

**REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

ISSN 2224-5227

Volume 1, Number 1 (2015), 30 – 39

**STUDYING OF A STRESS-DEFORMATION STATE OF THE  
WIRELINE SYSTEM AND DRILL STRING**

**A. Barayev, M.Zh. Zhumabayev, A. Baimisheva, A.S. Tulep**

South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan,  
International Kazakh-Turkish University named after A. Yasevi, Turkestan, Kazakhstan

**Key words:** stress, deformation, drill string, eigen value, frequency

**Abstract.** Stress-deformation state of the wireline system and drill string is determined. The graph of full voltage at different intervals of time and on an arbitrary section of the string is constructed.

УДК. 621. 81

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМАЦИОННОГО  
СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ТАЛЕВОГО КАНАТА  
И БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ**

**А. Бараев, М.Ж. Жумабаев , А.Баймишева, А.С. Тулеп**

baraev42@mail.ru

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,  
Международный казахско-турецкий университет имени А. Ясави, Туркестан, Казахстан

**Ключевые слова:** напряжение, деформация, бурильная колонна, собственное число, частота

**Аннотация.** Определяется напряженно-деформационное состояние системы талевого каната и бурильной колонны. Построен график полного напряжения при различных отрезках времени и на произвольном сечении колонки.

Правильная оценка напряженно-деформированного состояния основных звеньев бурильной динамической системы в зависимости от уровня ее загруженности, в частности, устранение резонансных явлений, связано с подбором и изменением кинематических и динамических параметров составляющих системы, от которых зависит спектр ее собственных частот.

В связи с бурным развитием добывающих отраслей промышленности решение этой проблемы приобретает особое значение. Это связано с обеспечением прочности конструкций бурильных колонн при возрастающей мощности и скорости бурильных агрегатов и механизмов. Непрерывное увеличение глубин и производительности бурения предъявляет новые, повышенные требования к прочности и работоспособности талевых канатов.

Для исследования напряженно-деформационного состояния системы талевого каната и бурильной колонны рассмотрим упрощенную схему подъемной установки, представленную на рисунке 1, где 1 – буровая вышка с приведенной массой  $m_1$ ; 2 – канатная система; 3 – подъемный барабан со всеми вращающимися элементами спускоподъемной системы; 4 – бурильная колонна, рассматриваемая как вертикальный стержень с равномерно распределенной массой по всей длине; 5 – утяжеленный низ массой  $m_5$ ; 6 – скважина, заполненная промывочной жидкостью.

Перемещение и скорость массы фундамента и вышки можно пренебречь, поэтому принятую схему на рисунке 1, преобразуем к виду, представленному на рисунке 2, где  $m_1$  – приведенная масса вращающихся узлов привода буровой лебедки и талевой системы;  $m_2$  – распределенная

масса талевого каната;  $m_3$  – сосредоточенная масса талевого блока, крюка, элеватора, стропов и т. п.;  $m_4$  – масса колонны бурильных труб;  $m_5$  – масса утяжеленных бурильных труб и забойного двигателя, продольная жесткость которых не учитывается;  $\ell_1$  – приведенная длина талевого каната;  $\ell_2$  – длина бурильной колонны. Обозначим через  $S_0 = S_0(t)$  перемещение сечения каната в точки схода из поверхности барабана буровой лебедки, установим начало координат в этой точке и направим ось  $OX_1$  вдоль талевого каната, а  $OX_2$  сверху вниз по оси колоны.

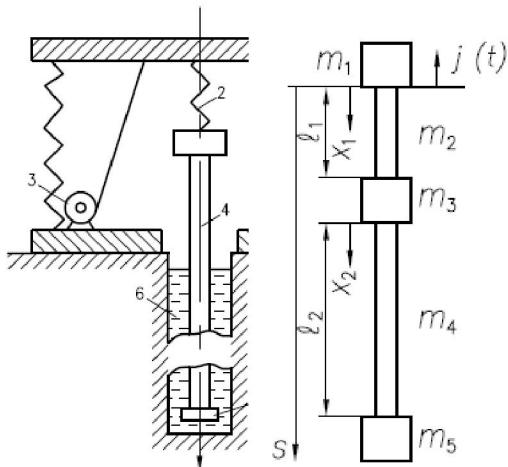


Рис. 1. Упрощенная схема подъемной установки

Рис. 2. Схема сечения подъемной установки

При этом сечение системы «талевой канат- буровая колонна» совершает переносное движение по закону  $S_0(t)$  и вследствие их деформации также относительное движение соответственно по законам  $u_1 = u_1(x_1, t)$  и  $u_2 = u_2(x_2, t)$ , так что полные перемещения сечения соответственно будут равны:

$$S_1 = u_1(x_1, t) + S_0(t) \text{ – для каната,}$$

$$S_2 = u_2(x_2, t) + S_0(t) \text{ – для бурильной колонны.}$$

Перемещения  $u_1 = u_1(x_1, t)$  и  $u_2 = u_2(x_2, t)$  удовлетворяют следующим волновым уравнениям неустановившегося движения системы талевого каната и бурильной колонны [1]:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = -\ddot{S}_0(t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} = -\ddot{S}_0(t) \quad 0 < x_2 < l_2 \quad (2)$$

где  $t$  – время,  $a_1$  и  $a_2$  – скорости распространения упругих волн деформации в талевом канате и бурильной колонне.

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} \quad a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}},$$

где  $E_1$ ,  $\rho_1$  и  $E_2$ ,  $\rho_2$  – модули упругости и плотности талевого каната и бурильных труб соответственно.

Границные условия и условия сопряжений для уравнений (1) и (2) согласно схеме, представленной на рис. 2, имеют вид:

$$m_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = C_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad \text{при } x_1 = 0, \quad (3)$$

$$u_1 = u_2, \quad m_3 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + C_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = C_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad \text{при } x_1 = l_1, \quad x_2 = 0, \quad (4)$$

$$m_5 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = -C_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad \text{при } x_2 = l_2, \quad (5)$$

где  $C_1 = E_1 F_1$ ,  $C_2 = E_2 F_2$ ;

$F_1, F_2$  - площади поперечных сечений талевого каната и бурильной колонны.

Начальные условия считаем нулевыми:

$$u_1 = u_2 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_2}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0 \quad (6)$$

С учетом всего изложенного задача сводится к решению уравнений (1) и (2) приграничных условий (3), (5), условий сопряжений (4) и начальных условий (6).

Используя метод Фурье разделения переменных [2-3], решение однородной части уравнений (1) и (2) можно представить следующим образом:

$$u_1 = X_1(x_1)T(t), \quad u_2 = X_2(x_2)T(t),$$

где функции  $X_1(x_1)$ ,  $X_2(x_2)$  и  $T(t)$  удовлетворяют уравнениям

$$E_1 X_1''(x_1) + \rho_1 \omega^2 X_1(x_1) = 0, \quad (7)$$

$$E_2 X_2''(x_2) + \rho_2 \omega^2 X_2(x_2) = 0. \quad (8)$$

$$T'' + \omega^2 T = 0 \quad (9)$$

Функции  $X_1(x_1)$ ,  $X_2(x_2)$  называются собственными функциями и согласно (3)-(5) удовлетворяют следующим однородным условиям

$$-\omega^2 m_1 X_1(0) = E_1 F_1 X_1'(0) \quad (10)$$

$$X_{1n}(l_1) = X_{2n}(0), \quad -\omega^2 m_2 X_2(0) = -E_1 F_1 X_1'(l_1) + E_2 F_2 X_2'(0), \quad (11)$$

$$\omega^2 m_3 X_2(l_2) = E_2 F_2 X_2'(l_2) \quad (12)$$

Вводя безразмерные переменные и величины по формулам  $\xi_1 = x_1 / l_2$ ,  $\xi_2 = x_2 / l_2$ ,  $\lambda = \omega l_2 / a_2$ ,  $\beta = a_2 / a_1$ ,  $\eta = l_1 / l_2$ ,  $\gamma = F_1 \rho_1 / F_2 \rho_2 \beta^2$ , приведем уравнения (6)-(7) и граничные условия (8)-(10) к виду

$$X_1''(\xi_1) + \lambda_n^2 \beta^2 X_1(\xi_1) = 0, \quad 0 < \xi_1 < \eta, \quad (13)$$

$$X_2''(\xi_2) + \lambda^2 X_2(\xi_2) = 0, \quad 0 < \xi_2 < 1, \quad (14)$$

$$-\alpha_1 \lambda^2 X_1(0) = X_1'(0) \quad (15)$$

$$X_1(\eta) = X_2(0), \quad -\alpha_2 \lambda^2 X_2(0) = -\gamma X_1'(\eta) + X_2'(0), \quad (16)$$

$$\alpha_3 \lambda^2 X_2(1) = X_2'(1) \quad (17)$$

где  $\alpha_1 = \beta^2 \eta \alpha_{10}$ ,  $\alpha_{10} = m_1 / \rho_1 F_1 l_1$ ,  $\alpha_2 = m_2 / \rho_2 F_2 l_2$ ,  $\alpha_3 = m_3 / \rho_2 F_2 l_2$

Решения уравнений (13) и (14) представим в виде

$$X_1 = A_1 \sin \lambda \beta (\eta - \xi_1) + B_1 \cos \lambda \beta (\eta - \xi_1),$$

$$X_2 = A_2 \sin \lambda \xi_2 + B_2 \cos \lambda \xi_2$$

где постоянные  $A_1, B_1, A_2$  и  $B_2$  согласно (15)-(17) удовлетворяют системе однородных уравнений

$$\begin{aligned} c_1 A_1 + b_1 B_1 &= 0, & B_1 - B_2 &= 0, & A_2 - \lambda \alpha_2 B_2 - \gamma \beta A_1 &= 0, \\ (\cos \lambda + \lambda \alpha_3 \sin \lambda) A_2 - (\sin \lambda - \lambda \alpha_3 \cos \lambda) B_2 &= 0, \end{aligned}$$

где  $c_1 = -\lambda \alpha_1 \sin \lambda \beta + \beta \cos \lambda \beta$ ,  $b_1 = -\lambda \alpha_1 \cos \lambda \beta - \beta \sin \lambda \beta$

Приравнивая определитель последней системы, получаем трансцендентное уравнение для определения числа  $\lambda$

$$c_1(\lambda)b_2(\lambda) - c_2(\lambda)b_1(\lambda) = 0, \quad (18)$$

где  $c_2 = \gamma \beta (\cos \lambda + \alpha_3 \lambda \sin \lambda)$ ,  $b_2 = \alpha_2 (\cos \lambda + \alpha_3 \lambda \sin \lambda) + \sin \lambda - \alpha_3 \lambda \cos \lambda$ .

Уравнение (18) имеет бесконечное множество корней, которые обозначим через  $\lambda = \lambda_n$ . Эти числа называются собственными числами, а соответствующие им функции  $X_{1n}(\xi_1)$  и  $X_{2n}(\xi_2)$ -собственными.

Частоты собственных колебаний системы талевого каната и бурильной колонны вычисляются по формуле  $\omega_n = \lambda_n a_2 / l_2$ .

Умножаем уравнение (7) на функции  $X_{1k}$ , а (8) на  $X_{2k}$  и соответственно интегрируем по переменным  $x_1$  и  $x_2$  в интервалах  $0 < x_1 < l_1$ ,  $0 < x_2 < l_2$ :

$$\begin{aligned} -\rho_1 \omega_n^2 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 &= E_1 \int_0^{l_1} X_{1n}'' X_{1k} dx_1 = E_1 [X'_{1n}(l_1) X_{1k}(l_1) - X'_{1n}(0) X_{1k}(0)] - E_1 \int_0^{l_1} X'_{1n} X'_{1k} dx_1 \\ -\rho_2 \omega_n^2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 &= E_2 \int_0^{l_2} X_{2n}'' X_{2k} dx_2 = E_2 [X'_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) - X_{2n}(0) X_{2k}(0)] - E_2 \int_0^{l_2} X'_{2n} X'_{2k} dx_2 \end{aligned}$$

С учетом граничных условий (16) и (17) имеем

$$\begin{aligned} -F_1 \rho_1 \omega_n^2 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 &= E_1 F_1 X'_{1n}(l_1) X_{1n}(l_1) + m_1 \omega_n^2 X_{1n}(0) X_{1k}(0) - E_1 F_1 \int_0^{l_1} X'_{1n} X'_{1k} dx_1 \\ -F_2 \rho_2 \omega_n^2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 &= m_2 \omega_n^2 X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) - E_2 F_2 X'_{2n}(0) X_{2k}(0) - E_2 F_2 \int_0^{l_2} X'_{2n} X'_{2k} dx_2 \end{aligned}$$

Заменяя индексы местами и вычитаем друг от друга полученные результаты, тогда получаем

$$\begin{aligned} -F_1 \rho_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 &= E_1 F_1 X'_{1n}(l_1) X_{1n}(l_1) - \\ -E_1 F_1 X'_{1k}(l_1) X_{1n}(l_1) + m_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{1n}(0) X_{1k}(0) & \\ -F_2 \rho_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 &= -E_2 F_2 X'_{1n}(0) X_{1n}(0) + \\ + E_2 F_2 X'_{1k}(0) X_{1n}(0) + m_3 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) & \end{aligned}$$

Складывая последние выражения с учетом условий (15)-(17), получаем

$$\begin{aligned} -F_1 \rho_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 - F_2 \rho_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 + m_1 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{1n}(0) X_{1k}(0) + \\ + m_2 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(0) X_{2k}(0) + m_3 (\omega_n^2 - \omega_k^2) X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2), \end{aligned}$$

откуда получаем условие обобщенной ортогональности собственных функций  $X_{1n}(x_1)$  и  $X_{2n}(x_2)$

$$F_1 \rho_1 \int_0^{l_1} X_{1n} X_{1k} dx_1 - F_2 \rho_2 \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2k} dx_2 + m_1 X_{1n}(0) X_{1k}(0) \\ + m_2 X_{2n}(0) X_{2k}(0) + m_3 X_{2n}(l_2) X_{2k}(l_2) = 0 \quad \text{при } n \neq k \quad (19)$$

Последнее условие перепишем в безразмерных координатах

$$\gamma \beta^2 \int_0^\eta X_{1n}(\xi) X_{1k}(\xi) d\xi + \int_0^1 X_{2n}(\xi) X_{2k}(\xi) d\xi + \alpha_1 X_{1n}(0) X_{1k}(0) + \alpha_2 X_{2n}(0) X_{2k}(0) + \\ + \alpha_3 X_{2n}(1) X_{2k}(1) = 0 \quad \text{при } k \neq n. \quad (20)$$

Уравнения (1) и (2) перепишем в безразмерной форме ( $\tau = a_2 t / l_2$ )

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi_1^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} = \beta^2 S_0''(\tau), \quad 0 < \xi_1 < \eta, \quad \tau > 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi_2^2} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} = S_0''(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1, \quad \tau > 0 \quad (22)$$

Решение неоднородных уравнений (21) и (22) представим в виде разложения по собственным функциям

$$u_1 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\xi_1) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_1 < \eta, \quad (23)$$

$$u_2 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(\xi_2) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1, \quad (24)$$

Функции  $X_{1n}(\xi_1)$  и  $X_{2n}(\xi_2)$  выбираем следующим образом

$$X_{1n} = c_{1n} \cos \lambda_n \beta (\eta - \xi_1) - b_{1n} \sin \lambda_n \beta (\eta - \xi_1), \quad 0 < \xi_1 < \eta,$$

$$X_{2n} = c_{1n} \cos \lambda_n \xi_2 + (\gamma \beta b_{1n} - \lambda_n \alpha_2 c_{1n}) \sin \lambda_n \xi_2, \quad 0 < \xi_2 < 1$$

где

$$c_{1n} = -\alpha_1 \lambda_n \sin \beta \lambda_n + \beta \cos \beta \lambda_n, \quad b_{1n} = -\alpha_1 \lambda_n \cos \beta \lambda_n - \beta \sin \beta \lambda_n,$$

$$c_{2n} = \gamma \beta (\cos \lambda_n + \alpha_3 \lambda_n \sin \lambda_n), \quad b_{2n} = \lambda_n \alpha_2 (\cos \lambda_n + \alpha_3 \lambda_n \sin \lambda_n) + \sin \lambda_n - \alpha_3 \lambda_n \cos \lambda_n$$

Подставляем (23) и (24) в уравнения (21) и (22) с учетом (13) и (14), получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) X_{1n}(\xi_1) = -S_0''(\tau),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) X_{2n}(\xi_2) = -S_0''(\tau).$$

Умножаем первое уравнение на функцию  $\beta^2 \gamma X_{1k}(\xi_1)$ , а второе – на  $X_{2k}(\xi_2)$ , интегрируем в соответствующих интервалах и складываем

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) [\beta^2 \gamma \int_0^{\eta} X_{1k} X_{1n} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2k} X_{2n} d\xi_2] = -S_0''(\tau) [\beta^2 \gamma \int_0^{\eta} X_{1k} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2k} d\xi_2] \quad (25)$$

С помощью последних двух уравнений составляем далее следующее выражение

$$\sum_{n=1}^{\infty} (T_n'' + \lambda_n^2 T_n) [\alpha_1 X_{1k}(0) X_{1n}(0) + \alpha_2 X_{2k}(0) X_{2n}(0) + \alpha_3 X_{2k}(1) X_{2n}(1)] = \\ = -S_0''(\tau) [\alpha_1 X_{1k}(0) + \alpha_2 X_{2k}(0) + \alpha_3 X_{2k}(1)] \quad (26)$$

Складываем выражения (25) и (26) и, пользуясь условием обобщенной ортогональности (20), получаем

$$T_n'' + \lambda_n^2 T_n = q_n S_0''(\tau), \quad (27)$$

где

$$q_n = -\frac{\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1n} d\xi_1 + \int_0^1 X_{2n} d\xi_2 + \alpha_1 X_{1n}(0) + \alpha_2 X_{2n}(0) + \alpha_3 X_{2n}(1)}{\beta^2 \gamma \int_0^\eta X_{1n}^2 d\xi_1 + \int_0^1 X_{2n}^2 d\xi_2 + \alpha_1 X_{1n}^2(0) + \alpha_2 X_{2n}^2(0) + \alpha_3 X_{2n}^2(1)}.$$

Уравнение (27) интегрируются при нулевых начальных условиях:  $T_n(0) = T'_n(0) = 0$

$$T_n = \frac{q_n}{\lambda_n} \int_0^\tau S_0''(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi.$$

Интегрируя последний интеграл по частям, получаем

$$T_n = q_n \left[ \frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\tau) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right]$$

Поставим выражение  $T_n(\tau)$  в формулах (23) и (24), получаем расчетные формулы для вычисления полного перемещения для произвольного сечения талевого каната и бурильной колонны

$$S_1 = S_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[ \frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right] X_{1n}(\xi_1),$$

$$0 < \xi_1 < \eta$$

$$S_1 = S_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[ \frac{S_0'(0) \sin \lambda_n \tau}{\lambda_n} + S_0(\tau) \cos \lambda_n \tau - \lambda_n \int_0^\tau S_0(\xi) \sin \lambda_n(\tau - \xi) d\xi \right] X_{2n}(\xi_2),$$

$$0 < \xi_2 < 1$$

Расчет полного перемещения сечений талевого каната и бурильной колонны проводится по следующим формулам

$$S_1 = S_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\xi_1) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_1 < \eta,$$

$$S_2 = S_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(\xi_2) T_n(\tau), \quad 0 < \xi_2 < 1,$$

Последние формулы позволяют найти перемещение сечений талевого каната ( $0 < \xi_1 < \eta$ ) и бурильной колонны ( $0 < \xi_2 < 1$ ) при известном законе движения барабана лебедки  $S_0 = S_0(\tau)$ . Обычно эта функция связана с тахограммой скорости спуска [4], в связи с чем выбираем ее следующим образом

$$S_0 = J_0 t^2 / 2 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq t_p, \quad S_0 = J_0 t_p^2 / 2 + J_0 t_p (t - t_p) \quad \text{при} \quad t_p \leq t \leq t_0 + t_p,$$

$$S_0 = J_0 t_p^2 / 2 + J_0 t_0 t_p + J_0 t_p (t - t_0 - t_p) - J_0 t_p (t - t_0 - t_p)^2 / 2t_m \quad \text{при} \quad t_0 + t_p \leq t \leq t_0 + t_m + t_p,$$

что соответствует тахограмме скорости спуска по закону [4],

$$v = J_0 t \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq t_p, \quad v = J_0 t_p \quad \text{при} \quad t_p \leq t \leq t_0 + t_p, \quad v = -\frac{J_0 t_p}{t_m} (t - t_p - t_0 - t_m) \quad \text{при}$$

$$t_0 + t_p \leq t \leq t_0 + t_m,$$

где  $J_0$  – переносное ускорение системы талевый канат и бурильная колонна при спуске,  $t_p$ ,  $t_0$  и  $t_m$  – соответственно время разгона, период постоянной скорости спуска и времени торможения.

При известном значения допустимой скорости спуска  $v_0$  и величин  $t_p$ ,  $t_0$  и  $t_m$  ускорения разгона  $J_0$  и торможения  $J_1$  вычисляются по формулам:  $J_0 = v_0 / t_p$ ,  $J_1 = J_0 t_p / t_m$ .

Расчеты проводились для следующих значений параметров:  $l_1 = 100\text{м}$ ,  $l_2 = 1000\text{м}$ ,  $\rho_1 = 7000\text{кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = 7800\text{кг/м}^3$ ,  $E_1 = 100000\text{МПа}$ ,  $E_2 = 200000\text{МПа}$ ,  $F_1/F_2 = 0.1$ ,  $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 1$ .

В таблице приведены первые шесть частот при различных значениях безразмерных параметров  $\alpha_{10}, \alpha_2, \alpha_3$

Таблица – Значения первых часто собственных колебаний системы талевой канат и бурильная колонна при различных значениях параметров  $\alpha_{10}, \alpha_2, \alpha_3$

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
Частоты (Гц)	6.5746	18.5538	33.6932	48.7798	64.4281	80.1788

$$\alpha_{10} = 5, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
Частоты (Гц)	6.4812	18.9375	33.3580	48.7746	64.4258	80.1780

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
Частоты (Гц)	5.0015	17.6455	32.7501	48.3586	64.1114	79.9248

$$\alpha_{10} = 10, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
Частоты (Гц)	6.3419	18.7178	33.3548	48.7741	64.4263	80.1779

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_2 = 10, \alpha_3 = 1$$

Номер частот	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
Частоты (Гц)	4.7045	17.4818	32.6954	48.3062	64.0712	79.8929

Как видно из приведенных данных, частотные колебания талевого каната и бурильной колонны в начальные и конечные моменты времени при спуско-, подъемных операциях достаточно велики. В процессе спуска-подъема система совершает большое количество колебаний, в процессе которых за счет действия демпфирующих сил (воздействие промывочной жидкости, сил трения и т.д.) амплитуда колебаний значительно уменьшается.

Изменение масс в местах сопряжений в основном влияют на первые три частот, на другие частоты практически они не влияют.

Расчеты показали, что значения относительных перемещений сечений талевого каната и бурильной колонны достаточно малые, и они не влияют на полное перемещение этих сечений. При этом на сечениях могут возникать дополнительные напряжения, влияющие на напряженное состояние системы.

Полные напряжения в произвольном сечении системы талевого каната и бурильной колонны вычисляются по формулам

$$\sigma_1 = l_2(\eta - \xi_1)\rho_1 g + (m_1 g + m_2 g)/F_1 + \rho_2 g l_2 + E_1 \sum_{n=1}^{\infty} X'_{1n}(\xi_1) T_n(\tau) / l_2, \quad 0 < \xi_1 < \eta$$

$$\sigma_2 = l_2(1 - \xi_2)\rho_2 g + m_3 g / F_2 + E_2 \sum_{n=1}^{\infty} X'_{2n}(\xi_2) T_n(\tau) / l_2, \quad 0 < \xi_2 < 1$$

На рис.3 представлено изменение полного напряжения в сечении талевого каната  $x_1 = 0$ , сопряженного с буровой лебедкой и в сечении буровой колонны  $x_2 = 0$ , сопряженного с талевым канатом при спуске одной свечи. В расчетах принято:  $d_h = 0.127\text{м}$ ,  $d_e = 0.109\text{м}$  ( $d_h$  и  $d_e$  – наружный и внутренний диаметры труб колонны),  $m_1 = 1089\text{кг}$ ,  $m_2 = 2700\text{кг}$ ,

$m_3 = 5400 \text{ кг}$ ,  $F_1 = 0.1F_2$ . В тахограмме спуска колонны приняты следующие параметры: общее время спуска:  $t_{\text{общ}} = t_p + t_0 + t_m = 20 \text{ сек}$ ,  $t_p = 2 \text{ сек}$ ,  $t_0 = 16 \text{ сек}$ ,  $t_m = 2 \text{ сек}$ . Длина одной спускаемой свечи равна  $L = 25 \text{ м}$ , при этом предельная скорость спуска будет равна  $v_0 = 1.5 \text{ м/с}$ . Ускорение разгона и торможения будут соответственно равны  $J_0 = 0.75 \text{ м/с}^2$ ,  $J_1 = 0.75 \text{ м/с}^2$ .

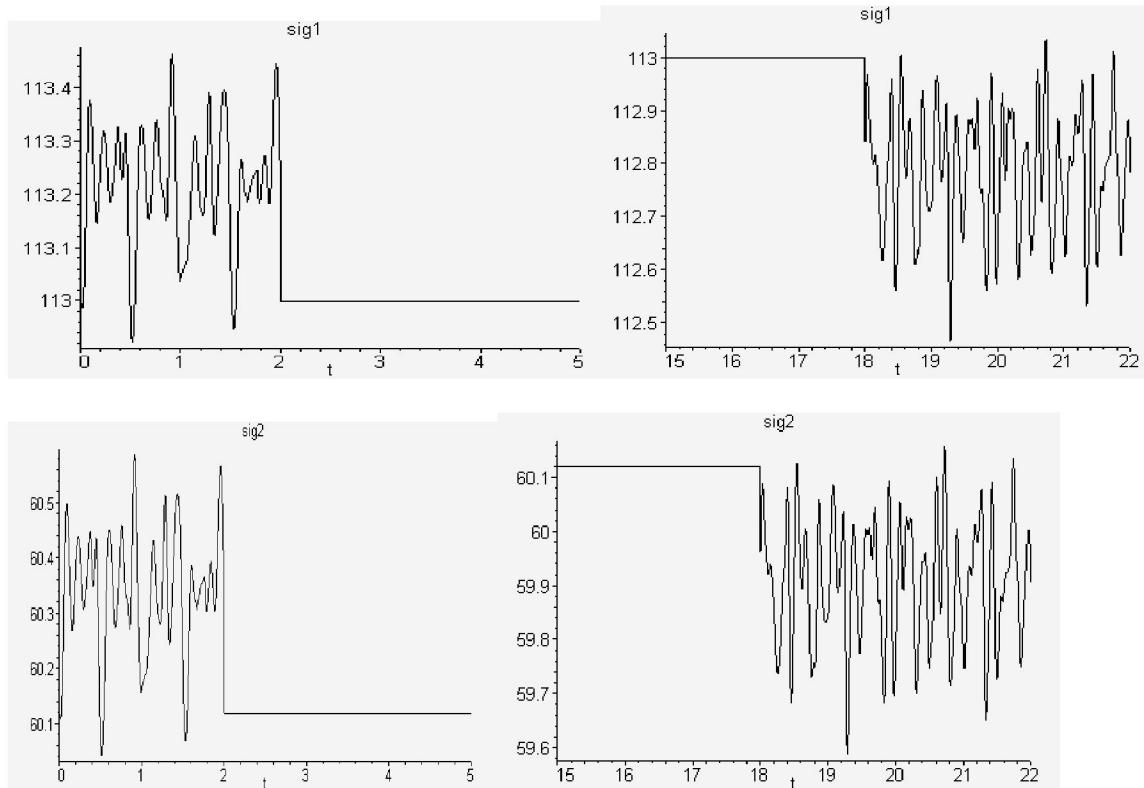


Рис.3. Изменение полного напряжения  $\sigma_1(0,t) = \text{sig1}$  и  $\sigma_2(0,t) = \text{sig2}$  ( $\text{МПа}$ ) от времени  $t(\text{сек})$  при выполнении операции спуска.

Как видно из рис. 3, колебания оказывают влияние на измерение только в начальные и конечные моменты процесса спуска-подъема. Через некоторое время колебания затухают, и реальная кривая сольется с равновесной.

На основании вышеизложенного в дальнейших расчетах при определении перемещения бурильной колонны колебаниями можно пренебречь и считать, что перемещение нижнего конца бурильной колонны связано с углом поворота барабана буровой лебедки следующей зависимостью  $-H = \varphi(t)$ .

На рис.4 и 5 представлены зависимости напряжений  $\sigma_1(0,t)$  и  $\sigma_2(0,t)$  от времени  $t$  при колебательном движении барабана лебедки по закону  $S_0 = J_0(1 - \cos \omega_0 t)/\omega_0^2$ . В расчетах принято  $J_0 = 4 \text{ м}/\text{с}^2$ ,  $\omega_0 = 0.1\omega_1$  (рис.4 – низкочастотное колебание и  $\omega_0 = 0.1\omega_8$  рис.5 – высокочастотное колебание).

Видно, что частота колебания барабана не влияет на амплитуды колебаний напряжений, а изменяет их частотный состав.

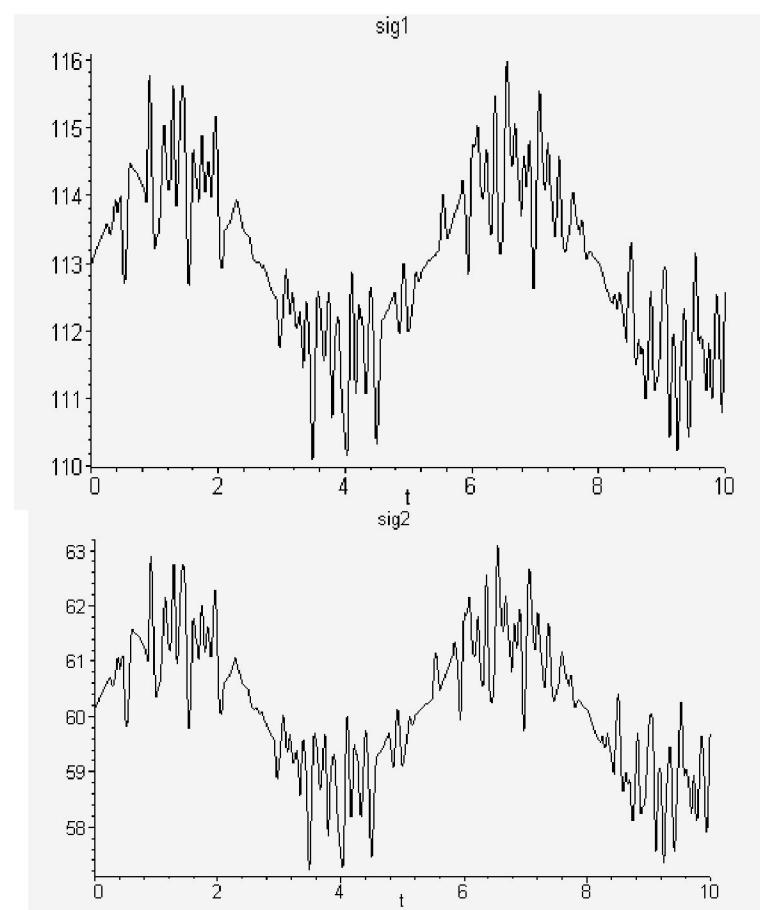
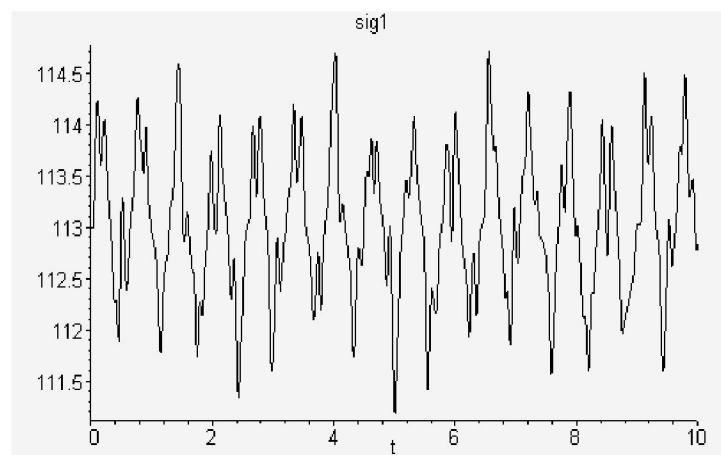


Рис.4. Изменение полного напряжения  $\sigma_1(0,t) = \text{sig1}$  и  $\sigma_2(0,t) = \text{sig2}$  ( $MPa$ ) от времени  $t$ (сек) при вращении буровой лебедки с ускорением по закону  $\ddot{S}_0 = 4\sin(0.1w_1)$



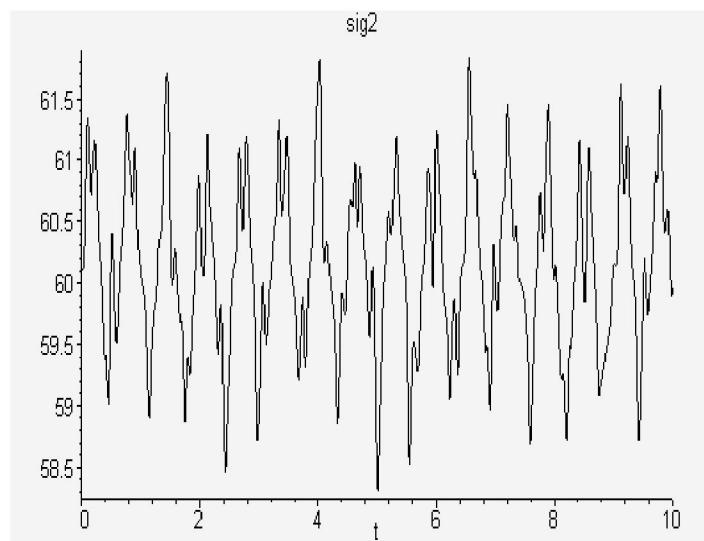


Рис.5. Изменение полного напряжения  $\sigma_1(0,t) = \text{sig1}$  и  $\sigma_2(0,t) = \text{sig2}$  ( $\text{MPa}$ ) от времени  $t(\text{сек})$  при вращении буровой лебедки с ускорением по закону  $\ddot{S}_0 = 4 \sin(0.1w_8)$

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мардонов Б.М., Бараев А, Ахметов Н.М. Прикладные задачи механики бурения нефтегазовых скважин. Изд-во «Өлем». Шымкент. 2013 г. 172 с.
- [2] Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физики. М.: Гостехиздат, 1956.- 681 с.
- [3] Бабаков Н.М. Теория колебаний . Наука, 1965
- [4] Бараев А. Исаев В.И Определение скорости спускаемого инструмента при различных видах тахограммы //Управление качеством в нефтегазовом комплексе 2009 № 3 С.57-60

#### REFERENCES

- [1] Mardonov B.M., Barayev A, Akhmetov N.M. Applied tasks of mechanics of drilling oil and gas wells. «Alem» publ.. Shymkent. 2013 - 172 p. (in Russ.).
- [2] Budak B.M., Samarsky A.A., Tikhonov A.N. Collection of tasks on mathematical physics. M.: Gostehizdat, 1956.- 681 p. (in Russ.).
- [3] Babakov N.M. Theory of oscillations. Nauka, 1965. (in Russ.).
- [4] Barayev A. Isayev V.I Determining the speed of descent tools for different types of tachogram. Quality of management in the oil and gas sector, 2009, № 3 p.57-60. (in Russ.).

**Исследование напряженно-деформационного состояния  
системы талевого каната и бурильной колонны**  
А. БАРАЕВ, М.Ж. ЖУМАБАЕВ, А.БАЙМИШЕВА, А.С ТУЛЕП

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,  
Международный казахско-турецкий университет им. А.Ясави, Туркестан, Казахстан

**Ключевые слова:** напряжение, деформация, бурильная колонна, собственное число, частота

**Аннотация.** Определяется напряженно-деформационное состояние системы талевого каната и бурильной колонны. Построен график полного напряжения при различных отрезках времени и на произвольном сечении колонки.

Поступила 11.11.2014 г.