Сказанное вместе с *принципом тд-относительности*, который обсуждался в работе [2], приводит к необходимости принять в КТД следующую *аксиому р-относительности*:

■ при идентичных измерениях в различных ПСО составляющие x_1 и x_2 механической двойки α (соответственно тд-параметры p и υ) не являются р-скалярными величинами, но составляющие x_3 и x_4 термической двойки β (параметры T и s) будут р-скалярами.

4° Согласно сформулированному в [2] общему принципу при проведении идентичных измерений в различных ПСО для величин из тд-состояния $\tilde{\omega} \triangleq \{p,\upsilon,T,s\}$ осуществимы только преобразования, изоморфные преобразованиям по сдвигу. Но и из их числа в КТД по принимаемому здесь *принципу р-преобразования* допускаются к рассмотрению только такие преобразования, которые обладают следующими свойствами:

■ 1) р-преобразования образуют группу, так что выполняются условия их непрерывности и взаимнооднозначности; это конкретизируется в первом требовании принципа к р-преобразованию: якобиан р-преобразования – единица всегда: $J_p \equiv 1$;

2) условие сопряжённости р-параметров выражается во втором требовании принципа (свойство-II сопряжённости): диадные произведения составляющих каждой двойки α и β являются инвариантами р-преобразования; это означает следующее:

$$\xi \triangleq (x_1 \bullet x_2) = \text{scalp}, \ \eta \triangleq (x_3 \bullet x_4) = \text{scalp}. \qquad (2)$$

Принятие условия (2) означает установление связей между переменными отдельно внутри каждой из двоек *α* и *β*. При этом одна из переменных каждой двойки будет оставаться лагранжевой переменной, в то время как вторая становится гамильтоновой переменной. Для механической двойки этот выбор произволен. Не умаляя общности рассмотрения, для определённости введём условие «атмосферного измерения» (см. работу [4]): $x_2 \to x_2$. А для термической двойки выбор гамильтоновой переменной предрешён (см. там же): $x_4 \to x_4$. Таким образом будем иметь:

$$\omega \triangleq \{\alpha,\beta\} \to \omega \triangleq \{\alpha,\beta\}, \text{ где}$$

$$\alpha \triangleq \{x_1, x_2\}, \beta \triangleq \{x_3, x_4\}.$$

Замечания: 1) именно здесь (в составе принципа р-преобразования) содержится принятие ξ-аксиома (о ней см. в работе [2]); 2) символ «scalp» применён для обозначения р-скалярной величины.

5° Произвольная функция $f=f(y_1, y_2, y_3, y_4)$ четырёх переменных с помощью формальной замены $y_i \to x_i$ (i=1,…,4) образовывается функция т.н. х-*величин*: f=f(**x**). Для краткости принято обозначение: $\mathbf{x} \triangleq (x_1, x_2, x_3, x_4)$.

В КТД находят своё применение такие функции х-величин, которые образуют класс $\{f\}_\Delta$ по признаку выполнимости для них следующего *принципа р-приращения*.

■ Функция х-величин f=f(**x**) относится к классу $\{f\}_\Delta$, если значение Δf её приращения всегда есть р-скаляр, т.е.

$$\Delta f \triangleq [f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^{(1)})] = \text{scalp},$$

для $\forall$ **x** и при произвольно фиксированном $\mathbf{x}^{(1)}$, где **x** и $\mathbf{x}^{(1)}$ из области определения функции f.

Класс $\{f\}_\Delta$ чересчур широк для использования в КТД. Далее, последовательно налагая ограничительные условия, проведём в $\{f\}_\Delta$ процедуру уточнения типа используемых в КТД функций.

6° Будем говорить о функции f=f(**x**) из $\{f\}_\Delta$ как об аддитивной функции с р-приращением (обозначение *АФ*), если она допускает своё представление в следующей форме: f=φ+ψ, – где

$$\varphi \triangleq f^{(2)}(\xi,\eta), \ \psi \triangleq f^{(4)}(\mathbf{x}). \qquad (3)$$

Рассмотрим далее только те f из $\{f\}_\Delta$, которые являются АФ, тем самым образуя т.н. аддитивный тип функций $\{f\}_{\varphi+\phi}$:

$$f \in \{f\}_\Delta \text{ и } f = \varphi+\psi: \Rightarrow f \in \{f\}_{\varphi+\phi}. \qquad (4)$$

7° Очевидно, что первое слагаемое АФ – функция φ – является р-скалярной функцией, т.е. все её значения являются р-скалярами.

Второе слагаемое $\{f_a\}_{\varphi+\phi}$ – функция ψ – всегда должна удовлетворять некоторому соотношению типа уравнения с неопределённым свободным членом:

$$f^{(4)}(\mathbf{x}) = c, \qquad (5)$$

– где постоянная «c» в правой части (6) является произвольной до момента полного определения функции f в постановке конкретной задачи, но эта постоянная не является обязательно p-скалярной величиной.

8° Переменные $\mathbf{x} \triangleq \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ сопряжены внутри каждой из двоек α и β, но, вообще говоря, считаются независимыми переменными (в смысле канонических переменных: [3-4]). Как следствие выполнения условия (5) надо заметить, что число независимых переменных уменьшается с четырёх до трёх, тем самым переводя одну переменную в ранг параметра задачи.

В работе [4] приводится обоснование того, что такой переменной будет четвёртая переменная, т.е. $x_4 \to |x_4$. Будем использовать старое обозначение для совокупности математических переменных и параметра, имея в виду, что

$$\mathbf{x} \triangleq (x_1, x_2, x_3 | x_4). \qquad (6)$$

Итак, под выражением «f из $\{f\}_{\varphi+\phi}$» будет пониматься совместное выполнение условий и определений (3?6).

9° Пусть задана некоторая функция f из $\{f\}_{\varphi+\phi}$. И пусть выяснится, что согласно некоторому условию произвольная постоянная в правой части (6) является неотрицательным p-скаляром: $c \triangleq c_p = (\mathrm{scal}p \geq 0)$. С учётом этого обстоятельства, которое фиксируется индексом «p», запишем (6) в следующем виде:

$$\psi \triangleq f^{(4)}(x_1, x_2, x_3 | x_4) = c_p. \qquad (7)$$

Сократим тип $\{f\}_{\varphi+\phi}$: $\{f\}_{\varphi+\phi} \to \{f\}_p$, $\{f\}_p \subset \{f\}_{\varphi+\phi}$. Теперь будем понимать под выражением «f из $\{f\}_p$» задание f из $\{f\}_{\varphi+\phi}$, но со свойством $\{c_p\}$, т.е. так, что должен будет выполняться стандарт (7).

10° Только на следующем, т.н. *содержательном этапе* построения КТД (об этом понятии см. [3]) выяснится то обстоятельство, что *процедура сравнения теоретически полученного и феноменологического уравнений состояния* (об этом понятии см. [4]) ещё больше сужает тип $\{f\}_p$.

11° Если говорить вообще, то, строго подходя к соблюдению свойства ковариантности вида вводимых функций относительно p-преобразований, легко согласиться с тем, что

■ допустимым к рассмотрению в КТД будет не все те f из $\{f\}_p$, второе слагаемое ψ которых определяется по условию (7), а те АФ $\in \{f\}_p$, второе слагаемое которых будет определяться условием:

$$\psi_p^{(1)} \triangleq f^{(1)}(x_3 | x_4) = c_p. \qquad (8)$$

Отношение (8) – двустороннее p-скалярное отношение. Поэтому безоговорочно к рассмотрению в КТД допускаются именно такие функции, которые – будем говорить – относятся к типу 1: $\{1\} \triangleq \{f_p^{(1)}\}$, – когда $f = \varphi + \psi_p^{(1)}$ и где $\psi_p^{(1)}$ определяется условием (8).

12° Условие (8) – весьма строгое условие. Оно ограничивает по *процедуре сравнения семейство* $\widetilde{F}$, оставляя вне рамок рассмотрения ряд важных феноменологических моделей, таких, например, как модель Ван-дер-Ваальса. Чтобы расширить для сравнения семейство $\widetilde{F}$, надо обоснованно ослабить требование (8).

В данном случае укажем на то, что следствием допустимого нарушения *принципа аддитивности тд-системы* [10] будет возможность ослабить требование (8) к допускаемым к рассмотрению в КТД функциям следующим образом:

■ в КТД к рассмотрению (помимо f из {1}) допускаются те f из $\{f\}_p$, второе слагаемое которых определяется следующим условием:

$$\psi_p^{(2)} \triangleq f_p^{(1)}(x_3 | x_4) \times [1 + \alpha_N(x_2)] = c_p. \qquad (9)$$

Замечания: 1) при $\alpha_N(x_2) \equiv 0$ условия (8-9) совпадают, но будем различать эти типы функций, полагая, что $\alpha_N(x_2)$ не равна нулю тождественно в области её определения; 2) отношение (9) p-скалярно только в правой части.

В выражении (9), во-первых, введён параметр задачи N, физическим прообразом которого служит величина «N» – число частиц в локальной системе (см. по этому поводу [4: *Дополения*]). А, во-вторых, функция $\alpha_N(x_2)$ имеет ограниче-

ние по порядку малости величины: если $\alpha_N \triangleq \mathrm{Sup}\{|\alpha_N(x_2)|\}$, то

$$\alpha_N = O(N^{-1}), \qquad (10)$$

т.е. α_N – величина бесконечно малая порядка величины N^{-1}.

Будем говорить, что такие f из $\{f\}_p$, которые имеют структуру: $f=\varphi+\psi_p^{(2)}$, где $\psi_p^{(2)}$ определено в (9), – образуют допустимый в КТД тип 2: $\{2\} \triangleq \{f_p^{(2)}\}$, – при условиях (10).

Заключение

К дальнейшему рассмотрению в КТД допускаются два типа функций:

$\{1\}$: $f=\varphi+\psi_p^{(1)}$;

$\{2\}$: функции, *допустимые по аддитивности:* $f=\varphi+\psi_p^{(2)}$; при этом должны выполняться условия (11) и не может быть $\alpha_N(x_2)?0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ярмухамедов Е.Г.* Плотность молекул в средней атмосфере. Ч.II. – Алматы: Известия НАН РК (физ.-мат.), 2006, № 4.
2. *Ярмухамедов Е.Г.* Принципы обобщения задачи атмосферной плотности. // Вестник, сер. фмн. – Алматы: КазНПУ, №1, 2007.
3. *Ярмухамедов Е.Г.* Вопросы построения физической теории. // Вестник, сер. фмн – Алматы: КазНПУ, № 2, 2007.
4. *Ярмухамедов Е.Г.* Эволюция типа переменног в КТД и метод сравнения. // Вестник, сер. фмн – Алматы: КазНПУ, № 2, 2007.
5. *Зубарев Д.Н.* Неравновесная статистическая термодинамика. – М: Наука, 1971. – С. 125-126.
6. *Kubo R.* // J. Phys. Soc. Japan, **12**, 570, 1957. // Вопросы квантовой теории необратимых процессов. – М.: ИЛ, 1961.
7. *Kubo R., Yokoto M., Nakajima S.* //J. Phys. Soc. Japan, **12**, 570, 1957. // Вопросы квант. теории необратимых процессов. – М.: ИЛ, 1961.
8. *Kubo R.* // Proc. Int. Sympos. on Stat. Mech. and Thermodynamics. - Aachen, 1964-65.
9. *Kubo R.* // Термодинамика необратимых процессов. – М.: ИЛ, 1962.
10. *Квасников И.А.* ТД и СФ. Теория равновесных систем. – М.: МГУ, 1991. – С. 30.

Резюме

р-түрлендіруі туралы ковариантты термодинамикалық теориясын жасаудың формалды негізделуі тексеріледі. Белгілі термодинамикадағы ортадағы үшпараметрлік модельдердің талқылауы жұмысының нәтижесін қорыту үшін осылай жасау қажет болады, сонда ол гео- мен астрофизика салаларында тікелей қолданылады.

Summary

Here is the formal construction thermodynamics should be covariant about so-called p-transformations examined in order to generalized the result [1] in the fields of geo- and astrophysics.

Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова МОН РК

Поступила 20.04.2007 г.