

Вычислительная математика и математическое моделирование

Академик НАН РК С. Н. ХАРИН

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Анализ современного состояния и тенденций развития вычислительной математики и математического моделирования

Вычислительная математика и математическое моделирование приобретают в последнее время исключительно важное значение как для прикладной науки, так и для научно-технического прогресса в целом. В отчете Комитета по информационным технологиям при президенте США констатировано, что “вычислительная наука становится сейчас жизненно необходимой для решения комплексных проблем во всех областях, от фундаментальной науки и инженерных приложений до таких ключевых сфер как национальная безопасность, здоровье нации и инновации в экономику”.

Актуальные тенденции развития вычислительной математики и математического моделирования в США сформулированы в заключительном докладе National Science Foundation of USA: “Математическое моделирование представляет собой дисциплину, жизненно необходимую для продолжения лидерства нашей нации в науке и технике. Оно является определяющим в прогрессе биомедицины, нанотехнологий, национальной безопасности, микроэлектроники, энергетике, экологии, разработке новых материалов и развитии производства. Совершенно очевидно, что прогресс в этих областях оказывает чрезвычайно сильное влияние на все аспекты человеческой деятельности” [1].

Анализируя современное состояние фундаментальной науки в области вычислительной математики и математического моделирования, можно заключить, что оно развивается в следующих направлениях: 1) Разработка новых эффективных численных методов и алгоритмов, 2) Математическое моделирование и методы решения задач гидро- и газодинамики, тепло- и

массообмена, электромагнетизма, 3) Моделирование экологических процессов и космического мониторинга, 4) Моделирование процессов в нанотехнологиях.

Кроме этих направлений, которые можно непосредственно отнести к фундаментальным в области математики, математическое моделирование все более интенсивно применяется и для решения прикладных проблем физики, биологии, химии, геологии, экономики и в других областях науки и техники. Однако анализ результатов в этих направлениях выходит за рамки данного обзора и должен быть сделан в других обзорах по соответствующим отраслям науки.

Разработка новых эффективных численных методов и алгоритмов

Работы в этой области можно классифицировать по следующим разделам:

– Конечно-разностные методы.

Центральными проблемами здесь остаются традиционные вопросы скорости сходимости и устойчивости конечно-разностных схем, а также разработка новых подходов к формированию сеточных областей. Большой интерес представляет собой новый метод разбиения области на многоуровневые адаптивные сетки для работы на параллельных процессорах. Преимущества таких методов при численном решении уравнений в частных производных наглядно продемонстрировано в работе [2], автор которой проф. У. Митчелл получил премию за лучшую журнальную публикацию 2007 года.

Новые конечно-разностные методы позволяют сейчас найти подходы к решению весьма сложных задач, которые еще совсем недавно представлялись неразрешимыми [3, 4].

В Казахстане разработка конечно-разностных методов для численного решения уравнения Навье-Стокса и других уравнений гидро- и

газодинамики успешно развивается в КазНУ им. аль-Фараби (руководители: д.ф.-м.н. Н.Т.Данаев, д.ф.-м.н. Н.М. Темирбеков, д.ф.-м.н. К.К. Шакенов, д.ф.-м.н. Ш.Н. Куттыкожаева), в Институте математики МОН РК (руководитель – д.ф.-м.н. А. Найманова), в Казахстанско-Британском Техническом Университете (руководитель – д.ф.-м.н. Б. Рысбайулы) и в ряде других научных центрах.

– Методы граничных элементов и граничных интегральных уравнений

Конструктивными методами решения краевых задач в однородных средах являются методы граничных элементов (МГЭ) и граничных интегральных уравнений (МГИУ), которые получают все большее распространение при решении самых различных практических задач [5, 6]. МГИУ позволяет свести исходную дифференциальную краевую задачу в рассматриваемой области к решению систем интегральных уравнений на ее границе. Это понижает размерность решаемой задачи, порядок дискретного аналога ГИУ, снимает проблемы границ и неограниченности исходной области путем построения особого класса фундаментальных решений для построения ядер ГИУ, позволяющих учесть специфику волновых процессов в среде, а также повышает точность и устойчивость расчетов. Поэтому разработка метода ГИУ развивается сейчас весьма интенсивно, в особенности для гиперболических уравнений и систем, а также систем смешанного типа в исходном пространстве-времени.

Особое место в механике деформируемого твердого тела занимает теория трещин. Важное практическое значение задач прочности, выяснение причин таких явлений как разрушение и потеря несущей способности конструкции, усовершенствование материалов требует изучения процессов разрушения и сопровождающих их динамических явлений в телах и средах. Можно назвать много областей, где статика и динамика трещин играет важную роль: геология, сейсмология, судоходство в ледовых условиях и т.д. В сейсмологии, например, изучение очагов землетрясений методами математического моделирования приводят к задачам динамики деформируемого твердых сред с трещинами. Наиболее исследованными являются задачи статики и динамики прямолинейных и плоских трещин в упругих и упругопластических средах в работах

Б.Н.Кострова, Д. Райса, Л.И.Слепяна и др. Однако поверхность трещины может иметь сложную геометрию, поэтому актуальной является задача математического моделирования трещин со сложной геометрией поверхности и исследования динамических процессов, сопровождающих их появление и развитие. Отметим, что число работ в этом направлении весьма ограничено. Разработка эффективных моделей для изучения таких явлений является актуальной научной проблемой [7].

Математическая теория дифракции электромагнитных волн в однородных изотропных средах имеет обширную библиографию, особенно для задач стационарной дифракции. Однако недостаточно изучены анизотропные электромагнитные среды. Анизотропия среды проявляется при упорядоченности строения, хотя упорядоченность не обязательно ведет к анизотропии. Естественными упорядоченными структурами являются кристаллы, они широко применяются в антенной технике. Среды, приобретающие анизотропное свойство под действием постоянного поля, называются гиротропными. Примером может служить феррит, плазма, находящаяся в постоянном магнитном поле (земная ионосфера, солнечная корона и т.п.). Большинство ферритовых устройств, применяемых в СВЧ-технике, представляют собой волноводы или резонаторы, содержащие намагниченные ферритовые образцы. Поэтому определение общих закономерностей распространения электромагнитных волн в анизотропных средах актуально в теории волноводов, СВЧ-технике, физике плазмы, кристаллооптике и т.д.

Дальнейшее развитие теории метода граничных интегральных уравнений и разработка на этой основе новых алгоритмов для решения фундаментальных и прикладных задач с успехом проводится в Институте математики МОН РК под руководством проф. Л.А. Алексеевой.

– Функционально- вариационные методы

Анализ использования различных методов при численном решении многих задач математической физики и их сравнение показывает, что одним из наиболее эффективных методов решения являются функционально- вариационные методы. Они позволяют найти наиболее общие особенности, которые присущи широкому спектру задач, и оценить общие закономерности, помогающие найти их решение. Интерес к разработке

таких методов весьма заметен в последнее время [19, 20]. Исследование подобных методов в Казахстане проводится в Евразийском университете им. Гумилева под руководством академика НАН РК М. Отелбаева.

– Моделирование цифровых изображений

Моделирование цифровых изображений представляет собой интенсивно развивающуюся ветвь гармонического анализа. В последнее время появились плодотворные приложения вейвлетов к решению различных задач численного анализа и вычислительной математики. В этой области следует выделить работы по восстановлению образов, основанные на использовании гладкости в пространствах Липшица и Бесова. Этот метод существенно опирается на использование алгоритмов с сингулярными интегралами и быстрым преобразованием Фурье для оценки константы в экспоненте Липшица исследуемого образа. Такие сингулярные интегралы и быстрые преобразования Фурье используются затем в методе регуляризации по восстановлению размытых образов с помощью прямых (не-итерационных) эффективных вычислительных процедур. Основополагающие результаты в этом направлении получены А. Каракко [23], за которые он был удостоен патента США (№ 7, 437,012) с целью широкого практического использования, а также Б.У. Раством и Д.П. О'Лири [24]. Аналогичное направление в Казахстане успешно развивается в Институте математики МОН РК группой молодых ученых под руководством проф. Н.Г. Макаренко в рамках трех перспективных научных направлений по мультифрактальному анализу, методам математической морфологии и методам вычислительной топологии.

– Квантовые вычислительные методы

По мнению ученых одного из ведущих научных центров в области математического моделирования, Национального института стандартов и технологий США (NIST), “возникшая совсем недавно на стыке квантовой механики и компьютерной науки новая область науки, **квантовая информатика**, способна сделать такую же революцию в науке и технологии, какая привело в 20 веке использование лазеров, транзисторов, электроники и компьютеров. По крайней мере, в области хранения и передачи информации квантовая информатика даст феноменальный взлет, обеспечив при этом высочайший уровень защиты, гарантированный законами физики. Вычис-

лительные методы и математические модели в этой будущей сфере математики являются сейчас наиболее актуальными” [1]. К сожалению, на сегодняшний день в Казахстане нет специалистов по этому приоритетному направлению.

Математическое моделирование задач физики и механики

Эта область математического моделирования представлена в настоящее время наибольшим числом разработок и научных публикаций. Значительная их часть относится к традиционному направлению моделирования по механике жидкости и газа.

– Методы решения задач гидро- и газодинамики

Обзор основных публикаций в этом направлении позволяет сделать вывод, что наибольший интерес вызывает исследование уравнения Навье-Стокса [25-27], а также моделирование течений жидкости и газа при наличии свободных границ [28-31]. Это обусловлено как широким кругом применения этих моделей, так и сложностью самого процесса моделирования и соответствующих расчетных методов. В нашей республике этими проблемами занимаются ученые в КазНУ им. аль-Фараби, в Институте математики МОН РК, в Казахстанско-Британском Техническом Университете и в ряде других научных центрах, которые перечислены в разделе «Конечно-разностные методы».

– Задачи теории горения, тепло- и масопереноса, электромагнитных явлений

Обзор современных методов расчета турбулентности и турбулентного горения показывает, что в настоящее время одним из самых перспективных методов расчета турбулентных течений является метод моделирования крупного вихря – так называемый метод LES. Метод LES требует замыкания входящих в него «отфильтрованных» по малому масштабу пульсаций уравнений гидродинамики с последующим усреднением по объему ячеек расчетной сетки. Это означает, что он требует привлечения теории мелкомасштабной структуры турбулентности. Основным преимуществом метода LES перед методом прямого численного моделирования, т.е. методом DNS, является его экономичность при проведении расчетов. Разработка подобных методов успешно проводится в КазНУ им.

аль-Фараби под руководством академика НАН РК Ш.А. Ершина

Не менее актуальной тематикой в этом направлении является разработка гидродинамических моделей и методов расчета процессов в дисперсных средах и суспензиях с физико-химическими превращениями. Особый интерес вызывает моделирование этих процессов применительно к проблемам, возникающим в производстве высокоплотных керамических изделий и при разработке месторождений методом подземного выщелачивания, извлечении солей урана из растворов в сорбционных аппаратах. Такие проблемы весьма актуальны и для Казахстана. Их исследованием занимается группа ученых из КазНУ им. аль-Фараби под руководством проф. А. Калтаева и проф. У.К. Жапбасбаева.

Проблема моделирования процессов теплопереноса возникает в самых различных областях науки и техники, поэтому многие научные центры у нас в стране и за рубежом проводят исследования по этой тематике.

Наиболее интенсивно изучаются задачи с фазовыми превращениями вещества, которые с математической точки зрения описываются задачами типа Стефана, а также обратные задачи для уравнения теплопроводности по восстановлению границы и граничных условий [32, 33]. Подобные задачи стефановского типа применительно к электроконтактным процессам исследуются в Институте математики МОН РК под руководством академика НАН РК С.Н. Харина.

Моментные уравнения Больцмана являются промежуточными между Больцмановским (кинетическая теория) и гидродинамическим уровнями описания состояния разряженного газа и образует ранее не изученный класс нелинейных уравнений в частных производных. Существование такого класса уравнений замечено Грэдом еще в 1949 году. Им получена моментная система путем разложения функции распределения частиц по полиномам Эрмита около локального максвелловского распределения. Но моментная система Грэда не была использована на практике и не была изучена из-за сложности дифференциальной части. Поэтому заметен интерес к той проблеме, изучением которой занимается и в Казахстане группа ученых Казахстанско-Британского Технического университета под руководством проф. А.С. Сакабекова.

– Модели процессов при добыче нефти и газа

Моделирование процессов в нефтегазовой отрасли продиктовано ее важной ролью, которая не ограничивается чисто производственными интересами, но в значительной степени диктуется также и политическими соображениями. Публикации в этой области за рубежом весьма многочисленны, а в нашей республике, для которой эта сфера чрезвычайно актуальна, фундаментальные исследования ведутся в области автоматизированного анализа разработки нефтяных месторождений и транспортировки нефти и газа учеными КазНУ им. аль-Фараби под руководством академика НАН РК, Б.Т. Жумагулова и в Казахстанско-Британском Техническом университете под руководством д.ф.-м.н. Б. Рысбайулы.

Моделирование экологических процессов и космического мониторинга

Проблемы экологии носят в настоящее время глобальный характер и моделирование экологических процессов представляется одной из самых актуальных задач мирового сообщества. Малая плотность населения Казахстана и его обширная территория являются предпосылками для экологического благополучия страны, если предположить, что эти два фактора являются решающими при оценке антропогенного воздействия на природу. К сожалению, это не так. Крупномасштабные проекты развития нефтегазовой отрасли в Прикаспии, орошения больших территорий за счет вод, питающих Аральское море, испытания ядерного оружия на Семипалатинском полигоне, освоение целины и другие оказали и продолжают оказывать негативное влияние на природу и население республики.

Оценить в полном объеме ущерб, наносимый экологическому состоянию территории Казахстана, в настоящее время практически невозможно – слишком сложными являются территориальные процессы, вызванные реализацией этих проектов. Это и деградация земель, и загрязнение окружающей среды, и аридизация климата и многое другое. Однако появление современных геоинформационных технологий определяет направление, в котором надо двигаться, чтобы оценить и по возможности минимизировать отрицательные последствия слишком активной деятельности человека. Ключевую роль в таких технологиях

играет математическое моделирование и использование современного программного обеспечения. Важным итогом внедрения геоинформационных технологий является «наведение мостов» между научными исследованиями территории по различным междисциплинарным направлениям (математическому моделированию, наукам о земле, картографическому анализу, полевым наблюдениям) и решением прикладных задач. Предложенная модель такой системы в виде UML-проекта позволяет поставить на единую информационную (в том числе картографическую) платформу научные и практические территориальные задачи природопользования и охраны окружающей среды.

Исследования в этом направлении в Казахстане проводятся в КазНУ им. аль-Фараби под руководством академика НАН РК, Б.Т. Жумагулова, д.ф.-м.н. У.С. Абдибекова, д.ф.-м.н. Н.Т.Данаева, д.ф.-м.н. Н.М. Темирбекова, д.ф.-м.н. С. Оспанова и в АО КАЗГЕОКОСМОС под руководством д.ф.-м.н. Э.А. Закарина.

Моделирование процессов в нанотехнологиях

Разработка математических моделей в области нанотехнологий принадлежит к числу приоритетных направлений во всем мире, включая Казахстан. Анализируя результаты, полученные в этой области за последнее время, можно заключить, что основное внимание сконцентрировано на исследованиях процессов в магнитныхnanoструктурах и нанотехнологиях для компьютерной техники [36-40].

К сожалению, приходится констатировать, что развитие этого направления в Казахстане находится в стадии зарождения и начинает проводиться в Национальной лаборатории КазНУ им. аль-Фараби.

Анализ достижений и тенденций развития ведущих научных школ Казахстана и развитых стран мира в области вычислительной математики и математического моделирования

Научно-технологические разработки в области вычислительной математики и математического моделирования в Казахстане в основном ведутся по следующим направлениям:

- Разработка эффективных алгоритмов численного решения задач математической физики;
- Научно-технологические задачи в нефтегазодобывающей промышленности;
- Расчеты промышленных реакторов и гидротехнических сооружений;
- Экологические проблемы;
- Информационные технологии в образовании;
- Создание аппаратно-программных высокопроизводительных вычислительных систем.

Разработка эффективных алгоритмов численного решения задач математической физики

Широко известна в стране и за рубежом школа по вычислительным и информационным технологиям, которую основал талантливый ученый и организатор науки Ш.С. Смагулов в середине 90-х годов. В настоящее время научно-исследовательские работы по вычислительной математике и разработке эффективных алгоритмов решения задач математической физики в Казахском государственном университете им. аль-Фараби ведутся по программе фундаментальных исследований (доктора наук: Н.Т.Данаев, Н.М. Темирбеков, К.К. Шакенов, Ш.Н. Куттықожаев, Баканов Г., Б. Рысбайулы, К.Т. Исекаков, С.А. Атанбаев и др.) и основными достижениями за 2007-2009 гг. являются следующие результаты исследований:

- для численного решения сеточных стационарных уравнений Навье-Стокса и тепловой конвекции несжимаемой жидкости построены итерационные алгоритмы, для которых методом априорных оценок доказаны теоремы устойчивости, сходимости и определены скорости сходимости. Установлены, что в случае соответствующих линейных задач скорость сходимости предложенных разностных схем не зависит от количества узлов пространственной сетки, т.е. обладает свойством равномерной сходимости (д.ф.-м.н. Данаев Н.Т., к.ф.-м.н. Бейсебай П., к.ф.-м.н. Ергали Е.К.);
- Проведено обоснование методов Монте-Карло и вероятностно-разностных методов для решения задач для различных моделей релаксационной фильтрации (д.ф.-м.н. Шакенов К.К.);
- Обоснована новая модификация метода фиктивных областей для нелинейной модели однородной жидкости (д.ф.-м.н. Куттықожаев Ш.Н., к.ф.-м.н. Байтуленов Ж.);

– Разработана разностная схема для построения ортогональной криволинейной сетки в двухсвязной области. Создан пакет прикладных программ для построения ортогональных криволинейных сеток в двухсвязной области, для численного решения уравнений Навье-Стокса и пограничного слоя атмосферы в криволинейных системах координат (д.ф.-м.н. Темирбеков Н.М, Базарбекова А.);

– Построены градиентные методы решения некорректных начально-краевых задач для эллиптических и параболических уравнений и получены оценки скорости сильной сходимости метода наискорейшего спуска для некорректных начально-краевых задач, оценки условной - устойчивости решения обратной задачи восстановления граничных условий некорректных задач Коши в классе функций конечной гладкости (д.ф.м.н., Бектемисов М.А., д.ф.-м.н. Исаков К.Т., к.ф.-м.н. Нурсеитов Д.Б., к.ф.-м.н. Нурсеитова А.Т. и соисследователи: Сатымбеков А., Оралбекова Ж., Телгожаева Ф., Тюлебердинова Г.);

– исследованы задачи интегральной геометрии, построены конечно-разностные аппроксимации для многомерной задачи интегральной геометрии и получены оценки условной устойчивости (д.ф.м.н Баканов Г.Б.), [41-89].

В Институте математики МОН РК в этом направлении получены следующие результаты:

– В лаборатории волновой динамики Института математики МОН РК под руководством проф. Л.А. Алексеевой на основе теории обобщенных функций разработан метод сингулярных граничных интегральных уравнений для решения задач динамики упругих, термоупругих, электромагнитных и многокомпонентных сред [90-93]. Эти результаты были использованы для создания программных комплексов, необходимых в процессе анализа динамики подземных сооружений типа транспортных тоннелей и подземных трубопроводов при дифракции сейсмических волн и действии транспортных нагрузок. Их применение позволило определить критические скорости, при которых в сооружениях возникают разрушительные резонансные явления.

– Одним из важных факторов, влияющих на эффективность математического моделирования, является международная научная кооперация, позволяющая сочетать высокий уровень теоретических разработок в странах СНГ, в том числе

в Казахстане, с великолепной экспериментальной базой в странах дальнего зарубежья. Творческий коллектив, в который вошли ученые Института математики МОН РК под руководством академика НАН РК С.Н. Харина, Университета Западной Англии, Бристоль (проф. Х. Ноури, д-р С. Скачек), Технического университета Хемниц, Германия (проф. Д. Амфт), Вроцлавской политехники, Польша (проф. Б. Меджинский, д-р Г. Вишневский) и завода Искра-Стикала, Словения (д-р М. Бизяк) разработал ряд оригинальных и весьма полезных для электроаппаратостроения математических моделей. В частности, на базе задач стефановского типа построена динамическая модель теплофизических и электромагнитных явлений в вакуумных выключателях и мостиковых контактах, где показана важная роль давления металлического пара в процессе их замыкания [94, 96], а также математическая модель дуги в термохимических катодах [97]. Анализ условий неустойчивости дифференциальных уравнений, описывающих процесс горения электрической дуги, позволил разработать математическую теорию перехода дугового разряда в тлеющий, что дает возможность значительно увеличить срок службы и надежность работы электрических аппаратов [95].

– В лаборатории гидродинамики под руководством д.ф.-м.н. Ф. Наймановой разработана численная модель расчета смешения и горения водорода в сверхзвуковых струйных течениях. Математическая модель построена на основе трехмерных параболизованных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного многокомпонентного вязкого газа. Построена существенно неосцилирующая схема третьего порядка точности для решения уравнений Навье-Стокса многокомпонентной газовой смеси [98-100].

– В лаборатории компьютерного моделирования получены весьма интересные результаты по мультифрактальному анализу, методам математической морфологии и вычислительной топологии. Мультифрактальный формализм для изучения самоподобных сингулярных мер, позволил решить задачи классификации и распознавания образов с помощью гельдеровских показателей гладкости яркости или контраста. Методы математической морфологии были с успехом использованы для анализа крупномасштабных магнитных полей Солнца, полей радиационных загрязнений и сейсмических полей, а с помощью

вычислительной топологии был проведен анализ переполюсовок магнитного поля Солнца по синоптическим картам. [101-111].

В Казахстанско-Британском Техническом университете получены следующие результаты:

– доказано существование единственного глобального по времени решения начально-краевой задачи для линеаризованного уравнения Больцмана и локального по времени решения начально-краевой задачи для нелинейной системы моментных уравнений Больцмана и нелинейного уравнения Больцмана в пространстве функций, непрерывных по времени и суммируемых в квадрате по пространственным и скоростным переменным [112-114]. (Руководитель-проф. Ф.С. Сабакбеков).

– Разработана разностная схема для решения задачи распределения температуры и влаги в процессе замерзания многослойного грунта. Доказана ее устойчивость и сходимость, разработан алгоритм расчета, составлена программа и проведены численные эксперименты. С помощью вариационно-разностного метода решена обратная задача добычи нефти упругим способом по определению характеристик нефтяного пласта [115-116]. (Руководитель-проф. Б. Рысбайулы).

В серии работ [117-120], восполненных в Евразийском университете им. Гумилева под руководством академика НАН РК М. Отелбаева, разработан функционально-вариационный метод численного решения операторных уравнений, в том числе уравнений математической физики, основанный на новом способе построения минимизирующей последовательности, при подходящем выборе которой скорость сходимости будет геометрической прогрессией, если производная по Гато оператора обратима.

При применении описанного метода к дифференциальным операторам возникают трудности, связанные с наличием граничных условий, а также неограниченностью дифференциального оператора, для преодоления которых разработан специальный метод дополненных областей. Аналогичный подход можно использовать для численного решения обратных задач и вычисления собственных чисел несамосопряженных операторов и матриц.

В Казахстане развитие компьютерных технологий в нефтегазодобывающей отрасли активно ведутся по созданию систем:

а) автоматизированного анализа разработки нефтяных месторождений;

б) транспортировки

и проводятся под руководством д.т.н., академика НАН РК Б.Т. Жумагулова.

В ДГП «НИИ математики и механики» КазНУ им. аль-Фараби развиваются технологии моделирования процессов, протекающих в нефтегазонасыщенных пластах. Под руководством д.ф.-м.н. Жапбасбаева У.К. проводятся работы по моделированию повышения нефтеотдачи пластов способом радиального бурения и установлено:

1. Радиальный высокопроницаемый канал скважины создает повышенную депрессию и приводит к притоку жидкости из пласта с низкими фильтрационными свойствами.

2. Степень обводненности скважины снижается с ростом соотношения подвижности (отношение вязкости пластовой воды к вязкости нефти) и время прорыва пластовой воды к скважине увеличивается.

Под руководством д.ф.-м.н. Калтаева разработаны и созданы математическая модель и алгоритм для расчета оптимальной схемы размещения технологических скважин при добыче полезных ископаемых методом подземного скважинного выщелачивания. Проведено исследование влияния различных расположений скважин на эффективность добычи минерала. Разработаны физическая и математическая модели процесса притока жидкости к призабойной зоне скважины по трещинам. Получен метод решения задачи притока жидкости к призабойной зоне скважины по коллекторам, а также проведены результаты верификации модели и методов решения задачи.

Одним из направлений данных технологий является моделирование неизотермической фильтрации жидкости в пористой среде и создание соответствующего программного обеспечения, позволяющего оценивать характер и основные параметры закачки теплоносителей в пласт. Развитие данного направления за последние годы осуществлялось под руководством академика НИА РК д.ф.-м.н., профессора Данаева Н.Т. в группе с д.ф.-м.н. Мухамбетжановым С.Т., к.ф.-м.н. Ахмед-Заки Д.Ж. совместно с учеными из Института Гидродинамики СО РАН (д.ф.-м.н. Пенковский В.И. и к.ф.-м.н. Корсакова Н.К.), в частности, ими получены следующие основные результаты:

– построена математическая модель неизотермической фильтрации двухфазной жидкости с учетом кинетики теплообмена пласта и флюидами, и предложен алгоритм построения решения задачи;

– разработана математическая модель маскообменных процессов в прискважинной зоне пласта (применение ПАВ и полимеров) и предложен алгоритм построения решения задачи;

– исследованы влияние температурных эффектов на характер распределения удельного электрического сопротивления нефтенасыщенных пластов.

Исследования проводились в рамках программ фундаментальных, прикладных и рисковых научно-исследовательских работ финансируемых, как МОН РК, так и непосредственно НК КазМунайГаз. За последние два года осуществляется работа по внедрению результатов исследований на месторождениях ПФ «Эмбамунайгаз» «Восточный Молдабек» и «Жаиыкмунайгаз».

В области трубопроводного транспорта углеводородного сырья в НИИ ВЦ Национальной Инженерной Академии РК разработана и внедрена информационная система ForCon для решения задач перекачки вязких и высокозастывающих нефтесмесей по магистральным трубопроводам, нестационарных процессов остыивания нефтесмеси в трубопроводе при его остановке и мониторинга отдельных партий нефтесмесей при их продвижении по магистральному трубопроводу и другие (д.т.н. Б.Т.Жумагулов, к.ф.-м.н. Евсеева А.У., Нестеренкова Л.А. и др.).

Известно, что в 1999 году после падения второй ступени ракетоносителя «ПРОТОН К» на территорию Карагандинской области была создана межправительственная Казахстанско-Российская комиссия по ликвидации и оценке экологического ущерба от аварий. В то время ни экологи, ни химики не могли найти следов разлива токсичного ракетного топлива. С этой задачей справились математики, занимающиеся математическим и компьютерным моделированием естественных процессов (рук. - д.ф.-м.н. Абдибеков У.С.). Оценка экологического ущерба и нахождения ареалов выпадения ракетного топлива путем компьютерного моделирования, послужила научным обоснованием претензии Казахстана Российскому космическому агентству, а результаты моделирования были подтверждены Российской химиками. Последствия аварии

указали на необходимость интенсивного развития компьютерного моделирования.

В настоящее время в различных учреждениях РК ведутся работы по разработке **компьютерных технологий и программных комплексов для решения проблем экологической безопасности**.

По проекту «Разработка информационных технологий для решения экологических проблем Республики Казахстан» (Науч. рук. – д.т.н. Жумагулов Б.Т. и д.ф-м.н. Абдибеков У.С.) программы МОН РК «Международное сотрудничество в области науки на 2007-2009 годы» в ДГП «НИИ математики и механики» КазНУ им. аль-Фараби:

– Разработана математическая модель распространения частиц соли, позволяющая выполнить расчет полей скорости распространения, температуры, концентрации и произвести приближенную оценку соответствующих возмущений;

– Создан программный комплекс для моделирования динамических процессов распространения частиц соли в регионе Аральского моря. Решены задачи переноса и распределения частиц соли в регионе Аральского моря в зависимости от климатических, метеорологических и топографических условий и изменения локальных и глобальных метеорологических характеристик региона Аральского моря.

Ведутся исследования по программе проведения работ по развитию и совершенствованию системы экологического мониторинга космодрома «Байконур» совместно с Россией. Создана экспертная система «ЭКОС» оценки экологических инцидентов, происходящих в атмосфере, водной среде, антропогенного воздействия на глобальное изменение окружающей среды и прогноза их дальнейшего развития для принятия оперативных решений (д.ф.-м.н. Абдибеков У.С.). Разработанные модели и пакеты прикладных программ можно применить для:

– прогноза и оценки загрязнения окружающей среды в результате пролива ракетного топлива;

– выбросов в атмосферу радиоактивных веществ с территории полигонов и могильников ядерных захоронений;

– аварий на предприятиях химической промышленности;

– выбросов сырой нефти с буровых установок и нефтяных танкеров в открытое море;

– оценки ареала и определения миграций нефтяного пятна на поверхности по акватории моря;

– моделирования процессов горения нефтепродуктов и переноса продуктов горения в атмосфере.

В области математического моделирования задач экологии и процессов изменения климата под воздействием природных и антропогенных факторов в ДГП «НИИ математики механики» КазНУ им. аль-Фараби получены следующие результаты:

– Предложена трехмерная нестационарная математическая модель, учитывающая рельеф местности с параметризацией основных физических входных данных для локальных атмосферных процессов, с достаточной физической достоверностью описывающая деформацию климата под влиянием антропогенных факторов. По результатам исследований выпущена монография «Численное моделирование локальных атмосферных процессов» - Тараз, 2008.- 132 стр. (д.ф.-м.н. Данаев Н.Т. и д.ф.-м.н. Бакирбаев Б.Б.)

– Проведена модульная оценка влияния нефтегазовых производств Западного Казахстана на окружающую природную среду с учетом аварийных ситуаций (д.т.н. Айдосов Г.А.).

– Проведена разработка оптимизационных и равновесных эколого-экономических моделей и вычислительных методов по программам фундаментальных исследований МОН РК «Экологические концепции устойчивого развития открытой экономики», «Оптимизация коммуникационной инфраструктуры» и «Разработка эффективных алгоритмов построения замкнутых маршрутов» (д.ф.-м.н. С. Оспанов)

В АО «КАЗГЕОКОСМОС» группа специалистов Департамента Геоинформационного моделирования экологических процессов (ГИМЭП) под руководством проф. Э.А. Закарина разработала ряд уникальных моделей экологических процессов в Казахстанском Прикаспии, включая динамику его атмосферного и нефтяного загрязнений. Математическая база этих моделей основана на сложных системах уравнений в частных производных, таких как уравнения газодинамики, уравнения тепло- и массообмена, уравнения Фоккера-Планка и ряде других. Эти работы проводились в тесном сотрудничестве с АО НК «КазМунайГаз» и получили широкое практическое использование. Кроме этого были разработаны модели пыльных бурь Приаралья, загрязнения воздушного бассейна города, оценки продуктивности пахотных земель и ряд других.

Следует особо отметить высокий уровень результатов по моделированию переноса радиоактивных веществ на территории Семипалатинского ядерного полигона, выполненного в рамках проекта EnviroRISKS по гранту Европейского Сообщества, в который КАЗГЕОКОСМОС был включен наряду с такими всемирно известными научными центрами как Институт Макса Планка (Германия), Международный Институт Прикладного Системного Анализа (Австрия), Сибирский Научный Центр РАН [121-124].

В Восточно-Казахстанском государственном университете им. С. Аманжолова д.ф.-м.н. Темирбековым Н.М. и его учениками создана новая геоинформационная система (ГИС) для оценки влияния антропогенных источников загрязнения на качество атмосферного воздуха промышленного города. Преимущество новой ГИС технологии – использование уравнения пограничного слоя атмосферы, уравнение переноса и интегрированная среда разработки, обеспечивающая единую технологию обработки и представления данных и интерактивность процесса проектирования. Для решения этих уравнений предложены математически обоснованные разностные схемы и эффективные численные алгоритмы. Информационная система внедрена в Восточно-Казахстанском филиале «Казгидромет».

Вычислительные и информационные технологии для расчетов промышленных реакторов и гидротехнических сооружений разрабатываются на основе уравнений гидродинамики. В ДГП НИИ математики и механики д.ф.-м.н. Жапбасбаевым и его учениками при изучении движения и теплообмена термопластичных шликеров в формообразующей полости в процессах литья изделий из оксида бериллия установлены, что:

1. Наличие в составе потока паров воды и активных радикалов обеспечивает самовоспламенение с самого начала истечения, и диффузионный режим горения лимитируется смешением водородной струи с коаксиальным потоком воздуха.

2. Интенсивное протекание процесса при наличии задержки воспламенения повышает уровень максимального давления на стенке на 10% по сравнению вялым диффузионным режимом горения.

3. Найден закон изменения теплового потока по длине формообразующей полости, обеспечи-

вающий оптимальное условие литье керамических изделий из оксида берилля.

Результаты исследования обсуждены в международных научных конференциях в Новосибирске, Кракове и Всемирном Конгрессе математиков тюркоязычных стран и опубликованы в журналах «Вычислительная технология», “Quarterly Journal of Drilling, Oil and Gas” Krakow. 2009. Vol.26, N: 1-2. PP.69-79 и др.

По проекту «Разработка методов расчета турбулентности и турбулентного горения» (рук. д.ф.-м.н. Ершин Ш.А.) программы фундаментальных исследований на основе обобщений результатов проведенных исследований разработана модель единой теории турбулентных струй и горящего факела. Разработана математическая модель и методом малых возмущений проведен расчет распределения скорости и температуры в слое смешения двухфазных МГД потоков в поперечном магнитном поле. Разработана модель турбулентного горения на основе комбинированного LES-SGS-PDF.

По проекту «Разработка гидродинамических моделей и методов расчета процессов в дисперсных средах и суспензиях с физико-химическими превращениями» (проф. Калтаев А.Ж., проф. Жапбасбаев У.К.) получены распределения скорости, температуры, плотности, динамической вязкости, предельного напряжения сдвига шликара для радиальной фильеры установки литья. Получена структура фронта кристаллизации шликерной массы и показан, что темп кристаллизации зависит от режимных параметров и конструктивных данных фильеры. Выявлены законы изменения плотности теплового потока на стенке формообразующей полости и критерия Нуссельта для течения шликерной массы в круглой фильере. Создан программный комплекс для расчета массообменных процессов в пористых средах, который позволяет обрабатывать результаты любого эксперимента и находить на их основе важнейшие характеристики массообмена между жидким и твердым фазами в сорбционном слое, что и является целью данной работы. Он позволяет также выяснить общий характер протекания массообменных процессов в таких слоях.

Создание программных средств учебного назначения в настоящее время стало самостоятельным разделом математического моделирования в области образования. Почти во всех

ведущих учебных заведениях республики имеются коллективы, которые работают над созданием электронных учебников, мультимедийных обучающих программ и виртуальных лабораторий. В ДГП «НИИ математики и механики», который является одним из ведущих в этой отрасли, разработаны технологии создания учебников, тестового контроля, обучающих фильмов, созданы более 80 электронных учебников и мультимедийных обучающих программ по предметам средней школы и внедрены в учебных заведения РК.

Об аппаратно-программных высокопроизводительных вычислительных системах. В современном обществе высокие информационные технологии стали фундаментальной инфраструктурой, подобно энергетике, дорожным коммуникациям и другим, жизненно важным для экономики государства системам. Научное знание и информация становятся определяющим фактором общественной жизни и производства. В таком обществе, основанном на экономике знаний, значительная часть валового национального продукта создается в отраслях, непосредственно производящих новые знания, информационные блага и услуги, а также оборудование для передачи и обработки информации. В последнее десятилетие в мире наблюдается лавинообразное увеличение объема информации – каждые три четыре года он удваивается. Синхронно с этим процессом в ряде областей науки, техники и управления народно-хозяйственным комплексом появляется все больше задач, требующих для своего эффективного решения принципиально новых технологий обработки данных с предельно достижимыми значениями быстродействия средств вычислительной техники. Обладание все большими вычислительными мощностями имеет стратегическое значение для развитых государств, сравнимое со значением ракетно-ядерного потенциала. В связи с этим среди ведущих промышленных стран идет острое соперничество за обладание все более совершенными и сверхпроизводительными компьютерными технологиями, как важным стратегическим ресурсом обеспечения развития страны. Практически все развитые страны Запада имеют сегодня национальные программы создания компьютеров сверхвысокой производительности.

Экономическая самостоятельность республики требует незамедлительного налаживания собственной научноемкой инновационной отрасли

и внедрения высокопроизводительных кластерных технологий. Параллельно с этим должны быть интенсифицированы и усовершенствованы существующие технологии, принятые меры для повышения уровня республиканской науки, медицины, фармацевтической промышленности и пр.

В 2008 году на финансовые средства, выделенные Комитетом науки МОН РК, впервые в Казахстане в ДГП «Научно-исследовательский институт математики и механики» Казахского национального университета имени аль-Фараби был установлен и введен в эксплуатацию собственный вычислительный комплекс (URSA). Комплекс имеет один управляющий и четырнадцать вычислительных узлов. Узлы построены на базе платформы Intel и оснащены процессорами Pentium 4 Xeon с тактовой частотой 2 ГГц и оперативной памятью объемом 56 Гбайта. Управляющий узел соединен с локальной сетью института каналом Fast Ethernet (100 Мбит/с). Таким образом, вычислительная часть комплекса имеет 28 процессоров (112 ядер), и ее пиковая производительность составляет приблизительно 600 Гфлопс. Реальная производительность вычислительной системы, по результатам тестов на пакете LINPACK, составляет более 300 Гфлопс.

Развитие вычислительных ресурсов ДГП «НИИ ММ» осуществляется исходя из необходимости решения таких задач, как обеспечение сотрудников возможностью экспериментировать с написанием новых параллельных программ и распараллеливанием существующих, в том числе выполнять отладку и анализ производительности параллельного кода. При этом учитывается, что пользователям, возможно, придется проводить основные расчеты на удаленных вычислительных комплексах с различной архитектурой, построенных на различных платформах, поэтому локальный вычислительный комплекс позволяет интегрировать ресурсы с различными типами параллелизма, в частности, позволяя реализовывать модели, как с общей, так и с распределенной памятью, а также различные гибридные архитектуры.

Первый опыт использования установленного в институте вычислительного комплекса «URSA» связан с проведением параметрических расчетов на последовательных задачах. По мере повышения квалификации пользователей появились параллельные реализации и версии расчетных программ. Наличие собственного вычис-

лительного комплекса стимулировало создание среды для обмена повседневным опытом работы и совместного решения однотипных технических задач использования многопроцессорной вычислительной техники. Накопленный опыт реализуется в конкретных проектах, выполняемых сотрудниками института, а комплекс используется как для проведения относительно ресурсоемких, но не требующих суперкомпьютерных мощностей расчетов, так и для создания, отладки и анализа производительности параллельных программ.

Одной из первых задач, реализованных в институте, использующих параллельные вычисления на современной вычислительной технике, является разработка приложений и поддержка многопрофильных баз данных, конкретного тематического характера для реализации информационно-справочных систем автоматизированного управления и распределения ресурсов аппаратно-программного комплекса различными организационными структурами, а также обеспечения доступа к ним. В том числе и по каналам Интернет.

После установки кластера «URSA», в 2008 году коллективом научных сотрудников института разработан комплекс программ для решения трехмерного уравнения Пуассона, используемого при исследовании таких сложных задач, как проблемы турбулентного перемешивания, расчет гидродинамического давления, исследование атмосферного фронта, океанических течений и т.д. Применена самая актуальная на сегодняшний день и наиболее эффективная, с точки зрения повышения производительности сложных расчетов, технология параллельного программирования MPI в сочетании с директивами OpenMP, позволяющая реализовывать задачи с очень большим объемом данных. Благодаря использованию институтского многопроцессорного вычислительного комплекса URSA время расчета сократилось с 1-2 суток до 7-10 ч при том же уровне точности и детализации.

Важный класс задач, для решения которых применяются многопроцессорные системы, – это задачи криптографии и криптоанализа. Процедуры проверки статистических свойств криптографических генераторов и эффективности различных видов криптографических атак весьма трудоемки и требуют больших объемов вычислений на системах с большими объемами оперативной памяти. При этом такие процедуры достаточно

эффективно распараллеливаются. Применение многопроцессорных систем на этом классе задач позволяет существенно сократить время выполнения соответствующих процедур.

Многопроцессорные вычислительные комплексы активно используются в ДГП «НИИ ММ» в решении научно-исследовательских работ по следующим направлениям:

– Оценка распределения нефтенасыщенности в прискважинной зоне пласта в зависимости от начального значения нефтенасыщенности, зоны проникновения вытесняющей фазы и формирования температурного поля за счет закачки теплоносителя (горячей воды) в пласт.

– Расчет оптимального расположения скважин при добыче минералов методом подземного выщелачивания.

– Численное моделирование задач аэрогидродинамики (применительно к задачам экологии и метеорологии) одно из самых современных и наукоемких направлений исследований, развивающихся в ведущих странах мира. Прогресс этого направления определяет преимущественное развитие высокопроизводительных численных методов как инструментов познания окружающего мира.

Использование высокопроизводительной вычислительной системы позволяет уменьшить время расчета задачи и увеличить объемы обрабатываемой информации на порядки.

В настоящий момент можно констатировать, что в ДГП «НИИ ММ» происходит активное освоение современных многопроцессорных вычислительных систем, внедрение технологий параллельного программирования в решение задач математического и численного моделирования, криптографии и криptoанализа, задач оптимизации сложных систем. Этому способствуют активные связи института с крупными вычислительными центрами, наличие собственных многопроцессорных вычислительных комплексов, широкая образовательная деятельность в данном направлении. Особенно активно в процессы освоения современных вычислительных средств включаются молодые научные сотрудники. Все это открывает широкие перспективы для расширения областей применения высокопроизводительных вычислений в институте, их внедрения в процессы решения новых прикладных и фундаментальных научных задач, стоящих перед институтом и его коллективом, что, в свою очередь,

позволит повысить эффективность научно-исследовательской деятельности в ДГП «НИИ ММ».

Связи ДГП «НИИ математики и механики» КазНУ им. аль-Фараби с научными школами и сотрудничество с промышленными компаниями. В области вычислительных и информационных технологий ДГП «НИИ математики и механики» поддерживает широкие контакты с Институтом вычислительных технологий СО РАН (ИВТ СО РАН), Институтом гидродинамики СО РАН им. М.Лаврентьева, Институтом высоких технологий г. Штутгарт, Германия. За последние три года совместно с ИВТ СО РАН проведены 2 Международных конференции (Алматы – сентябрь 2008, Сербия, Черногория – сентябрь 2009 и два Совещания Российско-Казахстанской рабочей группы по вычислительным и информационным технологиям (2007 – Новосибирск, 2009 – Алматы). Сотрудники института ежегодно участвуют на семинаре по высокопроизводительным вычислениям, проводимого Институтом высоких технологий Штутгарт, Германия в Новосибирском научном центре.

По программе МОН РК «Международное сотрудничество в области науки и образования на 2007-2009 гг. в институте проводятся научные исследования по проектам:

– «Разработка комплекса программ по гидродинамическому исследованию и интерпретации данных электромагнитного зондирования при тепловом воздействии на нефте-газонасыщенные пласти» совместно с Институтом гидродинамики СО РАН (Рук. д.ф.-м.н. Данаев Н.Т.)

– «Алгоритм и программный комплекс для расчета схемы геотехнологического полигона и управления его работой при добыче полезных ископаемых методом подземного скважинного выщелачивания» совместно с Институтом нефти и газа им. Губкина, г. Москва (Рук. д.ф.-м.н. Орунханов М.К.)

ДГП «НИИ математики и механики» поддерживает научное сотрудничество со следующими компаниями:

1. Каспийский научный центр ТОО «Каспман Энерджи Ресерч», г. Атырау. (2008 г.)

Проект «Разработка теоретических основ вторичного метода добычи нефти» (Рук. д.ф.-м.н. Жапбасбаев У.К.)

2. АО РД «КазМунайГаз» Производственного филиала «Эмбумунайгаз», г.Атырау (2008-2009 гг.,

«Исследование параметров подбора оборудования эксплуатационной скважины (ШГНУ). Разработка комплекса программ по подбору и оптимизации работ штангово-глубинного насосного оборудования» (Рук. д.ф.-м.н. Данаев Н.Т.)

3. «Аждип ККО», г.Атырау (2007-2009 гг.). Проект «Создание мультимедийной обучающей программы казахскому языку в Интернет-приложении» (Рук. д.ф-м.н. Данаев).

Выводы и рекомендации

Тенденции развития мировой науки показывают, что вычислительная математика и математическое моделирование занимают особое место в научном мире, так как от их прогресса существенно зависит решение многих проблем во всех других областях науки. Анализ результатов, полученных казахстанскими математиками в этой области, позволяют сделать вывод о том, что их уровень по ряду направлений исследований не уступает результатам ведущих зарубежных научных школ. Об этом свидетельствует количество и качество публикаций в ведущих реферируемых журналах, а также индекс их цитируемости.

Наиболее актуальным и приоритетным направлением в области вычислительной математики остается, безусловно, разработка новых численных методов решения задач для уравнений в частных производных, где казахстанская школа получила широкое международное признание. Для дальнейшего прогресса в этом направлении целесообразна более тесная кооперация ученых, работающих в этой области, для обмена опытом и создания *временных научных коллективов* по решению актуальных для республики задач. В качестве объединяющего стимула можно рекомендовать создание *Республиканского банка алгоритмов и программ*, куда вошли бы не только собственные разработки, но и наилучшие зарубежные продукты, освоению которых могут помочь те казахстанские ученые, которые уже имеют опыт их применения. Вместе с тем следует наладить и поддерживать более тесный контакт с зарубежными научными центрами, стоящими в авангарде новых разработок, таких, например, как *мультигридные параллельные вычисления*, и особенно *квантовые вычисления*, использование которых, по оценке ведущих зарубежных специалистов,

могут привести к революции в области вычислительной математики. К сожалению, в Казахстане практически нет никакого опыта в этой области и его надо срочно приобретать.

В области **математического моделирования** успехи отечественной науки связаны в основном с моделями процессов в механике, физике и технике, которые описываются различными дифференциальными уравнениями. Спектр таких процессов достаточно широк, и было бы полезным сузить круг рассматриваемых задач, сконцентрировав усилия на тех, которые наиболее актуальны для Казахстана. К ним можно отнести моделирование процессов добычи нефти, газа, урана, меди и других полезных ископаемых, их локальное и глобальное влияние на экологию и инфраструктуру. *Моделирование экологических процессов* и космический мониторинг является относительно новым направлением в области математического моделирования, однако, казахстанские ученые добились здесь очень хороших результатов, получивших международное признание, поэтому, безусловно, развитие этого направления заслуживает всяческой поддержки. Особое место занимает экономико-математическое моделирование, которое является весьма важным для страны, особенно в период экономического кризиса. Здесь необходимо учесть взаимосвязь экономики с экологией таким образом, чтобы определить ограничения на параметры экономического роста в случае, когда они вызывают резкое ухудшение экологической ситуации. Таким образом, весьма актуальным и перспективным для Казахстана следует считать разработку *эколого-экономических математических моделей*. На их актуальность впервые обратил внимание лауреат Нобелевской премии В.В. Леонтьев, который считал, что чрезмерное увеличение объема текущего потребления природных ресурсов без учета интересов будущих поколений является одной из глобальных проблем. В. Леонтьев не противопоставляет понятия «рынок» и «план», он считает, что необходим определенный баланс между использованием рыночного механизма и регулирующей ролью государства, особенно в вопросах эколого-экономического равновесия.

Исследования в области нанотехнологий являются одним из приоритетных направлений науки в нашей республике. Математические модели, используемые в этой области, должны быть

основаны на сочетании глубокого осмыслиения физической сути протекающих микропроцессов с современным математическим аппаратом для их интерпретации, а также с наличием реального современного производства с использованием нанотехнологий. Однако наши результаты в этой области носят пока зачаточный характер. Это направление может стать плодотворным только в результате совместных усилий физиков, математиков и инженеров.

Вопросы финансирования отдельных научных направлений, принципы и критерии распределения средств среди исполнителей являются в последнее время предметом постоянных дискуссий в научной среде. Можно привести ряд примеров, в том числе и по математическому моделированию, когда малоизвестные исполнители получали для выполнения своих узкотематических проектов гораздо большее финансирование, чем исполнители высокого международного рейтинга. Подавляющее большинство ученых считает, что процесс распределения финансов должен быть предельно прозрачным и в этом процессе должны участвовать большинство известных ученых, а не отдельные личности, назначенные сверху.

Список использованных источников

1. <http://math.nist.gov/mcsd/Reports/2008/yearly/Yearly2008.pdf0>
2. *Mitchell W.* A Refinement-Tree Based Partitioning Method for Dynamic Load Balancing with Adaptively Refined Grids // Journal of Parallel and Distributed Computing. 2007.
3. *Лу Зулянг, Жанг Хонгвей.* Многосеточный V-циклический метод для потока вязкоупругой жидкости, удовлетворяющего уравнению состояния типа Олдройда-Б // Сибирский журнал вычислительной математики. 2008. Т. 11, № 1. С. 83-94.
4. *Здислав Камонт, Вожеч Черноус.* Неявные разностные методы для функциональных дифференциальных уравнений Гамильтона-Якоби // Сибирский журнал вычислительной математики. 2009. Т. 12, № 1. С. 57-70.
5. *Баженов В.Г., Игумнов Л.А.* Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов. М.: Физматлит, 2008. 352 с.
6. *Zakharov E.V., Kalinin A.V.* Algorithms and numerical analysis of dc fields in a piecewise-homogeneous medium by the boundary integral equation method // Computational Mathematics and Modeling. 2009. V. 20, N 3. P. 247-257.
7. *Вторушин Е.В.* Численное исследование модельной задачи деформирования упругопластического тела с трещиной при условии возможного контакта берегов // Сибирский математический журнал. 2006. Т. 9, № 4. С. 335-344.
8. *Kulikov G.M., Plotnikova S.V.* Non-linear Strain-displacement Equations Exactly Representing Large Rigid-body Motions. P. III. Analysis of TM Shells with Constraints, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2007. V. 196, № 7. P. 1203-1215.
9. *Nechaev O.V., Shurina E.P., Botchev M.A.* Multilevel Iterative Solvers for the Edge Finite Element Solution of the 3D Maxwell Equation, Computers&Mathematics with Applications. 2008. V. 55, N 10. P. 2346-2362.
10. *Klishko A.N.* The Phase Velocity of Acoustic Perturbations Near a Vibration Excitation Source // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. V. 72, N 3. P. 303-305.
11. *Dmitrochenko O.* Finite Elements Using Absolute Nodal Coordinates for Large-deformation Flexible Multibody Dynamica // Journal of Computational and Applied Mathematics. V. 215, N 2. P. 368-377.
12. *Matlybaev A.A., Marchesin D.* Hyperbolicity Singularities in Rarefaction Waves // Journal of Dynamics and Differential Equations. V. 20, N 1. P. 1-29.
13. *Lyalinov M.A.* The Far Field Asymptotics in the Problem of Diffraction of an Acoustic Plane Wave by an Impedance Cone // Russian Journal of Mathematical Physics. V. 16, N 2. P. 277-286.
14. *Sekerzh-Zenkovich S.Ya.* Simple Asymptotic Solution of the Cauchy-Poisson Problem for Head Waves // Russian Journal of Mathematical Physics. V. 16, N 2. P. 315-322.
15. *Bianchi D., Dobrokhotov S.Yu., Tirozzi B.* Asymptotics of Localized Solutions of the One-dimensional Wave Equation with Variable Velocity. II. Taking into Account a Source on the Right-hand Side and a Weak Dispersion // Russian Journal of Mathematical Physics. V. 15, N 4. P. 427-446.
16. *Gordienko V.M.* Hyperbolic System Equivalent to the Wave Equation // Siberian Mathematical Journal. V. 50, N 1. P. 14-21.
17. *Исмагилов Р.С., Костюченко А.Г.* Об асимптотике спектра неполуограниченного векторного оператора Штурма-Лиувилля // Функциональный анализ и его приложения. Т. 42, № 2. С. 11-22.
18. *Konnov I.V., Ali M.S.S., Mazurkevich E.O.* Regularization of Nonmonotone Variational Inequalities // Applied Mathematics and Optimization. V. 53, N 3. P. 311-330.
19. *Gelada P., Cupini G., Guidorzi M.* A Sharp Attainment Result for Nonconvex Variational Problem, Calculus of Variations and Partial Differential Equations. V. 20, N 3. P. 301-328.
20. *Одесский А.В., Соколов В.В.* О (2+1)-мерных системах гидродинамического типа, обладающих псевдопотенциалом с подвижными особенностями // Функциональный анализ и его приложения. Т. 42, N 3. С. 53-62.
21. *Zakharov E.V., Kalinin A.V.* Algorithms and numerical analysis of dc fields in a piecewise-homogeneous medium by the boundary integral equation method // Computational Mathematics and Modeling. 2009. V 20, N 3. P. 247-257.
22. *Carasso A., Vladar A.* Calibrating Image Roughness by Estimating Lipschitz Exponents, with Applications to Image Restoration // Optical Engineering. 2008. N 47(3). 037012. 13 p.
23. *Rust B.W., O'Leary D.P.* Residual Periodograms for Choosing Regularization Parameters for Ill-Posed Problems // Inverse Problems. 2008. 24, 034005.
24. *Discacciati M., Quarteroni A., Valli A.* Robin-Robin domain decomposition methods for the Stokes-Darcy coupling // SIAM J. Numer. Anal. 2007. 45(3):1246-1268.
25. *Girault V., Rivi B.* DG approximation of coupled Navier-Stokes and Darcy equations by Beaver-Joseph-Saffman interface condition // SIAM Journal on Numerical Analysis. To appear, 2009.

27. Hanspal N.S., Waghode A.N., Nassehi V., Wake-man R.J. Numerical analysis of coupled Stokes/Darcy shows in industrial filtrations // Transport in Porous Media. 2006. 64(1):1573{1634.
28. McFadden G.B., Coriell S.R., Gurski K.F., Cotrell D.L. Onset of Convection in Two Liquid Layers with Phase Change // Physics of Fluids. 2007. 19. 104109.
29. Cotrell D.L., McFadden G.B., Alder B.J. Instability in Pipe Flow // Proceedings of the National Academy of Science. 2008. 105. P. 428–430.
30. Cotrell, G. B. McFadden, B.J. Alder. Effect of an Axially-periodic Radius on the Linear Stability of Pipe Flow // Proceeding of the National Academy of Sciences. 2008. 105. P. 428-430.
31. Saman P. On the boundary condition at the surface of a porous me Prikladnaya Matematika i Informatika. 2008. N 30. P. 18-24.
32. Golovina S.G., Razborov A.G. Finding the unknown boundary in the initial boundary-value problem for the heat equation // Computational Mathematics and Modeling. 2008. V. 19, N 1. P. 116-132.
33. Lukshin A.V., Reznik B.I. Unique solvability of the inverse problems for the heat equation with nonlocal boundary condition // Computational Mathematics and Modeling. 2007. V. 18, N 1. P. 29-41.
34. Rivi B. Analysis of a multi-numerics/multi-physics problem // Numerical Mathematics and Advanced Applications. 2005. P. 726{735.
35. Карчевский А.Л. Корректная схема действий при численном решении обратной задачи оптимизационным методом // Сибирский математический журнал. 2008. Т. 11, № 2. Р. 139-149.
36. Lebecki K.M., Donahue M.J., Gutowski M.W. Periodic Boundary Conditions for Demagnetization Interactions in Micromagnetic Simulations // Journal of Physics D-Applied Physics. 2008. 41. N 175005 (10 pages).
37. Porter D.G., Donahue M.J. Precession Axis Modification to a Semi-analytical Landau-Lifshitz Solution Technique // Journal of Applied Physics. 2008. N 103(7). P. D920-1 to D920-3.
38. Shaw J.M., Russek S.E., Donahue M.J., Thomson T., Terris B.D., Olsen M., Schneider M. Reversal Mechanisms in Perpendicular Magnetic Nanostructures // Physical Review. 2008. B 78, N 024414.
39. Sims J.S., Hagstrom S.A. Math and Computational Science Issues in High-precision Hy-CI Calculations II. Kinetic Energy and Electron-nucleus Interaction Integrals // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. 2007. 40. P. 1575-1587.
40. Somma R., Boixo S., Barnum H., Knill E. Quantum Simulations of Classical Annealing Processes // Physical Review Letters. 2008. 101, 130504. 4 pages.
41. Danayev N.T., Ahmed-Zaki D.Zh. Influence of temperature of water to oil displacement // Wiertnictwo Nafta gaz – Krakow. Poland, 2007. V. 24/1. P. 135-143.
42. Жумагулов Б.Т., Кабанихин И., Мухамбетжанов С.Т., Сапенов Х.А. Моделирование вытеснения нефти с учетом массообменных процессов. Алматы: НИЦ Фыльм, 2007. 268 с.
43. Жумагулов Б.Т., Монахов В.Н. Гидродинамика нефтедобычи / ИА РК. Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева. Алматы: КазгосИНТИ, 2001. 336 с.
44. Zhabasbayev U.K., Asilbekov B.K., et. all. Modeling of reservoir process using the method of radial drilling // Archives of mining Sciences 52. Issue 2(2007). P. 237-245. Krakow, Poland.
45. Assilbekov B.K., Zhabasbayev U.K., Zolotukhin A.B. Modeling of two phase fluid filtration in reservoir with high permeability collector // Quarterly Journal of Drilling, Oil and Gas. Krakow, Poland, 2009. V. 26, № 1-2. P. 69-79.
46. Жапбасбаев У.К., Асилбеков Б.К., Озай Е.К. Исследование конусообразования воды при эксплуатации скважины в нефтенасыщенном пласте // Нефть и газ. 2008. № 5. С. 49-58.
47. Золотухин А.Б., Гудмestad У.Т. Применение теории нечетких множеств к количественной и качественной оценке риска // International Journal of Offshore and Polar Engineers (IJOPE). 2007. Т. 12, № 4. С. 288-296.
48. Yershin, Sh., Zhabasbaev U., Kaltayev A. About Some Problems of Oil Field in Western Kazakstan // Proceedings of 13-th International Scientific and Technical Conference "New Methods and Technologies in Petroleum Geology". Cracow, 20-21 June, 2006. 185-191 p.
49. Tungatarova M.S., Kaltayev A. The influence of wells location on deposit's excavation rate at ore extraction by the method of underground dissolution // Drilling, Oil, Gas. Poland. 2006. №23/1. С. 265-272.
50. Ualyiev Zhomart. Bakhbergen Bekbauov, Aidarkhan Kaltayev. «Simulation of Mass-transfer Process in Porous Media with Complex Shape», 21st ICEDERS. Poitiers, France July 23-27, 2007.
51. Абдабеков У.С., Жакебаев Д.Б., Жумагулов Б.Т. Численное моделирование турбулентного течения в цилиндре в присутствии центробежных сил // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, ч. 2. С. 102-108.
52. Абдабеков У.С., Жумагулов Б.Т., Сурапбергенов Б.Д. Численное моделирование турбулентных течений методом крупных вихрей // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12, № 4. С. 4-9.
53. Mukhametzhanov S.T., Ahmed-Zaki D.Zh. Modeling of a problem of phase transitions at not isothermal filtration and qualitative properties of the decision. Wiertnictwo Nafta gaz – Zakopane. Poland, 2008. V. 25/2. P. 541-549.
54. Danayev N.T., Ahmed-Zaki D.Zh., Mukhametzhanov S.T. Numeral modelling of influencing of temperature effects to oil displacement for systems of ring type of an arrangement of wells // Wiertnictwo Nafta gaz. Krakow, Poland, 2009.
55. Данаев Н.Т., Каишеваров А.А., Пеньковский В.И. Эффективность кислотной обработки прискважинной зоны с учетом капиллярного запирания пластовой воды // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 111-117.
56. Пеньковский В.И., Эпов М.И. К теории обработки данных электромагнитных зондирований в скважине // Докл. РАН. 2003. Т. 390, № 5. С. 685-687.
57. Danayev N.T., Ahmed-Zaki D.Zh. The usage of mathematical MLT model for the calculation of thermal filtration // Wiertnictwo Nafta gaz – Zakopane. Poland, 2006. V. 23/1. P. 149-154.
58. Ахмед-Заки Д.Ж., Данаев Н.Т. Температурные эффекты при вытеснении нефти водой и электромагнитное зондирование пластов // Вычислительные технологии, 2007. Т. 12, спец. вып. 12. С. 10-16.
59. Корсакова Н.К., Пеньковский В.И., Эпов М.И. Гидродинамическая и электромагнитная модель пластов, насыщенных нефтью и свободным газом // Докл. РАН. 2005. Т. 400, № 2. С. 200-203.

60. Энов М.И., Пеньковский В.И., Корсакова Н.К., Ельцов И.Н. Метод вероятностных сверток интерпретации данных электромагнитного зондирования пластов // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 6. С. 56-63.
61. Abdibekov U.S., Ametov O.A., Zhumagulov B.T. Second Order Closure of heat and Mass Transport Equation for shear turbulence // Mechanics. Poland, 2006. V. 25, N 2. P. 57-63.
62. Akzhalova A.Zh., Danyar Y. Aizhulov. Web Portal to Make Large-Scale Scientific Computations Based on Grid Computing and MPI // Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg. 2008. V. 4967. Book "Parallel Processing and Applied Mathematics". P. 888-893.
63. Makashev Ye.P., et al. Combustion of Hydrogen in Supersonic Stream at Coaxial Input of Fuel and Oxidizer in Cylindrical Chamber // Proc. XIII Int. Conf. On the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 2007. P. II. P. 216-221.
64. Zhapbasbayev U.K., Ramazanova G.I., Rakhmetova K.B. Numerical calculation of industrial problems // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2006. N 79. Springer, Berlin, Germany.
65. Zhapbasbayev U.K., Assilbekov B.. et. all. Modeling of reservoir process using the method of radial drilling // Archives of mining Sciences. 52, Issue 2(2007). H. 237-245. Krakow, Poland.
66. Assilbekov B.K., Zhapbasbayev U.K., Zolotukhin A.B. Modeling of two phase fluid filtration in reservoir with high permeability collector // Quarterly Journal of Drilling, Oil and Gas. Krakow, Poland, 2009. V. 26, N 1-2. P. 69-79.
67. Tungatarova M., Kaltayev A. The influence of wells location on deposit's excavation rate at ore extraction by the method of underground dissolution // Driling, oil, gas. Poland, Cracow, 2006. N 23/1. P. 265-272.
68. Zhomart Ualyiev, Bakhbergen Bekbauov, Aidarkhan Kaltayev. «Simulation of Mass-transfer Process in Porous Media with Complex Shape», 21st ICEDERS. Poitiers, France July 23-27, 2007.
69. Грант на 6 месяцев Polish National Commission for UNESCO для прохождения научной стажировки в AGH University of Science and Technology. 2008-2009 уч. г., сумма – 7620 PLN.
70. Жумагулов Б.Т., Абдибеков У.С., Жакебаев Д.Б. Численное моделирование турбулентного перемешивания однородной жидкости методом крупных вихрей // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14, № 2. С. 3-11.
71. Zhakebaev D.B., Abdibekov U.S., Ruprecht A. Simulation of the homogeneous liquid's turbulent motion by application of the large eddy's method // Nauka I studia. Poland, 2008. N 2. P. 21-31.
72. Жумагулов Б.Т., Абдибеков У.С., Каруна О.Л. Построение полуэмпирических моделей турбулентности для стратифицированной среды // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, ч. 2. С. 109-111.
73. Zhapbasbayev U.K., Ramazanova G.I., Rakhmetova K.B. Numerical calculation of industrial problems // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, Berlin, Germany, 2006. N 79.
74. Zhapbasbayev U.K., Rakhmetova K.B. A new Method for Analyzing of Process in Catalytic Converters // Proceedings of Inter. Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 7-13, 2006 Chicago.
75. Kaltayev A., Tungatarova M. The influence of wells location on deposit's excavation ... //AGH University of Science and Technology Press. Cracow, Poland, 2006. Drilling oil gas. Annual 23/1. P. 265-271.
76. Бакланов Д.И., Гвоздева Л.Г., Калтаев А., Щербак Н.Б. Переход горения в детонацию в турбулентном потоке в пульсирующем детонационном двигателе // Химическая физика. Изв. РАН. М., 2005. Т. 24, № 7. С. 5-12.
77. Mousa M.M., Kaltayev A. Homotopy Perturbation Pade Technique for Constructing Approximate and Exact Solutions of Boussinesq Equations Applied Mathematical Sciences, ISSN 1312-885X. 2009. V. 3, N 22. P. 1061–1069.
78. Mousa M.M., Kaltayev A. Constructing Approximate and Exact Solutions for Boussinesq Equations using Homotopy Perturbation Pade Technique // World Academy of Science, Engineering and Technology (WASET). ISSN 2070-3724. 2009. V. 50. P. 529-537.
79. Mousa M.M., Kaltayev A. A Comparison Study of a Symmetry Solution of Magneto-Elastico-Viscous Fluid along a Semi-Infinite Plate with Homotopy Perturbation Method and 4th Order Runge-Kutta Method. World Academy of Science // Engineering and Technology (WASET). ISSN 2070-3724. 2009. V. 55. P. 499-504.
80. Бектемесов М.А., Кабанихин С.И., Нурсеитова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы: Монография. Алматы-Новосибирск, 2006. 425 с.
81. Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Nurseitova A.T. Iterative methods for solving inverse and ill posed problems with data given on the part if the boundary. Publisher: Walter De Gruyter Inc, Germany, 2008. 450 p.
82. Кабанихин С.И., Искаков К.Т. Коэффициентные обратные задачи для гиперболических уравнений: Научное издание. Алматы: Даур, 2007. 227 с.
83. Iskakov K.T. Optimization method for solving two dimensional inverse problem for hyperbolic equation // "Conference on Applied Inverse Problems 2007: Theoretical and Computational Aspects". University of British Columbia Campus Vancouver, Canada. 24.06.07-29.06.07. P. 78-79.
84. Мухамбетжанов С.Т., Искаков К.Т., Телгожаева Ф.С. Об одной обратной задаче неизотермической фильтрации // Сб. докл. на Междунар. конф. «Обратные и некорректные задачи математической физики», посвящ. 75-летию акад. М. М. Лаврентьева. 20-25 августа 2007. Новосибирск, Россия.
85. Мухамбетжанов С.Т., Искаков К.Т., Оралбекова Ж.О. Об одной задаче теории фильтрации с учетом массообменных процессов // Сб. докл. на Междунар. конф. «Обратные и некорректные задачи математической физики», посвящ. 75-летию акад. М. М. Лаврентьева. 20-25 августа 2007 г. Новосибирск, Россия.
86. Искаков К.Т., Oralbekova J.O. Numerical methods for 2d Maxwell's equations // Тр. междунар. конф.. «Inverse Problems Modeling and Simulation». 26-30 May. Fethiye-Turkey. С. 75-77.
87. Бектемесов М.А., Кабанихин С.И., Нурсеитов Д.В. Оценка скорости сильной сходимости метода итерации Ландвебера для решения начально-краевой задачи для уравнения Лапласа // Междунар. конф. «Обратные некорректные задачи математической физики», посвящ. 75-летию акад. М. М. Лаврентьева. 20-25 августа 2007. Новосибирск, Россия.
88. Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A. Gradient methods for solving inverse problems // III-congress of the World mathematical society of Turkic countries. June 30-july 4, 2009.

89. Alexeyeva L.A. Time-Dependent Boundary Value Problems for Maxwell Equations and their Generalized Solutions, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications – I, Yokohama Publishers, 2006. P. 239-245.
90. Алексеева Л.А., Украинец В.Н. Динамика упругого полупространства с подкрепленной цилиндрической полостью при подвижных нагрузках // Прикладная механика. 2009. № 9. С. 75-85.
91. Украинец В.Н. Реакция земной поверхности на движущуюся в тоннеле нагрузку // Изв. РАН. Механика твёрдого тела. 2009. № 2. С. 101-107.
92. Sautbekov S., Nilsson B. Electromagnetic Scattering theory for Gratings Based on the Wiener-Hopf-Fock Method, Melville, New York, 2009. American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings, V. 1106. P. 110-117.
93. Kharin S.N., Nouri H., Amft D. Dynamics of Arc Phenomena at Closure of Electrical Contacts in Vacuum Circuit Breakers // IEEE Transactions on Plasma Science. 2005. V. 33, N 5. P. 1576-1581.
95. Nouri H., Miedzickski B., Kharin S.N., Więniewski G. Analysis and investigations of arc to glow discharge transformation under DC inductive load // Journal "Mechanizacja i Automatyzacja Gornistwa". Poland, 2008. N 8 (439). P. 1-22.
96. Kharin S.N., Nouri H., Bizjak M. Effect of Vapour Force at the Blow-open Process in Double-break Contacts // IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. March 2009. V. 32, N 1. P. 180-190.
97. Kharin S.N., Nouri H., Miedzinski B. Model of Electrical Arc on Thermo-chemical Cathodes // Proceedings of ISAM-2009. Islamabad, Pakistan, September, 2009.
98. Kamalova G.A., Messerle V.E., Naimanova A.Zh., Ustimenko A.B. Modelling of Turbulent Reacting Flows in Furnace Devices // Thermophysics and Aeromechanics. 2008. V. 15, N 1. P. 149-161.
99. Naimanova A.Zh. Numerical investigation of a supersonic flow with jet injection. Advances in High Performance Computing and Computational Sciences // Books: Springer, Berlin. Heidelberg, 2006. V. 93. P. 139-150.
100. Makashova A.P., Naimanova A.Zh. Numerical calculation of supersonic unexpanded jets in a cocurrent flow with the use of parabolized Navier-Stokes equations // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2008. V. 49, N 3. P. 391-399.
101. Karimova L., Kuandykov Y., Makarenko N., Novak M.M., Helama S. Fractal and topological dynamics for the analysis of paleoclimatic records // Physica A: Statistical and Theoretical Physics. 2007. V. 373. P. 737-746.
102. Makarenko N.G., L.M. Karimova, Novak M.M. Investigation of global solar magnetic field by computational topology methods // Physica A. 2007. 380. P. 98-108. 30*1.43/3=14.3.
103. Volobuev D.M., Makarenko N.G. Forecast of the Decadal Average Sunspot Number // Solar Phys. 2008. 249. P. 121-133.
104. Макаренко Н.Г., Круглун О.А., Макаренко И.Н., Каримова Л.М. Мультифрактальная сегментация данных дистанционного зондирования // Исследование Земли из Космоса. 2008. № 3. С. 1-9.
105. Круглун О.А., Каримова Л.М., Мухамеджанова С.А., Макаренко Н.Г. Мультифрактальный анализ и моделирование магнитограмм полного диска Солнца // Солнечно-земная физика. 2007. № 10. С. 32-43.
106. Макаренко Н.Г. Стохастическая динамика, Марковские модели и прогноз. Лекции по Нейроинформатике. М.: МИФИ, 2007. С. 52-95.
107. Макаренко Н.Г., Каримова Л.М. Современные нелинейные методы прогноза временных рядов // Эконофизика. Современная физика в поисках экономической теории / Под ред. В. В. Харитонова и А. А. Ежова. М., 2007. С. 316-352.
108. Helama S., Makarenko M.N.G., Karimova L.M., Kruglun O.A., Holopainen J., Mielikainen K., Timonen M., Merilainen J. & Eronen. Dendroclimatic transfer functions revisited: Little Ice Age and Medieval Warm Period summer temperatures reconstructed using artificial neural networks and linear algorithms // Ann. Geophys. 2009. V. 27. P. 1097-1111.
109. Макаренко Н.Г. Геометрия изображений // НЕЙРОИНФОРМАТИКА-2009 XI Всерос. научно-техн. конф. Лекции по Нейроинформатике. М.: МИФИ. С. 89-125.
110. Макаренко Н.Г. Современные методы обработки астрономических данных: геометрия из временных рядов // Астрономические исследования в Пулкове сегодня. СПб., 2009. С. 130-143.
111. Макаренко Н.Г., Князева И.С. Мультифрактальный анализ цифровых изображений // Изв. вузов. Прикладная Нелинейная Динамика. 2009. Т. 17. С. 84-97.
112. Sakabekov A., Auzhani E. Mass conservation law and Boltzmann's H-theorem for onedimensional nonlinear moment system equation of Boltzmann in second approximation // Вестник КБТУ. 2008. № 1(4). С. 65-72.
113. Сакабеков А., Аужани Е. О разрешимости в целом задачи Коши для одномерной системы моментных уравнений Больцмана // Междунар. конф., посвящ. 75-летию Лаврентьева М.М. Новосибирск, 2007.
114. Sakabekov A., Auzhani E. On the Boltzmann's onedimensional moment system equations. Theorem of existence. Numerical solution // Тр. междунар. конф. «Дифференциальные уравнения и моделирование». Алматы, 2009.
115. Жумагулов Е.Т., Рысбайулы Б., Адамов А.А. Сходимость разностной схемы для обобщенной задачи Стефана конвективного распространения влаги // Вестник НАН РК. 2007. № 5.
116. Рысбайулы Б., Исмагилов А. Определение коэффициента теплопроводности однородного грунта в процессе промерзания // Доклады НАН РК. 2008. № 2.
117. Отебаев М., Мухамбетжанов А.Т., Смагулов Ш.С. Об одном методе фиктивной области нелинейных краевых задач // Вычисл. техн. Т. 3, № 4. СО РАН. Новосибирск, 1998. С. 41-64.
118. Отебаев М., Смагулов Ш. О новом методе приближенных решений краевых задач в произвольной области // Докл. Акад. наук РФ. 2001. 378, № 4. С. 452-455.
119. Отебаев М., Смагулов Ш. О новом методе приближенных решений краевых задач в произвольной области // Докл. Акад. наук РФ. 2001. 378, № 4. С. 452-455.
120. Otelbaev M. The Application of Embedding and Continuation Theorems to Numerical Solution of Boundary Value Problems // Тихонов и современная математика: тезисы докл. междунар. научной конф. М., 2006. С. 194-195.
121. Zakarin E.A. GIS modelling of territorial processes using remote sensing data // Journal of Computational Technologies. 2006. V. 11, p. 3, special issue. P. 59-67.

122. *Zakarin E.A., Dedova T.V.* Development of GIS Technology for Monitoring and Modeling of Dust Storm // Enviro-RISKS: Man-induced Environmental Risks: Monitoring, Management and Remediation of Man-made Changes in Siberia // Ed. A. Baklanov. DMI Scientific Report. 2006. 25-06. P. 33-35.
123. *Zakarin E.A., Mirkarimova B.M., Abdurakhmanova N.N.* Development of GIS-technology for Solution of Agricultural Tasks // Enviro-RISKS: Man-induced Environmental Risks: Monitoring, Management and Remediation of Man-made Changes in Siberia / Ed. A. Baklanov. DMI Scientific Report. 2006. 25-06. P. 63-66.
124. *Zakarin E.A., Mirkarimova B.M., Dedova T.V.* Geoinformation Models of Air Pollution of Aral-Caspian Area. Almaty: Publisher "SaGa", 2007. 108 p.
125. *Ospanov C.C.* Критерий оптимальности псевдополиномиального алгоритма сжатия для решения задачи коммивояжера // Мат-лы Междун. научно-практ. конф. «Теория и вычислительные методы». Астана, 2007.
126. *Ospanov S.* Method of pressure with pseudopolynomial complexity estimator for commercial traveler problem (CTP) // Мат-лы Междун. научно-практ. конф. «Of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries». Almaty, 2009.