А. С. АЖИБЕКОВА

(Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Республика Казахстан)

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА УПРУГОЕМКОСТИ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Аннотация

В работе рассматривается математическая модель нестационарной фильтрации нефти к скважине в кру-говом резервуаре. Для определения коэффициента упругоемкости пласта решается обратная коэффициентная задача. Предложен вычислительный алгоритм расчета коэффициента упругоемкости пласта. Доказана огра-ниченность приближенного значения коэффициента упругоемкости пласта и монотонность минимизируе-мого функционала.

Ключевые слова: коэффициентная обратная задача, фильтрация, итерационный метод.

Кілт сөздер: коэффициенттік кері есеп, сүзілу, итерациялық әдіс.

Keywords: coefficient inverse problem, filtration, iterative method.

Из существующих гидродинамических методов наиболее точными являются методы опреде-ления фильтрационных параметров пластов и скважин по наблюдениям неустановившихся ре-жимов их работы и взаимодействия [1]. Методы исследования пластов и скважин, основанные на изучении неустановившихся процессов изменения забойного давления в скважинах связаны с теорией упругого режима добычи нефти. Значительный вклад в развитие этих методов внесли М. Маскет, Г. И. Баренблатт, К. С. Басниев, И. А. Чарный, В. Н. Щелкачев и др. Разработка и обоснование математических моделей физических процессов тесно связана с решением обратных задач для дифференциальных уравнений. Обратные задачи математической физики часто оказы-ваются в классическом смысле поставленными некорректно. С этой особенностью обратных задач связаны основные трудности построения эффективных вычислительных алгоритмов. В этой работе рассматривается задача нестационарной фильтрации нефти к скважине в круговом резервуаре [2-4]. Чтобы определить фильтрационные параметры, в частности, коэффициента упругоемкости пласта, решаем обратную коэффициентную задачу минимизации функционала невязки между наблюдаемыми и расчетными значениями давления [5].

В этой работе рассматривается задача нестационарной фильтрации нефти к скважине в круговом резервуаре. Чтобы определить фильтрационные параметры, в частности, коэффициента упругоемкости пласта, решаем обратную коэффициентную задачу минимизации функционала невязки между наблюдаемыми и расчетными значениями давления [1].

1. Нестационарная фильтрация нефти к скважине в круговом резервуаре [3] описывается дифференциальным уравнением:

$$\beta \frac{\partial P(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rk}{\mu}\frac{\partial P(r,t)}{\partial r}\right),\ r_c < r < R,\ 0 < t \le T, \quad (1)$$

с граничными условиями:

$$\left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial P(r,t)}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=r_C} = \frac{q(t)}{2\pi H r_c},\ P(R,t) = P_K,\ 0 < t \le T, \quad (2)$$

и начальным условием:

$$P(r,0) = P_0(r),\ r_c < r < R. \quad (3)$$

где $P = P(r,t)$ давление, $q(t)$ дебит скважины, k проницаемость пласта, H толщина пласта, β коэф-фициент упругоемкости, μ вязкость нефти, P_K пластовое давление, T время эксперимента, $P_0(r)$ начальное распределение давления в пласте, r_c и R радиусы скважины и пласта, соответственно.

Задача (1)–(3) решается методом конечных разностей [6]. В дискретной области: $Q_N^m = \{r_i = r_c + i\cdot\Delta r, t_j = j\cdot\Delta t, i = 1,2,...,N;\ j = 0,1,...,m\}$ строится неявная конечная разностная

схема, аппроксимирующая задачу (1)–(3):

$$\beta \frac{Y_i^{j+1} - Y_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{r_i}\frac{k}{\mu}\frac{r_i Y_{ir}^{j+1} - r_{i-1}Y_{i\bar{r}}^{j+1}}{\Delta r},\ i = 1,...,N-1,\ j = 0,1,...,m-1; \quad (4)$$

$$2\pi H\frac{k}{\mu} r_c Y_{1\bar{r}}^{j+1} = q^{j+1},\ Y_N^{j+1} = 0,\ j = 0,1,...,m-1; \quad (5)$$

$$Y_i^0 = P_0(r_i) - P_K,\ i = 0,1,...,N. \quad (6)$$

Для определения коэффициента упругоемкости β дополнительно известно изменение забой-ного давления: $P_z(t_j)$, $j = 0,1,\ldots,m$.

Строится итерационная последовательность для минимизации функционала:

$$J(\beta) = \sum_{j=0}^{m-1}\left(Y_0^{j+1} - P_z^{j+1}\right)^2 \Delta t, \quad (7)$$

где Y_0^{j+1} расчетные значения забойного давления, P_z^{j+1} наблюдаемые значения забойного давления.

Задается начальное значение упругоемкости β_n (n = 0). Следующее значение β_{n+1} опреде-ляется из монотонности функционала (7). То есть β_{n+1} подбирается так, чтобы имело место неравенство $J(\beta_{n+1}) < J(\beta_n)$.

Из этого условия выводится итерационная формула расчета β_{n+1}.

$$\beta_{n+1} = \beta_n + \frac{\gamma_n}{\beta}\left(\sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=1}^{N}\frac{k\,r_{i-1}}{\mu}Y_{i\bar{r}}^{j+1}U_{i\bar{r}}^{j}\Delta r\Delta t + \sum_{j=0}^{m-1}\frac{q^{j+1}}{2\pi H}U_0^j\Delta t\right). \tag{8}$$

2. Априорные оценки для решения прямой задачи. Введем обозначения:

$$\|f\|^2 = \sum_{i=1}^{N-1}(f_i)^2\Delta r\,,\ \|f]^2 = \sum_{i=1}^{N}(f_i)^2\Delta r\,.$$

Из уравнения (4) после некоторых преобразований получаем:

$$2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=0}^{j} r_i\beta Y_{i\bar{t}}^{j+1}Y_i^{j+1}\Delta t\Delta r = 2\sum_{j=0}^{j}\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{k\,r_i}{\mu}Y_{ir}^{j+1}\right)_{\bar{r}}Y_i^{j+1}\Delta t\Delta r\,.$$

Применяя формулу суммирования по частям к полученному уравнению и учитывая граничные условия (5), получим неравенство:

$$\beta\left\|\sqrt{r}\,Y^{j+1}\right\|^2 + 2\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar{r}}^{j+1}\right]^2\Delta t \le \beta\left\|\sqrt{r}\,Y^0\right\|^2 - \sum_{j=0}^{j}A^{j+1}Y_0^{j+1}\Delta t\,.$$

Здесь $A^{j+1} = \dfrac{q^{j+1}}{\pi H}$.

Применяя неравенство Коши, выводим:

$$\beta\left\|\sqrt{r}\,Y^{j+1}\right\|^2 + 2\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar{r}}^{j+1}\right]^2\Delta t \le \beta\left\|\sqrt{r}\,Y^0\right\|^2 + \frac{\varepsilon}{2}\ln\frac{R}{r_c}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar{r}}^{j+1}\right]^2\Delta t + \frac{1}{2\varepsilon}\sum_{j=0}^{j}\left(A^{j+1}\right)^2\Delta t\,.$$

Пусть $\dfrac{k}{\mu} = \dfrac{\varepsilon}{2}\ln\dfrac{R}{r_c}$. Тогда

$$\beta\left\|\sqrt{r}\,Y^{j+1}\right\|^2 + \frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar{r}}^{j+1}\right]^2\Delta t \le \beta\left\|\sqrt{r}\,Y^0\right\|^2 + \frac{\mu}{4k}\ln\frac{R}{r_c}\sum_{j=0}^{j}\left(A^{j+1}\right)^2\Delta t \le c_1(1+\beta),$$

где $c_1 = \max\left\{\left\|\sqrt{r}\,Y^0\right\|^2, \dfrac{\mu}{4k}\ln\dfrac{R}{r_c}\sum_{j=0}^{j}\left(A^{j+1}\right)^2\Delta t\right\}$.

Лемма 1. Пусть $P_0(r)\in L_2(r_c,R)$, $q(t)\in L_2(0,T)$. Тогда для решения задачи (4)–(6) имеют место оценки:

$$\max_j\left\|\sqrt{r}\,Y^{j+1}\right\|^2\beta+\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar r}^{j+1}\right]^2\Delta t\le c_1(1+\beta),\quad \sum_{j=0}^{j}\left(Y_0^{j+1}\right)^2\Delta t\le c_2(1+\beta),$$

где $c_2=c_1\dfrac{\mu}{k}\ln\dfrac{R}{r_c}$.

3. Априорные оценки для решения сопряженной задачи. Сопряженная задача прямой разностной задачи имеет следующий вид:

$$\beta U_{i\bar t}^{j+1}+\frac{1}{r_i}\left(\frac{kr_i}{\mu}U_{ir}^{j}\right)_{\bar r}=0\,,\ i=1,\ldots,N-1\,,\ j=m-1,m-2,\ldots,0\,; \tag{9}$$

$$\frac{k\,r_0}{\mu}U_{1\bar r}^{j}=2\left(Y_0^{j+1}-P_z^{j+1}\right),\ U_N^{j}=0\,,\ j=m-1,m-2,\ldots,0\,; \tag{10}$$

$$U_i^{m}=0\,,\ \ i=0,1,\ldots,N\,. \tag{11}$$

Преобразуя (9) и применяя к полученному уравнению формулы суммирования по частям и учитывая граничное условие (10), получим неравенство:

$$\beta\left\|\sqrt{r}U^j\right\|^2+2\frac{k}{\mu}\sum_{j=j}^{m-1}\left\|\sqrt{r}U_{\bar r}^{j}\right]^2\Delta t\le 4\sum_{j=j}^{m-1}\left|Y_0^{j+1}-P_z^{j+1}\right|\left|U_0^{j}\right|\Delta t\,.$$

Применяя неравенство Коши, выводим:

$$\beta\left\|\sqrt{r}U^j\right\|^2+2\frac{k}{\mu}\sum_{j=j}^{m-1}\left\|\sqrt{r}U_{\bar r}^{j}\right]^2\Delta t\le\frac{2}{\varepsilon}\sum_{j=j}^{m-1}\left|Y_0^{j+1}\right|^2\Delta t+\frac{2}{\varepsilon}\sum_{j=j}^{m-1}\left|P_z^{j+1}\right|^2\Delta t+4\varepsilon\sum_{j=j}^{m-1}\left|U_0^{j}\right|^2\Delta t\,.$$

Но $\sum_{j=j}^{m-1}\left|U_0^j\right|^2\Delta t\le\ln\dfrac{R}{r_c}\sum_{j=j}^{m-1}\sum_{i=1}^{N}r_i\left(U_{i\bar r}^{j}\right)^2\Delta r\Delta t$. Поэтому после соответствующего подбора ε, полу-чим равенство:

$$\beta\left\|\sqrt{r}U^j\right\|^2+\frac{k}{\mu}\sum_{j=j}^{m-1}\left\|\sqrt{r}U_{\bar r}^{j}\right]^2\Delta t\le\frac{8\mu}{k}\ln\frac{R}{r_c}\sum_{j=j}^{m-1}\left(\left|Y_0^{j+1}\right|^2+\left|P_z^{j+1}\right|^2\right)\Delta t\,.$$

Лемма 2. Пусть $P_0(r)\in L_2(r_c,R)$, $q(t),P_z(t)\in L_2(0,T)$. Тогда для решения задачи (9)–(11) имеют место оценки:

$$\max_j\left\|\sqrt{r}U^j\right\|^2\beta+\frac{k}{\mu}\sum_{j=j}^{m-1}\left\|\sqrt{r}U_{\bar r}^{j}\right]^2\Delta t\le c_3(1+\beta),\quad \sum_{j=j}^{m-1}\left(U_0^{j}\right)^2\Delta t\le c_4(1+\beta),$$

где
$$2c_3=\max\left\{\frac{8\mu}{k}\ln\frac{R}{r_c}c_2,\frac{8\mu}{k}\ln\frac{R}{r_c}\sum_{j=j}^{m-1}\left(P_z^{j+1}\right)^2\Delta t\right\},\ c_4=c_3\frac{\mu}{k}\ln\frac{R}{r_c}\,.$$

4. Ограниченность коэффициента упругоемкости. Из (8) следует неравенство:

$$|\Delta\beta| \le \frac{\gamma_n}{\beta}\left(\left(\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{m-1}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar r}^{j+1}\right]^2\Delta t\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{m-1}\left\|\sqrt{r}U_{i\bar r}^{j}\right]^2\Delta t\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2\pi H}\left(\sum_{j=0}^{m-1}\left(q^{j+1}\right)^2\Delta t\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{j=0}^{m-1}\left(U_0^j\right)^2\Delta t\right)^{\frac{1}{2}}\right).$$

Учитывая леммы 1 и 2, выводим: $|\Delta\beta| \le c_5\dfrac{\gamma_n(1+\beta)}{\beta}+c_6\dfrac{\gamma_n\sqrt{1+\beta}}{\beta}$.

Пусть $\gamma_n=\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}\dfrac{\beta}{1+\beta}$. Тогда $|\Delta\beta|\le c_7\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}$ или $-c_7\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}<\beta_{n+1}-\beta_n<c_7\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}$. Суммируем по n. Тогда $\beta_0-c_7\sum\limits_{n=0}^{n}\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}<\beta_{n+1}<\beta_0+c_7\sum\limits_{n=0}^{n}\dfrac{\bar\gamma_n}{n^\alpha}$.

Пусть $\alpha>1$. Тогда ряд $\sum\limits_{n=0}^{n}\dfrac{1}{n^\alpha}$ сходится, и имеем неравенство: $\beta_0-c_8\bar\gamma<\beta_{n+1}<\beta_0+c_8\bar\gamma$. Достаточно малая величина $\bar\gamma$ подбирается так, чтобы $\beta_0-c_8\bar\gamma\ge c_9>0$. Тогда $c_8\bar\gamma\le\beta_0+c_9$.

Теорема 1. Если $P_0(r)\in L_2(r_c,R)$, $q(t),P_z(t)\in L_2(0,T)$, то имеет место неравенство:

$$0<c_9\le\beta_{n+1}\le 2\beta_0+c_9,\; n=0,1,\dots\,.$$

5. Монотонность функционала выводится из соотношения:

$J(\beta_{n+1})-J(\beta_n)=-\gamma_n B_n^2+I_1+I_2$. (12)

Здесь $B_n^2=\left(\sum\limits_{i=1}^{N-1}\sum\limits_{j=0}^{m-1}r_iY_{i\bar t}^{j+1}U_i^j\Delta t\Delta r\right)^2$; $I_1=\sum\limits_{i=1}^{N-1}\sum\limits_{j=0}^{m-1}r_i\Delta\beta\Delta Y_{i\bar t}^{j+1}U_i^j\Delta t\Delta r$; $I_2=\sum\limits_{j=0}^{m-1}\left(\Delta Y_0^{j+1}\right)^2\Delta t$.

Оценим величины I_1 и I_2.

Для разности $\Delta Y_i^{j+1}=Y_i^{j+1}(n+1)-Y_i^{j+1}(n)$ имеем систему

$$\Delta\left(\beta Y_{i\bar t}^{j+1}\right)=\frac{1}{r_i}\left(\frac{kr_i}{\mu}\Delta Y_{ir}^{j+1}\right)_{\bar r},\; i=1,\dots,N-1,\; j=0,1,\dots,m-1; \tag{13}$$

$$2\pi H\frac{k}{\mu}r_c\Delta Y_{1\bar r}^{j+1}=0,\; \Delta Y_N^{j+1}=0,\quad j=0,1,\dots,m-1; \tag{14}$$

$$\Delta Y_i^0=0,\; i=0,1,\dots,N\,. \tag{15}$$

Умножим скалярно (13) на $2\Delta Y_i^{j+1}$ в дискретной области Q_N^m. Тогда

$$2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=0}^{j}r_i\Delta\left(\beta Y_{i\bar t}^{j+1}\right)\Delta Y_i^{j+1}\Delta t\Delta r=2\sum_{j=0}^{j}\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{kr_i}{\mu}\Delta Y_{ir}^{j+1}\right)_{\bar r}\Delta Y_i^{j+1}\Delta r\Delta t\,.$$

После некоторых преобразований, учитывая граничные условия (14) и применяя формулу суммирования по частям и ε-неравенство Коши, получим неравенство:

$$\sum_{i=1}^{N-1} r_i\left(\beta+\Delta\beta\right)\left(\Delta Y_i^{j+1}\right)^2 \Delta r+\left(2\frac{k}{\mu}-\varepsilon_1 \ln\frac{R}{r_c}-\varepsilon_2\right)\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{\bar r}^{j+1}\right]^2 \Delta t \le$$

$$\le \frac{1}{\varepsilon_1}\sum_{j=0}^{j}\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}A^{j+1}\right)^2 \Delta t+\frac{1}{\varepsilon_2}\frac{k^2}{\mu^2}\frac{\left(\Delta\beta\right)^2}{\beta^2}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{\bar r}^{j+1}\right]^2 \Delta t .$$

Пусть $\varepsilon_1 \ln\dfrac{R}{r_c}=\dfrac{k}{2\mu}$, $\varepsilon_2=\dfrac{k}{2\mu}$. Учитывая лемму 1 и теорему 1, выводим, что

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N-1} r_i\beta\left(\Delta Y_i^{j+1}\right)^2 \Delta r+\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{\bar r}^{j+1}\right]^2 \Delta t \le c_{10}\left(\Delta\beta\right)^2 .$$

В этом случае имеем неравенство $\left|I_2\right|=\sum_{j=0}^{m-1}\left|\Delta Y_0^{j+1}\right|^2 \Delta t \le c_{11}\left(\Delta\beta\right)^2$. Здесь c_{13} – константа, завися-щая от начальных данных непрерывным образом.

Запишем для системы (4)–(6) новую систему уравнений в виде:

$$\Delta\left(\beta Y_{it\bar t}^{j+1}\right)=\frac{1}{r_i}\left(\frac{k r_i}{\mu}\Delta Y_{irt}^{\,j+1}\right)_{\bar r},\; i=1,...,N-1,\; j=0,1,...,m-2; \tag{16}$$

$$2\pi H r_C \frac{k}{\mu} r_c \Delta Y_{1\bar r t}^{j+1}=0,\; \Delta Y_{Nt}^{j+1}=0,\; j=0,1,...,m-2; \tag{17}$$

$$\Delta Y_{it}^{0}=0,\; i=0,1,...,N \tag{18}$$

После некоторых преобразований уравнения (16) получим неравенство:

$$c_1\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_t^{j+1}\right\|^2+2\frac{k}{\mu}\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{t\bar r}^{j+1}\right\|^2 \Delta t \le 2\sum_{j=0}^{j}\frac{\left|\Delta\beta\right|}{\beta}\left|A_t^{j+1}\right\|Y_{0t}^{j+1}\left|\Delta t+2\sum_{j=0}^{j}\frac{\left|\Delta\beta\right|}{\beta}\right\|\sqrt{r}\,Y_{t\bar r}^{j+1}\left\|\right\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{t\bar r}^{j+1}\right\|^2 \Delta t .$$

Из последнего неравенства следует оценка:

$$\max_j\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_t^{j+1}\right\|^2+\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,Y_{t\bar r}^{j+1}\right\|^2 \Delta t \le c_{12}\left(\Delta\beta\right)^2 .$$

Обращаясь к равенству (9) выводим : $\left|\Delta\beta\right| \le c_{13}\gamma_n$.

Лемма 3. Если $P_0(r)\in L_2(r_c,R)$, $q(t)\in W_2^1(0,T)$, $P_z(t)\in L_2(0,T)$, то для решения задачи (5)–(7) имеют место оценки:

$$\sum_{j=0}^{m-1}\left|\Delta Y_0^{j+1}\right|^2\Delta t+\max_j\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_t^{j+1}\right\|^2+\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{t\bar r}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le c_{14}\left(\Delta\beta\right)^2 .$$

На основе леммы 3 суммы I_1, I_2 оцениваются:

$$\left|I_1\right|\le\left|\Delta\beta\right|\sum_{j=0}^{j}\left\|\sqrt{r}\,\Delta Y_{t\bar r}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le c_{15}\gamma_n^{\ 2};\quad I_2\le c_{14}\gamma_n^{\ 2}.$$

Из (12) следует неравенство: $J(\beta_{n+1})-J(\beta_n)+\gamma_n\left(B_n^2-c_{16}\gamma_n\right)\le 0$.

Теорема 2. Если $B_n^2=\left(\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=0}^{m-1}r_iY_{i\bar t}^{j+1}U_i^j\Delta t\Delta r\right)^2>0$, и имеют место леммы 1-3, то, подбирая функцию γ_n, всегда можно добиться выполнения неравенства $B_n^2-c_{11}\gamma_n>0$, что соответствует монотонности функционала. То есть $J(\beta_{n+1})-J(\beta_n)<0$, $n=0,1,2,...$

ЛИТЕРАТУРА

1 Хайруллин М.Х., Хисамов Р.С., Шамсиев М.Н., Фархуллин Р.Г. Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин методами регуляризации. – М.; Ижевск, 2006. – 172 с.

2 Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. – М.: Институт компьютерных исследований, 2004. – 628 с.

3 Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 211 с.

4 Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – 488 с.

5 Рысбайулы Б., Ажибекова А.С. Расчет коэффициента вязкости нефти при упругом способе добычи нефти // Международная конференция «Обратные и некорректные задачи математической физики». – Новосибирск, Россия, 2012, 5–12 августа. – С. 223.

6 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

REFERENCES

1 Khairullin M.Kh., Khisamov R.S., Shamsiev M.N., Farkhullin R.G. Interpretatsiia rezul'tatov gidrodinamicheskikh issledovanii skvazhin metodami reguliarizatsii. – M.: Izhevsk, 2006. – 172 s.

2 Masket M. Techenie odnorodnykh zhidkostei v poristoi srede. – M.: Institut komp'iuternykh issledovanii, 2004. – 628 s.

3 Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Dvizhenie zhidkostei i gazov v prirodnykh plastakh. – M.: Nedra, 1984. – 211 s.

4 Basniev K.S., Dmitriev N.M., Kanevskaia R.D., Maksimov V.M. Podzemnaia gidromekhanika. M.; Izhevsk: Institut komp'iuternykh issledovanii, 2006. – 488 s.

5 Rysbaiuly B., Azhibekova A.S. Raschet koeffitsienta viazkosti nefti pri uprugom sposobe dobychi nefti // Mezhdu-narodnaia konferentsiia «Obratnye i nekorrektnye zadachi matematicheskoi fiziki». – Novosibirsk, Rossiia, 2012, 5–12 avgusta. – S. 223.

6 Samarskii A.A., Gulin A.V. Chislennye metody. – M.: Nauka, 1989. – 432 s.

Резюме

Ә. С. Әжібекова

(Қазақстан-Британ техникалық университет, Алматы, Қазақстан Республикасы)

МҰНАЙ КЕН ОРНЫНЫҢ ҚАТАҢДЫЛЫҚ СЫЙЫМДЫЛЫҒЫНЫҢ КОЭФФИЦИЕНТІН ИНТЕГРАЦИЯЛЫҚ ӘДІСПЕН ЕСЕПТЕУ

Осы жұмыста мұнайдың дөңгелек қауыздағы ұңғыға стационар емес сүзілуінің математикалық нұсқасы қарастырылған. Қатаңдылық сыйымдылығының коэффициентін анықтау үшін коэффициенттік кері есеп ше-шіледі. Қатаңдылық сыйымдылығының коэффициентін есептеуге арналған есепетегіш алгоритм ұсынылған. Қатаңдылық сыйымдылығының коэффициентінің шектеулі екендігі, минимизацияланатын функционалдың бірқалыптылығы және итерациялық қатардың жинақтылығы дәлелденген.

Кілт сөздер: коэффициенттік кері есеп, сүзілу, итерациялық әдіс.

Summary

A.S. Azhibekova

(Kazakh-British technical university, Almaty, Republic of Kazakhstan)

ITERATIVE METHOD OF CALCULATION

OF FACTOR ELASTICCAPACITY OF THE OIL DEPOSIT

In this paper the mathematical model of the nonstationary filtration of oil to a well in a circular reservoir is considered. To determine the total reservoir compressibility, we solve the coefficient inverse problem. A compu-tational algorithm to calculate the total reservoir compressibility is proposed. Boundedness of an approximate value of the reservoir compressibility and monotonicity of the minimized functional are proved.

Keywords: coefficient inverse problem, filtration, iterative method.

Поступила 17.05.2013 г.