

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПОДХОДА

(Представлена академиком НАН РК О. С. Балабековым)

Рассматриваются вопросы оптимального управления многоэлементными объектами, отличающимися большой размерностью и сложными функциональными связями между переменными состояниями, в которых затруднено использование традиционных методов оптимизации, реализующих централизованный подход к решению задачи управления. Для управления подобными объектами предложен иерархический подход, основанный на использовании методов декомпозиции и реализуемый в рамках распределенной многоуровневой системы управления. Представлены базовые методы декомпозиции для задач статической оптимизации и примеры реализации иерархического подхода в задаче управления многостадийным технологическим процессом тонкой очистки кобальтовых растворов и задачи организационного управления производством в виде задачи распределения ограниченных ресурсов.

Развитие промышленных производств и совершенствование технологических процессов требуют создания высокоэффективных автоматизированных систем управления. До последнего времени были наиболее распространены системы автоматизированного управления централизованного типа, в которых вся информация, необходимая для управления, поступает в единый центр, где сосредоточены практически все технические средства за исключением источников информации. Такая структура наиболее проста и

имеет ряд эксплуатационных достоинств. Однако ее существенным недостатком является избыточность часто дорогостоящих элементов для обеспечения надежности функционирования [1].

В настоящее время все большее распространение получают децентрализованные системы, состоящие из ряда локальных автономных подсистем, каждая из которых представляет однотипно выполненную систему управления с централизованной структурой. Локальные системы могут быть объединены в единую систему сетью пере-

дачи данных или связаны между собой посредством центрального органа, координирующего состояние подсистем в соответствии с общей стратегией управления.

Решение задач оптимального управления с использованием данного подхода, характеризуемого как иерархический, основывается на применении декомпозиционных методов и реализуются в два этапа. Первый – это разбиение сложной многомерной задачи на отдельные более простые подзадачи меньшей размерности. Второй – организация совместного решения выделенных подзадач. Последний этап включает выбор метода и разработку алгоритма решения для подзадач, обмена информацией между подзадачами и коррекции их решений в целях оптимизации глобального критерия [3].

Множество декомпозиционных методов можно разделить на два основных класса – методы явной и неявной декомпозиции. Основное различие методов заключается в способе координации решения локальных задач. В методе явной декомпозиции в качестве параметров координации выступают переменные связи между подсистемами, а в методе неявной декомпозиции – параметры, имеющие смысл цен на связи.

В простейшем случае решение задачи оптимального управления декомпозиционным методом предполагает двухуровневую схему принятия решений (рис. 1).

В методе явной декомпозиции локальные задачи управления формулируются в виде

$$f \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_{i-1}, x_i, u_i \end{pmatrix} \Rightarrow \max_{u_i \in U_i} \quad (1)$$

$$U_i = \left\{ u_i : \begin{cases} x_i = g_i(x_{i-1}, u_i) \\ h_i(x_{i-1}, x_i, u_i) \geq 0 \end{cases} \right\}$$

$i = 1, 2, \dots$

Рис. 1. Двухуровневая схема решения задачи управления. x_i – параметры координации, u_i – решения локальных задач



где $x_{i-1}, x_i, i = 1, 2, \dots, N$ – значения переменных связи – входов и выходов i -х подсистем, задаваемые координирующим органом, f – скалярная функция, характеризующая критерий оптимальности подсистемы, g_i, h_i – векторно-значные функции, отражающие уравнения связи и ограничения в i -й подсистеме.

Глобальная задача координации имеет вид:

$$\sum_{i=1}^N f(u_i(x_{i-1}, x_i)) \Rightarrow \max_{x_{вх}, x_{вых} \in M} \quad (2)$$

$$M = \left\{ \begin{cases} x_{i-1} = \sum_{j=1}^N c_{ij} * x_j; i = 1, 2, \dots, N \\ u_i(x_{вх}, x_{вых}) \in U; i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \right.$$

Здесь U_i – ($i = 1, 2, \dots, N$) и M – множество допустимых управлений соответственно в локальных и глобальной задачах, $u_i(x_{вх}, x_{вых})$ – решение локальной задачи в i -й подсистеме, обусловленное заданной парой $x_{вх}, x_{вых}$ из M , c_{ij} – матрица связи между подсистемами.

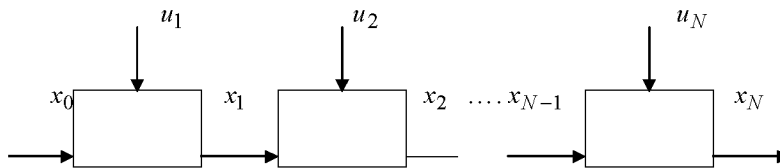
Решение исходной задачи оптимального управления с использованием метода явной декомпозиции сводится к совместному решению локальных задач (1) и задачи координации (2).

Использование декомпозиционных методов часто бывает целесообразным для решения задач управления технологическими процессами химических производств. Рассмотрим в качестве примера применение метода явной декомпозиции для оптимального управления многостадийным технологическим процессом в каскаде реакторов непрерывного действия (рис. 2).

Результатирующая оценка эффективности многостадийного процесса в целом определяется как аддитивная функция эффективности каждой стадии процесса:

$$I_N = \sum_{i=1}^N f_i(\bar{x}_{i-1}, \bar{u}_i), \quad (3)$$

Рис. 2. Многостадийный управляемый процесс



где \overline{x}_i – вектор входных и выходных параметров каждой из подсистем, \overline{u}_i – вектор управляющих воздействий, определяющий стратегию управления, f_i – скалярный критерий эффективности каждой стадии процесса, $i = 1, 2, \dots, N$ – число стадий процесса.

Подобный процесс осуществляется, в частности, при тонкой очистке кобальтовых растворов от примесей железа и меди. Он происходит в каскаде из трех реакторов одинакового объема, работающих в режиме идеального смешения, при постоянной температуре и реализующих отдельную стадию процесса. Связями являются материальные потоки реагентов.

Задача оптимального управления здесь сводится к максимизации содержания целевого продукта – кобальта на выходе из последнего реактора путем изменения подачи основного реагента – кальцинированной соды в каждый реактор. К ограничениям можно отнести содержание примесей железа и меди на выходе из последнего реактора.

Данная задача в статическом режиме с учетом математической модели может быть записана в следующем виде:

$$F = C_0^{C_0} - \sum_{i=1}^3 \Delta C_i^{C_0} \Rightarrow \max_{g_{ci}}, \quad (4)$$

$$g_i \cdot C_{i-1}^* - g_i \cdot C_i^* \pm V \cdot R_i^* = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$C_3^{Fe} \leq 0,03 \text{ г/л}, \quad C_3^{Cu} \leq 0,01 \text{ г/л},$$

$$c_i^* = c_{i+1}, \quad i = 1, 2.$$

где F – скалярный критерий эффективности всего технологического процесса; $\Delta C_i^{C_0}$ – потери кобальта на i -й стадии, которые определяются из уравнения материального баланса; g_i – потоки жидкости через каждый реактор; g_{ci} – расход соды в i -м реакторе ($i = 1, \dots, 3$); C_i^* – концентрации со-

ответствующих компонентов на входе в каскад и в i -м реакторе ($i = 0, 1, \dots, 3$) (* – для железа, меди, никеля, кобальта, ионов водорода); V – объем реакторов; R_i^* – скорости реакций по каждому компоненту; $C_i^* = C_{i+1}^*$ – уравнения связи между стадиями процесса.

Для решения задачи оптимального управления процессом тонкой очистки кобальтовых растворов с использованием явной декомпозиции была разработана компьютерная программа, которая реализует функции математического моделирования и управление данной системой. Математическое моделирование основывается на использовании метода наименьших квадратов при аппроксимации экспериментальных данных полиномом второго порядка.

Как показывают расчеты, при условии определения оптимального расхода кальцинированной соды в первый реактор практически всегда удается найти оптимальное управление для последующих стадий и получить конечные концентрации меди и железа, отвечающие ограничениям задачи. Иногда даже на последней стадии не требуется добавлять соду, при этом примеси не осаждаются и выход кобальтового продукта не уменьшается. Оптимальное значение расхода кальцинированной соды в реакторах каскада должно изменяться от большего (в первый реактор) до меньшего (на последнюю стадию).

В качестве другого примера рассмотрим применение метода явной декомпозиции для решения типовой задачи организационного управления, какой является задача распределения производственных ресурсов. Решение таких задач в условиях крупных производств или производственных объединений удобно реализовать в рамках иерархической системы управления, где решения принимаются последовательно на каждом уровне иерархии. При этом каждая подсистема автономно оптимизирует свою функцию цели с учетом ограничений, поступающих от управляющего органа высшей степени.

Задача решалась с использованием экспериментальных данных по распределению затрат

трех видов (x_i) по месяцам. Требовалось найти минимум суммарных затрат (X) и соответствующее ему значение аргумента (m) с условием, что общие затраты являются скалярной величиной, т.е. их можно вычислить только как алгебраическую сумму отдельных видов затрат:

$$X = x_1(m) + x_2(m) + x_3(m). \quad (5)$$

Для решения задачи оптимального распределения затрат была разработана программа, состоящая из блоков по обработке экспериментальных данных, поиска решений локальных задач и блока координации глобального решения. Графические результаты обработки данных приведены на рис. 3.

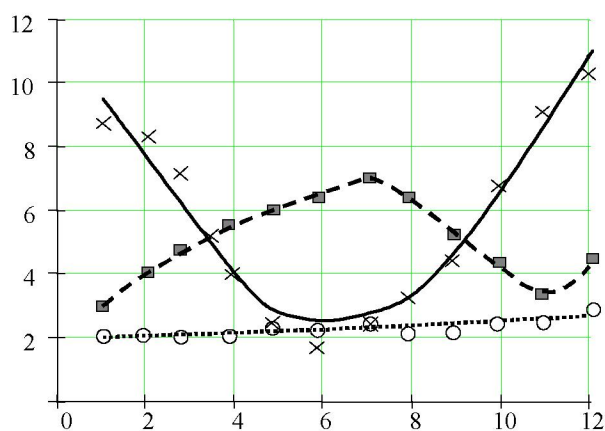


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальных данных

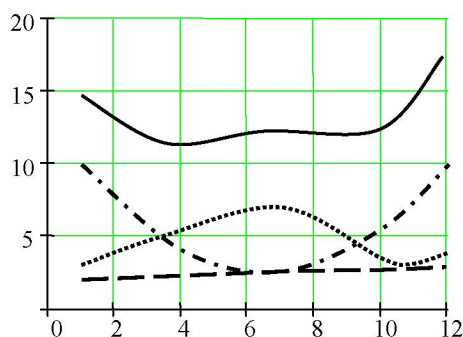


Рис. 4. Оптимальное распределение затрат

Для решения локальных задач оптимизации использовались метод золотого сечения и метод сканирования. Выбор метода осуществлялся с учетом оценки вида функциональной зависимо-

сти, описывающей экспериментальные данные для затрат конкретного вида. На рис. 4 показаны результаты решения рассмотренной задачи. Сплошной линией изображена результирующая функция распределения затрат, которая имеет два минимума. Глобальный расположен в районе значения аргумента, равного 4.

Оба рассмотренных примера показали высокую эффективность применения иерархического подхода и декомпозиции задач управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мокрова Н.В., Умбетов У. Анализ динамических процессов в каскаде реакторов непрерывного действия // Сб. трудов 14-й международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях». Смоленск, 2001. Т. 6. С. 234-235.

2. Кафаров В.В. и др. Декомпозиция химико-технологических систем произвольной структуры при решении задачи оптимизации // ДАН. 1972. Т. 207, № 1. С. 142-144.

Резюме

Көп элементті және көп өлшемді нысандарды тиімді басқаруда үлкен көлемді және жоғары функционалды жағдайдағы байланыстар қарастырылған. Декомпозициялық әдіспен өрнектелген көп сатылы нысандарды иерархиялық жолмен жүйелік басқару ұсынылған. Көп сатылы кобальт ерітінділерін алудың технологиялық үрдісінің статикалық оңтайлау есептерін және шектеулі ресурстарды мақсатты пайдалану есептерін шығару жолдары қарастырылған.

Summary

Questions of optimum control by the multielement objects, differing the big dimension and complex functional communications between variables of a condition in which use of traditional methods of optimization realizing the centralized approach to the decision of a problem of management is complicated are considered. For management of similar objects the hierarchical approach based on use of methods of decomposition and sold within the limits of the distributed multilevel control system is offered. Base methods of decomposition for problems of static optimization and examples of realization of the hierarchical approach in a problem of management by multiphase technological process of thin clearing of cobalt solutions and problems of organizational production management in the form of a problem of distribution of the limited resources are presented.

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова

Поступила 2.07.06г.