

A. M. ВОРОНИН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФАЗОВОГО ДВИЖЕНИЯ ИОНОВ В ИЗОХРОННЫХ ЦИКЛОТРОНАХ

Алматинский технологический университет, г. Алматы

Рассмотрены общие аналитические зависимости, определяющие фазу пролёта и энергию ускоряемого пучка в изохронном циклотроне. Учёт указанных факторов позволяет оптимизировать получаемые на электрофизической установке ускоренные пучки ионов различных масс и энергий.

В последнее время в экспериментальной ядерной физике самое широкое применение находят изохронные циклотроны, так как они являются универсальным инструментом для ядерно-физических исследований благодаря возможности регулирования энергии ионов, точности ее поддержания, малому энергетическому разбросу, а также благодаря увеличению энергии и ускорению различных ионов.

Однако для реализации указанных параметров пучка необходимы определенные режимы работы изохронного циклотрона. Со временем появилась возможность предсказывать их характеристики и ограничения. Этим объясняется появление в последнее время большого количества всевозможных компьютерных программ. Установлено, что наиболее оптимальным режимом является такой, при котором с помощью компьютерной техники проводится необходимая автоматическая коррекция параметров в процессе работы ускорителя. Одной из основных задач системы управления является обеспечение в процессе работы максимально возможной для данного ускорителя моноэнергетичности ускоренного пучка. Например, применив систему стабилизации фазы пролёта сгустка частиц через ускоряющий промежуток, можно в определённой степени исключить влияние фазы пролёта на энергетический спектр выведенного из ускорителя пучка [1–3].

Рассмотрим общие аналитические зависимости, определяющие фазу пролёта и энергию ускоренного пучка в изохронном циклотроне.

Период обращения заряженной частицы в магнитном поле с пространственной вариацией можно представить в виде

$$T = 2\pi\bar{r}(1 + \sigma)/(\beta c), \quad (1)$$

где \bar{r} – средний радиус равновесной орбиты, σ – коэффициент, учитывающий удлинение орбиты из-за отличия ее формы от окружности.

Если представить магнитное поле в плоскости симметрии в форме

$$H_z(r, \theta) = H(r)\{1 + E \sin[\alpha(\theta) - N\theta]\}, \quad (2)$$

то для частицы с постоянным импульсом p будет иметь место выражение

$$pc = eH(\bar{r})\bar{r}\lambda, \quad (3)$$

где

$$\lambda = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{E^2}{2N^2} \left(1,5 + n + \frac{r}{E} \frac{dE}{dr} \right)}. \quad (4)$$

Коэффициент удлинения орбиты σ в этом случае определяется по формуле

$$\sigma = \frac{1}{4} \frac{E^2 N^2}{\lambda^2 (N^2 - 1 - n)^2}, \quad (5)$$

где N – число спиралей.

Условие поддержания изохронного режима соответствует $T = T_0$ на всех радиусах, где $T_0 = 2\pi r_\infty/c$. При этом из (1) и (3) можно найти

$$h_s(\bar{r}) = \frac{H_s(\bar{r})}{H_0} = \frac{(1+\sigma)}{\lambda \sqrt{1 - \left[\frac{\bar{r}(1+\sigma)}{r_\infty} \right]^2}}, \quad (6)$$

где H_0 – магнитное поле в центре ускорителя; $r_\infty = E_0/(eH_0)$. В случае малой глубины вариации средний радиус орбиты \bar{r} близок к радиусу круговой орбиты в аксиально-симметричном поле R . Поэтому $\lambda = 1$, $pc = eH(R)R$, а формула (1) примет вид

$$T = 2\pi R(1+\sigma)/(\beta c_R). \quad (7)$$

Тогда

$$h_s(R) = \frac{(1+\sigma_R)}{\sqrt{1 - \left[\frac{R(1+\sigma_R)}{r_\infty} \right]^2}}, \quad (8)$$

где $\sigma_R = \frac{E^2}{2(N^2 - 1 - n)(1 + n)} \left[2 - \frac{N^2}{2(N^2 - 1 - n)} + n + \frac{r}{E} \frac{dE}{dr} \right] + \frac{E^2 N^2}{4(N^2 - 1 - n)^2}$ и учитывает как

сжатие среднего радиуса орбиты, так и удлинение орбиты из-за волнобразной формы ($\sigma_R \ll 1$).

Сдвиг фазы, вызываемый неточным выполнением закона (6), а также отклонением частоты ускоряющего напряжения от заданной величины, можно описать выражением

$$\frac{d\phi}{dt} = q(\omega_s - \omega) + \Delta\omega_0, \quad (9)$$

где q – кратность ускоряющего напряжения, ω – частота, определяемая из выражений (4.1) и (4.3), $\Delta\omega_0$ – отклонение частоты генератора от $q\omega_s$.

Подставляя $d\phi/dt = d\phi/dr \cdot dr/dE \cdot dE/dt$, определяя dE/dr из выражения (3) и полагая $dE/dt = eV_0/(2\pi\omega \cos\varphi)$, можно найти уравнение, определяющее связь между отклонением магнитного поля, отклонением частоты ускоряющего напряжения и вызываемым этими факторами сдвигом фазы

$$\frac{dh}{dr} = \frac{h}{r} \left\{ \frac{r_\infty^2 e V_0}{2\pi q E_0} \frac{\frac{d\phi}{dr} \cos\varphi}{(1+\sigma)h\bar{r}\lambda \left[1 - \frac{h\lambda}{(1+\sigma)\sqrt{1+(\bar{r}h\lambda/r_\infty)^2}} + \frac{r_\infty \Delta\omega_0}{cq} \right]} - \frac{\bar{r}}{\lambda} \frac{d\lambda}{dr} - 1 \right\}. \quad (10)$$

В этой формуле eV_0 – максимальный набор энергии за оборот.

Решение этого дифференциального уравнения позволяет по известному сдвигу фазы вдоль радиуса восстановить реальное магнитное поле ускорителя $h(r)$.

Из выражения (10) можно найти формулу для определения фазового сдвига вдоль радиуса в зависимости от реального магнитного поля:

$$\begin{aligned} & \sin(\varphi_H + \Delta\varphi_H) - \sin\varphi_H = \\ & = \frac{2\pi q E_0}{r_\infty^2 e V_0} \int_{\bar{r}_H}^{\bar{r}} (1+\sigma) h \lambda \left[1 - \frac{h\lambda}{(1+\sigma)\sqrt{1+(rh\lambda/r_\infty)^2}} + \frac{r_\infty \Delta\omega_0}{cq} \right] \left[1 + \frac{r}{h} \frac{dh}{dr} + \frac{r}{\lambda} \frac{d\lambda}{dr} \right] r dr. \end{aligned} \quad (11)$$

При численном решении уравнения (10) возникает ряд трудностей, связанных с наличием полюса в правой части данного уравнения при $h = h_s$ и $\Delta\omega_0 = 0$, а также с наличием численной неустойчивости решения в зоне радиусов, где $d\phi/dr > 0$. Для упрощения численного решения магнитное поле раскладывается в ряд около синхронного поля h_s . Сохраняя только линейный член ряда $h = h_s + \Delta h$, из выражения (10) получим

$$\frac{d(\Delta h)}{dr} = -\frac{h_s}{r} \left\{ \frac{r_\infty^2 e V_0}{2\pi q E_0} \frac{\gamma_s h_s \cos \varphi \cdot d\varphi/dr}{(1+\sigma)\bar{r}(\Delta h - \gamma_s^2 h_s \cdot \Delta \omega_0 r_\infty / (cq))} + (1+n_{s_0}) \left[1 + \frac{\bar{r}}{(1+\sigma)} \frac{d\sigma}{dr} \right] \right\}, \quad (12)$$

где $\gamma_s = 1/\sqrt{1 - [(1+\sigma)\bar{r}/r_\infty]^2}$; $n_{s_0} = \gamma_s^2 - 1$; $h_s = (1+\sigma)\gamma_s/\lambda$. Процесс численного решения этого уравнения устойчив, если выполнено условие $d\varphi/dr < 0$, что легко достигается при решении уравнения (12).

В случае незначительной величины градиентов – $d(\Delta h)/dr \ll (1+n_{s_0})h_s/\bar{r}$ – это почти всегда выполняется при практических величинах $\Delta h(r)$, и уравнение (4.12) переходит в формулу

$$\Delta h - \gamma_s^2 h_s \frac{r_\infty \Delta \omega_0}{cq} = \frac{r_\infty^2 e V_0}{2\pi q E_0} \frac{h_s \cos \varphi(\bar{r}) d\varphi/dr}{\gamma_s (1+\sigma)^2 \bar{r} [1 + (\bar{r}/(1+\sigma))(d\sigma/dr)]}. \quad (13)$$

Уравнение (12) необходимо использовать при расчете движения фазы частицы в краевом поле, где градиент $d(\Delta h)/dr$ может достигать значительных величин.

Из (13) можно получить выражение для приближенного определения фазового сдвига при известных отклонениях поля от изохронного:

$$\sin(\varphi_H + \Delta\varphi_H) - \sin \varphi_H = -\frac{2\pi q E_0}{r_\infty^2 e V_0} \int_{\bar{r}_H}^{\bar{r}} \frac{\gamma_s (1+\sigma)^2}{h_s} \left(1 + \frac{r}{1+\sigma} \frac{d\sigma}{dr} \right) \cdot \left(\Delta h - \gamma_s^2 h_s \frac{r_\infty \Delta \omega_0}{cq} \right) r dr. \quad (14)$$

Для определения энергии ускоряемой частицы с относительной точностью до 10^{-4} в процессе работы изохронного циклотрона наиболее оптимальный метод состоит в использовании измеренных сдвигов фаз для данной частицы.

Если рассмотреть фазовое движение центра тяжести сгустка, то кинетическую энергию его можно найти из выражения

$$W = e V_0 \sum_{m=0}^N \cos \varphi(\bar{r}_m), \quad (15)$$

где \bar{r}_m – средний радиус орбиты m -го оборота; W – кинетическая энергия частицы, прошедшей N оборотов; $\varphi(\bar{r}_m)$ – фаза центра тяжести сгустка на m -м обороте.

Формула для нахождения \bar{r}_m при использовании (15) получается из выражения $e H_0 (h_s + \Delta h) r \lambda = \sqrt{2 W E_0 + W^2}$, где Δh определяется из выражения (13) при допущении $\Delta \omega_0 = 0$. Это допущение справедливо в большинстве случаев, поскольку частота ускоряющего напряжения, как правило, стабилизирована значительно точнее, чем магнитное поле. Имеем

$$\bar{r}_m = \frac{r_\infty}{(1+\sigma)[1 + (W_s^m/E_0)]} \left[\sqrt{\frac{2W_{m-1}}{E_0} + \left(\frac{W_{m-1}}{E_0} \right)^2} + \frac{r_\infty}{2\pi q E_0 (1+\sigma) \left(1 + \frac{\bar{r}_{m-1}}{1+\sigma} \frac{d\sigma}{dr} \right)} \right]. \quad (16)$$

В этом выражении W_s^m – кинетическая энергия синхронной частицы, вычисленная на m -м обороте по формуле $W_s^m = m e V_0 \cos \varphi_0$, где φ_0 – фаза синхронной частицы.

Изменением фазы сгустка за один оборот во всех представляющих интерес случаях можно пренебречь. Поэтому, подставляя в (16) значения энергии W_{m-1} и фазы $\varphi(\bar{r}_{m-1})$ предыдущего оборота, можно найти положение радиуса следующего оборота. Вычислив соответствующее этому радиусу значение $\cos \varphi(\bar{r}_m)$, можно из (15) получить энергию центра тяжести сгустка на последующем обороте.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Арзуманов А. А. Зависимость энергетического разброса пучка ионов от характеристик циклотрона // Журнал технической физики. – Т. 50, вып. 7. – 1980. – С. 1408–1410.
- 2 Арзуманов А. А., Батищев В. Н., Воронин А. М. и др. Физический проект двухметрового изохронного циклотрона ИЯФ АН КазССР: Препринт ИЯФ 91-2. – Алма-Ата, 1991. – 36 с.
- 3 Воронин А. М. Ускорители заряженных частиц и их применение. – Алматы: ИА РК, 1999. – 246 с.

REFERENCES

1. Arzumanov A. A. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*, **1980**, *50*, 7, 1408–1410 (in Russ.).
2. Arzumanov A. A., Batishchev V. N., Voronin A. M et al. *Fizicheskii proekt dvukhmetrovogo izokhronnogo tsiklotrona IIaF AN KazSSR*, **1991** (in Russ.).
3. Voronin A. M. *Uskoriteli zariazhennykh chastits i ikh primenenie*, **1999** (in Russ.).

A. M. Воронин

ИЗОХРОНДЫ ЦИКЛОТРОНДАҒЫ ИОНДАРДЫҢ ФАЗАЛЫҚ
ҚОЗҒАЛЫСТАРЫНЫҢ КЕЙБІР МӘСЕЛЕЛЕРИ

Изохронды циклотрондағы үдегуші шоктардың энергиясын және ұшу фазасын анықтайтын жалпы аналитикалық тәуелділіктер қарастырылған. Көрсетілген факторлардың есебі әртүрлі массалар мен энергиядағы электрофизикалық қондырғыдан алынған үдегуші шактар иондарын онтайландыруға мүмкіндік береді.

A. M. Voronin

SOME QUESTIONS CONCERNING PHASE MOTION OF IONS
IN ISOCHRONOUS CYCLOTRONS

In the paper there are considered general analytical dependences defining transit phase and energy of accelerated beams in isochronous cyclotrons.