}[0,1]$ *при* $k = 1,2,3$. *В пространстве* $L_2[0,1]$ *решение задачи Коши для неоднородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами вида*

$$y'''(x) + p_1(x)y''(x) + p_2(x)y'(x) + p_3(x)y(x) = f(x), 0 \le x \le 1, \quad (1)$$

с начальными условиями

$$y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, \quad (2)$$

задается формулой

$$y(x)=\int_0^x k(x,t)f(t)dt, \qquad (3)$$

где

$$k(x,t)=\frac{1}{\Delta(t)}\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & y_3(x) \\ y_1'(t) & y_2'(t) & y_3'(t) \\ y_1(t) & y_2(t) & y_3(t) \end{vmatrix} \qquad (4)$$

$$\Delta(t)=\begin{vmatrix} y_1'''(t) & y_2'''(t) & y_3'''(t) \\ y_1'(t) & y_2'(t) & y_3'(t) \\ y_1(t) & y_2(t) & y_3(t) \end{vmatrix} \qquad (5)$$

Здесь $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ *-решения однородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами.*

Доказательства теоремы 1 приведены в работе [1].

Теорема 2. *Пусть* $p_k(x)\in C^{3-k}[0,1]$ *при* k = 1,2,3. *В пространстве* $L_2[0,1]$ *решение задачи неоднородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами вида*

$$W'''(x)+p_1(x)W''(x)+p_2(x)W'(x)+p_3(x)W(x)= \\ =f(x), 0\le x\le 1, \qquad (6)$$

с начальными условиями

$$W(x)|_{x=0}-K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=0, \qquad (7)$$

$$\frac{d}{dx}W(x)|_{x=0}- \\ -\frac{d}{dx}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}W(x)|_{x=0}- \\ -\frac{d^2}{dx^2}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=0,$$

задается формулой

$$W(x,f)=u_0(x,f)+Kf(x)|_{x=0}\,y_1(x)+ \\ +\frac{d}{dx}Kf(x)|_{x=0}\,y_2(x)+\frac{d^2}{dx^2}Kf(x)|_{x=0}\,y_3(x), \qquad (8)$$

где K-непрерывный в смысле нормы $L_2[0,1]$ *оператор, отображающий пространство* $\{f\}\in L_2[0,1]$ *в множество гладких функции* $\{h\}\in W_2^3[0,1]$, *а* $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ *– решения однородного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами.*

Оператор, соответствующий задаче (6), (7), обозначим через L_K. Тогда L_0 соответствует задаче Коши из теоремы 1. В следующей теореме дано представление резольвенты оператора L_K.

2. Основные результаты

Теорема 3. *Если K- линейный непрерывный в смысле* $L_2[0,1]$ *оператор из теоремы 2, то резольвента оператора* L_K *имеет вид:*

$$(L_K-\lambda I)^{-1}f(x)=(L_0-\lambda I)^{-1}f(x)+ \qquad (9)$$
$$+KL_0(L_0-\lambda I)^{-1}f(x)|_{x=0}\,L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_1(x)+$$
$$+\frac{d}{dx}KL_0(L_0-\lambda I)^{-1}f(x)|_{x=0}\,L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_2(x)+$$
$$+\frac{d^2}{dx^2}KL_0(L_0-\lambda I)^{-1}f(x)|_{x=0}\,L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_3(x).$$

Для доказательства теоремы 3 нам понадобятся следующие леммы. Удобно вести обозначения:

$$\tilde{u}_0(x,\lambda)=(L_0-\lambda I)^{-1}f(x),$$
$$u_{K1}(x,\lambda)=L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_1(x),$$
$$u_{K2}(x,\lambda)=L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_2(x),$$
$$u_{K3}(x,\lambda)=L_K(L_K-\lambda I)^{-1}y_3(x),$$

Тогда формула (9) примет следующий вид

$$W(x,\lambda)=\tilde{u}_0(x,\lambda)+KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0}\,u_{K1}(x,\lambda)+ \\ +\frac{d}{dx}KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0}\,u_{K2}(x,\lambda)+ \\ +\frac{d^2}{dx^2}KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0}\,u_{K3}(x,\lambda)$$

или

$$W(x,\lambda)=\tilde{u}_0(x,\lambda)+\alpha u_{K1}(x,\lambda)+ \\ +\beta u_{K2}(x,\lambda)+\gamma u_{K3}(x,\lambda), \qquad (10)$$

где α,β,γ не зависят от x и задаются по формулам:

$$\alpha = KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0},$$

$$\beta = \frac{d}{dx}KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0},$$

$$\gamma = \frac{d^2}{dx^2}KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)|_{x=0}.$$

Лемма 1. Функция $\tilde{u}_0(x,\lambda)$ является решением следующей задачи Коши с условиями в нуле

$$\tilde{u}_0'''(x) + p_1(x)\tilde{u}_0''(x) + p_2(x)\tilde{u}_0'(x) + p_3(x)\tilde{u}_0(x) - \lambda\tilde{u}_0(x) = f(x), x \in [0,1],$$

$$\tilde{u}_0(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d}{dx}\tilde{u}_0(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\tilde{u}_0(x)|_{x=0} = 0.$$

Доказательство. Если к соотношению

$$\tilde{u}_0(x,\lambda) = (L_0 - \lambda I)^{-1} f(x),$$

действовать с оператором $(L_0 - \lambda I)$, то функция $\tilde{u}_0(x,\lambda)$ удовлетворяет следующему дифференциальному соотношению:

$$\tilde{u}_0'''(x) + p_1(x)\tilde{u}_0''(x) + p_2(x)\tilde{u}_0'(x) + p_3(x)\tilde{u}_0(x) - \lambda\tilde{u}_0(x) = f(x), x \in [0,1,].$$

Так как оператор L_0 соответствует задаче Коши, то справедливость начальных условии очевидно.

Лемма 1 доказана.

Лемма 2. Функция $u_{K1}(x,\lambda)$ является решением следующей краевой задачи

$$u_{K1}'''(x) + p_1(x)u_{K1}''(x) + p_2(x)u_{K1}'(x) + p_3(x)u_{K1}(x) - \lambda u_{K1}(x) = 0, x \in [0,1],$$

$$u_{K1}(x)|_{x=0} - K(u_{K1}''' + p_1u_{K1}'' + p_2u_{K1}' + p_3u_{K1})(x)|_{x=0} = 1,$$

$$\frac{d}{dx}u_{K1}(x)|_{x=0} - \frac{d}{dx}K(u_{K1}''' + p_1u_{K1}'' + p_2u_{K1}' + p_3u_{K1})(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}u_{K1}(x)|_{x=0} - \frac{d^2}{dx^2}K(u_{K1}''' + p_1u_{K1}'' + p_2u_{K1}' + p_3u_{K1})(x)|_{x=0} = 0.$$

Доказательство. Соотношение $u_{K1}(x,\lambda) = L_K(L_K - \lambda I)^{-1}y_1(x)$ можно переписать в виде $u_{K1}(x,\lambda) = (L_K - \lambda I + \lambda I)(L_K - \lambda I)^{-1}y_1(x) = y_1(x) + \lambda(L_K - \lambda I)^{-1}y_1(x)$. Обозначим $(L_K - \lambda I)^{-1}y_1(x) = \tilde{w}(x)$ и действуем, данному соотношению слева с оператором $(L_K - \lambda I)$, то получим

$$\tilde{w}'''(x) + p_1(x)\tilde{w}''(x) + p_2(x)\tilde{w}'(x) + p_3\tilde{w}(x) - \lambda\tilde{w}'''(x) = y_1(x),$$

$$\tilde{w}(x)|_{x=0} - K(\tilde{w}''' + p_1\tilde{w}'' + p_2\tilde{w}' + p_3\tilde{w})(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d}{dx}\tilde{w}(x)|_{x=0} - \frac{d}{dx}K(\tilde{w}''' + p_1\tilde{w}'' + p_2\tilde{w}' + p_3\tilde{w})(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\tilde{w}(x)|_{x=0} - \frac{d^2}{dx^2}K(\tilde{w}''' + p_1\tilde{w}'' + p_2\tilde{w}' + p_3\tilde{w})(x)|_{x=0} = 0.$$

Если на соотношение $u_{K1}(x,\lambda) = y_1(x) + \lambda\tilde{w}$ подействовать слева через $(l - \lambda I)$, заметим, что здесь l-дифференциальное выражение, которое соответствует следующему виду: $l(y) = y''' + p_1(x)y''(x) + p_2(x)y' + p_3(x)y(x) - \lambda y(x)$, тогда функция $u_{K1}(x,\lambda)$ удовлетворяет следующему дифференциальному соотношению:

$$u_{K1}'''(x) + p_1(x)u_{K1}''(x) + p_2(x)u_{K1}'(x) + p_3(x)u_{K1}(x) - \lambda u_{K1}(x) = y_1'''(x) + p_1(x)y_1''(x) + p_2(x)y_1'(x) + p_3(x)y_1(x) - \lambda y_1(x) + \lambda y_1(x) = 0,$$

так как $y_1(x)$ является решением однородного дифференциального уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами. Теперь проверим справедливость краевых условий:

1-условие.

$$u_{K1}(x)|_{x=0} - K(u_{K1}''' + p_1 u_{k1}'' + p_2 u_{k1}' + p_3 u_{K1})(x)|_{x=0} =$$
$$= y_1(x)|_{x=0} - K(y_1''' + p_1 y_1'' + p_2 y_1' + p_3 y_1)(x)|_{x=0} +$$
$$+\lambda[\tilde{w}(x)|_{x=0} - K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' + p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0}] =$$
$$= y_1(x)|_{x=0} = 1,$$

так как $y_1(x)$ является решением однородного дифференциального уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами и $\tilde{w}(x)|_{x=0} - K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' + p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0} = 0.$

2-условие.

$$\frac{d}{dx} u_{K1}(x)|_{x=0} - \frac{d}{dx} K(u_{K1}''' + p_1 u_{K1}'' + p_2 u_{K1}' +$$
$$+ p_3 u_{K1})(x)|_{x=0} = \frac{d}{dx} y_1(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d}{dx} K(y_1''' + p_1 y_1'' + p_2 y_1' + p_3 y_1)(x)|_{x=0} +$$
$$+\lambda[\frac{d}{dx} \tilde{w}(x)|_{x=0} - \frac{d}{dx} K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' +$$
$$+ p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0}] = y_1'(x)|_{x=0} = 0,$$

так как $y_1(x)$ является решением однородного дифференциального уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами и $\frac{d}{dx}\tilde{w}|_{x=0} - \frac{d}{dx} K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' + p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0} = 0.$

3-условие.

$$\frac{d^2}{dx^2} u_{K1}(x)|_{x=0} - \frac{d^2}{dx^2} K(u_{K1}''' + p_1 u_{K1}'' + p_2 u_{K1}' +$$
$$+ p_3 u_{K1})(x)|_{x=0} = \frac{d^2}{dx^2} y_1(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d^2}{dx^2} K(y_1''' + p_1 y_1'' + p_2 y_1' + p_3 y_1)(x)|_{x=0} +$$
$$+\lambda[\frac{d^2}{dx^2} \tilde{w}(x)|_{x=0} - \frac{d^2}{dx^2} K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' +$$
$$+ p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0}] = y_1''(x)|_{x=0} = 0,$$

так как $y_1(x)$ является решением однородного дифференциального уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами и $\frac{d^2}{dx^2}\tilde{w}(x)|_{x=0} - \frac{d^2}{dx^2} K(\tilde{w}''' + p_1 \tilde{w}'' + p_2 \tilde{w}' + p_3 \tilde{w})(x)|_{x=0} = 0.$

Лемма 2 доказана.

Лемма 3. Функция $u_{K2}(x,\lambda)$ является решением следующей краевой задачи

$$u_{K2}'''(x) + p_1(x) u_{K2}''(x) + p_2(x) u_{K2}'(x) +$$
$$+ p_3(x) u_{K2}(x) - \lambda u_{K2}(x) = 0, x \in [0,1],$$
$$u_{K2}(x)|_{x=0} -$$
$$-K(u_{K2}''' + p_1 u_{K2}'' + p_2 u_{K2}' + p_3 u_{K2})(x)|_{x=0} = 0,$$
$$\frac{d}{dx} u_{K2}(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d}{dx} K(u_{K2}''' + p_1 u_{K2}'' + p_2 u_{K2}' + p_3 u_{K2})(x)|_{x=0} = 1,$$
$$\frac{d^2}{dx^2} u_{K2}(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d^2}{dx^2} K(u_{K2}''' + p_1 u_{K2}'' + p_2 u_{K2}' + p_3 u_{K2})(x)|_{x=0} = 0,$$

Лемма 3 доказывается, аналогична как лемма 2.

Лемма 4. Функция $u_{K3}(x,\lambda)$ является решением следующей краевой задачи

$$u_{K3}'''(x) + p_1(x) u_{K3}''(x) + p_2(x) u_{K3}'(x) +$$
$$+ p_3(x) u_{K3}(x) - \lambda u_{K3}(x) = 0, x \in [0,1],$$
$$u_{K3}(x)|_{x=0} -$$
$$-K(u_{K3}''' + p_1 u_{K3}'' + p_2 u_{K3}' + p_3 u_{K3})(x)|_{x=0} = 0,$$
$$\frac{d}{dx} u_{K3}(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d}{dx} K(u_{K3}''' + p_1 u_{K3}'' + p_2 u_{K3}' + p_3 u_{K3})(x)|_{x=0} = 0,$$
$$\frac{d^2}{dx^2} u_{K3}(x)|_{x=0} -$$
$$-\frac{d^2}{dx^2} K(u_{K3}''' + p_1 u_{K3}'' + p_2 u_{K3}' + p_3 u_{K3})(x)|_{x=0} = 1,$$

Лемма 4 доказывается, аналогична как лемма 3.

Доказательство теоремы 3. Докажем, что функция

$$W(x,\lambda) = \tag{11}$$
$$= \tilde{u}_0(x,\lambda) + \alpha u_{K1}(x,\lambda) + \beta u_{K2}(x,\lambda) + \gamma u_{K3}(x,\lambda),$$

является решением следующей задачи

$$W'''(x) + p_1(x) W''(x) + p_2(x) W'(x) +$$
$$+ p_3(x) W(x) - \lambda W(x) = f(x), x \in [0,1] \tag{12}$$
$$W(x)|_{x=0} - K(W''' + p_1 W'' + p_2 W' + p_3 W)(x)|_{x=0} = 0, \tag{13}$$

$$\frac{d}{dx}W(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=0.$$
$$\frac{d^2}{dx^2}W(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d^2}{dx^2}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=0.$$

Вспоминая лемму 1, 2, 3,4 легко заметить, что функция $W(x,\lambda)$ из формулы (11) удовлетворяет требуемому дифференциальному соотношению (12).

Остается проверить справедливость краевых условий.

1-условие.

$$W(x)|_{x=0}-K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=$$
$$=\tilde{u}_0(x)|_{x=0}-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+\alpha[u_{K1}(x)|_{x=0}-$$
$$-K(u_{K1}'''+p_1u_{K1}''+p_2u_{K1}'+p_3u_{K1})(x)|_{x=0}]+$$
$$+\beta[u_{K2}(x)|_{x=0}-$$
$$-K(u_{K2}'''+p_1u_{K2}''+p_2u_{K2}'+p_3u_{K2})(x)|_{x=0}]+$$
$$+\gamma[u_{K3}(x)|_{x=0}-$$
$$-K(u_{K3}'''+p_1u_{K3}''+p_2u_{K3}'+p_3u_{K3})(x)|_{x=0}]=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+\alpha=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+KL_0\tilde{u}_0(x,\lambda)=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}=0.$$

Здесь учтены (1)-ое соотношение из условий задачи Коши леммы 1, а также (1)-ые соотношения из условий краевых задач леммы 2, 3, 4.

2-условие.

$$\frac{d}{dx}W(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=$$
$$=\frac{d}{dx}\tilde{u}_0(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+\alpha[\frac{d}{dx}u_{K1}(x,\lambda)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(u_{K1}'''+p_1u_{K1}''+p_2u_{K1}'+p_3u_{K1})(x)|_{x=0}]+$$
$$+\beta[\frac{d}{dx}u_{K2}(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(u_{K2}'''+p_1u_{K2}''+p_2u_{K2}'+p_3u_{K2})(x)|_{x=0}]+$$
$$+\gamma[\frac{d}{dx}u_{K3}(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d}{dx}K(u_{K3}'''+p_1u_{K3}''+p_2u_{K3}'+p_3u_{K3})(x)|_{x=0}]=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+\beta=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+\frac{d}{dx}KL_0\tilde{u}_0(x)|_{x=0}=$$
$$=-K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}=0.$$

Здесь учтены (2)-ое соотношение из условий задачи Коши леммы 1, а также (2)-ые соотношения из условий краевых задач лемм 2, 3, 4.

3-условие.

$$\frac{d^2}{dx^2}W(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d^2}{dx^2}K(W'''+p_1W''+p_2W'+p_3W)(x)|_{x=0}=$$
$$=\frac{d^2}{dx^2}\tilde{u}_0(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d^2}{dx^2}K(\tilde{u}_0'''+p_1\tilde{u}_0''+p_2\tilde{u}_0'+p_3\tilde{u}_0)(x)|_{x=0}+$$
$$+\alpha[\frac{d^2}{dx^2}u_{K1}(x,\lambda)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d^2}{dx^2}K(u_{K1}'''+p_1u_{K1}''+p_2u_{K1}'+p_3u_{K1})(x)|_{x=0}]+$$
$$+\beta[\frac{d^2}{dx^2}u_{K2}(x)|_{x=0}-$$
$$-\frac{d^2}{dx^2}K(u_{K2}'''+p_1u_{K2}''+p_2u_{K2}'+p_3u_{K2})(x)|_{x=0}]+$$

$$+\gamma[\frac{d^2}{dx^2}u_{K3}(x)\,|_{x=0}-$$

$$-\frac{d^2}{dx^2}K(u''_{K3}+p_1u''_{K3}+p_2u'_{K3}+p_3u_{K3})(x)\,|_{x=0}]=$$

$$=-K(\tilde{u}''_0+p_1\tilde{u}''_0+p_2\tilde{u}'_0+p_3\tilde{u}_0)(x)\,|_{x=0}+\gamma=$$

$$=-K(\tilde{u}''_0+p_1\tilde{u}''_0+p_2\tilde{u}'_0+p_3\tilde{u}_0)(x)\,|_{x=0}+$$

$$+\frac{d^2}{dx^2}KL_0\tilde{u}_0(x)\,|_{x=0}=$$

$$=-K(\tilde{u}''_0+p_1\tilde{u}''_0+p_2\tilde{u}'_0+p_3\tilde{u}_0)(x)\,|_{x=0}+$$

$$+K(\tilde{u}''_0+p_1\tilde{u}''_0+p_2\tilde{u}'_0+p_3\tilde{u}_0)(x)\,|_{x=0}=0.$$

Здесь учтены (3)-ое соотношение из условий задачи Коши леммы 1, а также (3)-ые соотношения из условий краевых задач лемм 2, 3, 4.

Теорема 3 полностью доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наймарк М.А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. 528 с.

2. *Кальменов Т.Ш., Отелбаев М.О.* О регулярных задачах для уравнения Лаврентьева-Бицадзе // Диф. уравнения. 1981. Т. 17, № 5. С. 873-885.

3. *Кальменов Т.Ш.* О регулярных краевых задачах для волнового уравнения // Диф. уравнения. 1981. Т. 17, № 5. С. 1105-1121.

4. *Павлов Б.С.* Теория расширений и разрешаемые модели // Успехи мат. науки. 1987. Т. 42, № 6(258). С. 99-131.

Резюме

Кесіндідегі айнымалы коэффициентті үшінші ретті біртекті емес дифференциалдық теңдеулер үшін корректі шекаралық есептер берілген. Сол шекаралық есептердің резольвенталарының формуласы келтірілген.

Summary

In this paper discussed correct boundary value problems for 3-order in nonhomogeneous differential equation with variable coefficients in a finite interval. Formulas are given data resolvent boundary value problems.

РГП «Институт Математики, Информатики и Механики»

Поступила 10.09.10г.